

اثر خطای تخمین بر عملکرد تحت کنترل نمودار CUSUM تعدیل ریسک شده با حدود احتمالی پویا

برای خروجی‌های ترتیبی جراحی

رضان خسروی^a، محمد صالح اولیاء^b، محمدصابر فلاح‌نژاد^c، امیرحسین امیری^d
^a دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی، دانشگاه یزد، یزد
^b استاد مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی، دانشگاه یزد، یزد
^c دانشیار مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی، دانشگاه یزد، یزد
^d دانشیار مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی، دانشگاه شاهد، تهران

نویسنده مسئول: رضان خسروی (rkhosravi87@yahoo.com)

چکیده: نمودارهای کنترل تعدیل ریسک شده، ریسک جراحی بیمار را به عنوان یک متغیر مهم در مدل‌های خود لحاظ می‌کنند تا ارزیابی منصفانه‌ای از عملکرد جراحان داشته باشند. در بین این نمودارها، نمودار کنترل جمع‌تجمعی تعدیل ریسک شده مبتنی بر خروجی ترتیبی وجود دارد که به جای تمرکز روی دو حالت فوت یا زنده ماندن بیمار، سطوح مختلفی از بهبودی را برای زنده ماندن در نظر می‌گیرد. برای این نمودار، حدود کنترل احتمالی پویا طراحی شد تا عملکرد نمودار در حالت تحت کنترل تحت تاثیر توزیع ریسک بیماران قرار نگیرد و متوسط طول دنباله حول مقدار مطلوب کنترل شود. با این وجود، همچنان خطای تخمین پارامتر بر عملکرد این نمودار تاثیرگذار است. در این مقاله، اثر خطای تخمین با استفاده از شبیه‌سازی عملکرد نمودار کنترل تحت سناریوهای مختلف سنجیده می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که عملکرد نمودار به ویژه تحت تاثیر اندازه نمونه فاز یک و نرخ هشدار اشتباه شرطی قرار می‌گیرد.

کلمات کلیدی: نمودارهای کنترل تعدیل ریسک شده؛ خطای تخمین؛ رگرسیون لجستیک با شانس‌های متناسب؛ حدود کنترل احتمالی پویا؛ نمودارهای کنترل آماری.

۱. مقدمه

پایش عملکرد تامین‌کنندگان خدمات درمانی در سال‌های اخیر توجه زیادی را به خود جلب کرده است. با پایش مداوم معیارهای مطلوب، می‌توان تغییرات ممکن در عملکرد را به‌موقع کشف کرد که خود می‌تواند در جلوگیری از پیامدهای ناگوار موثر باشد. یک چالش اساسی پایش عملکرد در حوزه‌های پزشکی، به ویژه حوزه جراحی قلب، بحث ناهمگونی بیماران است. برخلاف فرایندهای تولیدی که مواد خام آنها تا حدود زیادی همگون هستند، در مشخصه‌های بیماران که تحت عمل جراحی قرار می‌گیرند، ناهمگونی و تغییرپذیری زیادی وجود دارد. این ناهمگونی ریسک بروز خروجی ناگوار را افزایش داده و باید به شکل مناسب مدل شود تا منجر به قضاوت‌های نادرست درباره فرایند جراحی نشود. یک مدل تعدیل ریسک می‌تواند مشخصه‌های متفاوت بیماران جراحی‌شده را مدل نموده و از این طریق امکان مقایسه معنادار و منصفانه بین جراحان و یا بیمارستان‌های مختلف را فراهم کند. یک مرور جامع از روش‌های مختلف تعدیل ریسک در [۱] فراهم شده است.

به طور کلی، نمودارهای کنترل تعدیل ریسک شده برای پایش داده‌های جراحی بسته به نوع مشخصه پایش به دو گروه تقسیم می‌شوند. در گروه اول یک مشخصه پیوسته از زمان زنده ماندن بیمار پایش می‌شود. در گروه دوم، وضعیت بیمار (زنده ماندن یا مردن) در یک بازه از پایش تعیین شده بررسی می‌شود. وقتی خروجی‌های باینری مورد نظر هستند، اغلب از مدل‌های رگرسیون لجستیک برای تعدیل ریسک استفاده می‌شود. برای این منظور، احتمال وقوع رخداد ناگوار، مانند مردن در بازه ۳۰ روز پس از عمل جراحی، به شکل تابعی از مشخصه‌های فیزیکی و سلامتی بیمار به عنوان متغیرهای تبیینی یا متغیرهای مستقل، مدل می‌شود.

اشتاینر و همکاران [۲] مدل نمودار جمع‌تجمعی تعدیل ریسک شده (RA-CUSUM) را برای داده‌های برنولی طراحی کردند. آنها با استفاده از مدل رگرسیون لجستیک، ریسک جراحی بیمار را در مدل تعدیل ریسک دخیل نموده و از یک روش امتیازدهی بر مبنای تابع درست‌نمایی برای بدست آوردن آماره پایش نمودار CUSUM استفاده کردند. در ادامه بسط‌های مختلفی نیز روی مدل تعدیل ریسک صورت گرفت تا کارایی آن در کشف تغییرات را ارتقا بخشد. به عنوان مثال، پی‌نبر و همکاران [۳] علاوه بر ریسک جراحی بیمار، متغیرهای رسته‌ای دیگری مانند جراح، بیمارستان، روش جراحی و غیره را به عنوان متغیرهای تبیینی که می‌توانند روی احتمال موفقیت جراحی تاثیر معنادار داشته باشند، در مدل تعدیل ریسک دخیل کردند.

اما بر خلاف کاربرد گسترده‌ای که نمودارهای RA-CUSUM برنولی دارند، محدودیت باینری که روی خروجی جراحی قرار داده می‌شود یک کاستی آشکار محسوب می‌شود. برای بیماری که از جراحی به سلامت عبور کرده است، سطوح مختلفی از بهبودی متصور است که زنده ماندن به تنهایی گویای درجه بهبودی نیست. یعنی یک بیمار می‌تواند کاملاً بهبود یابد یا اینکه بهبود جزئی داشته باشد مثلاً باقی عمر را مجبور به خوابیدن روی تخت باشد. پس منطقی است که

¹ risk-adjustment model

برای خروجی جراحی بیش از دو حالت در نظر بگیریم [۴-۶]. انجام این کار اطلاعات بیشتر و جزئی‌تری در اختیار ما قرار می‌دهد و حساسیت نمودار تعدیل ریسک شده در کشف تغییرات را افزایش می‌دهد. بر این اساس، تانگ و همکاران [۷] نمودار RA-CUSUM را برای خروجی‌های چندتایی پیشنهاد کردند. آنها یک متغیر ترتیبی برای خروجی جراحی در نظر گرفتند و روش پیشنهادی خود را بر مبنای مدل‌های شانس تجمعی طراحی نمودند.

یک موضوع مهم درباره طراحی نمودار کنترل این است که عملکرد نمودار تحت تاثیر دقت تخمین پارامترهای مدل قرار دارد. با توجه به خطای ذاتی که در تغییرات تصادفی وجود دارد، در تخمین مدل (پارامترهای جامعه) همیشه خطا وجود خواهد داشت. مرور ادبیات‌های جامعی درباره جنبه‌های مهم جمع‌آوری داده در فاز یک و اثر خطای تخمین پارامتر روی عملکرد نمودارهای کنترل در زمینه‌های صنعتی انجام شده است [۹، ۱۰]. در زمینه نمودارهای کنترل تعدیل‌ریسک شده، جونز و اشتاینر [۱۱] اثر خطای تخمین پارامتر بر عملکرد نمودار RA-CUSUM را بررسی کردند و با توجه به نتایج، اثر آن را معنادار تشخیص دادند. تیان و همکاران [۱۲] نشان دادند که استفاده از حدود کنترلی ثابت برای بیماران با توزیع ریسک مختلف منجر به میانگین طول دنباله‌های مختلفی (ARL) برای نمودار کنترل خواهد شد. برای غلبه بر این ایراد، ژانگ و وودال [۱۳] یک روش مبتنی بر شبیه‌سازی ارایه کردند که در آن برای نمودار RA-CUSUM حدود کنترل احتمالی پویا طراحی شد. با حفظ نرخ هشدار اشتباه در یک سطح ثابت، به شرط اینکه در مشاهدات پیشین هیچ هشدار اشتباهی وجود نداشته است، نمودار کنترل با حدود احتمالی پویا منجر به طول دنباله‌هایی خواهد شد که دارای توزیع تقریباً هندسی هستند و میانگین طول دنباله آنها نیز برابر با مقدار مطلوب خواهد بود. ژانگ و همکاران [۱۴] این روش را برای خروجی‌های جراحی ترتیبی نیز گسترش دادند.

عملکرد نمودار تعدیل‌ریسک شده با حدود احتمالی پویا در حالت تحت کنترل، تحت تاثیر تغییرات در توزیع ریسک بیماران قرار نمی‌گیرد چرا که حدود احتمالی پویا به طور ویژه برای همان دنباله از اعداد ریسک مشاهده شده تعیین می‌شوند. اما از آنجایی که داده‌های فاز یک متفاوت منجر به تخمین پارامترهای متفاوتی می‌شوند، عملکرد این نمودار کنترل نیز تحت تاثیر خطای تخمین قرار خواهد گرفت. این مساله برای نمودار کنترل RA-CUSUM باینری با حدود احتمالی پویا بررسی شده است. بررسی این مساله برای نمودار کنترل RA-CUSUM با حدود احتمالی پویا برای خروجی‌های ترتیبی هدف این مقاله است. ساختار باقی این مقاله به شرحی که می‌آید خواهد بود. در بخش ۲، ابتدا توصیف مختصری از نمودار RA-CUSUM برای خروجی‌های جراحی ترتیبی و روش محاسبه حدود کنترل احتمالی پویا داده می‌شود. سپس، روش سنجش اثر خطای تخمین بر عملکرد نمودار کنترل در حالت تحت کنترل تشریح می‌شود. بخش ۳ جزئیات و چگونگی انجام شبیه‌سازی را بیان می‌کند. بخش ۴ نتایج شبیه‌سازی را ارایه می‌کند. در انتها، نتایج بحث شده و نکات مربوطه بیان می‌شوند.

۲. روش‌ها

برای کامل و مستقل بودن مقاله، مراحل اساسی ساخت نمودار RA-CUSUM برای خروجی‌های ترتیبی تانگ و همکاران [۷] و نیز چگونگی طراحی حدود کنترل احتمالی پویا ژانگ و همکاران [۱۴] را به طور مختصر شرح می‌دهیم. در ادامه، روش سنجش اثر خطای تخمین بر عملکرد نمودار کنترل تعدیل‌ریسک شده با حدود احتمالی پویا برای خروجی‌های ترتیبی در حالت تحت کنترل تشریح می‌شود.

۱.۲. نمودار کنترل RA-CUSUM برای خروجی‌های ترتیبی

به طور کلی، آماره CUSUM یک‌طرفه به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۶]:

$$C_t = \max(0, C_{t-1} + W_t), t = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

که $C_0 = 0$ و W_t وزن مشاهده t را نشان می‌دهد. انتخاب بهینه این وزن برای پایش یک تغییر مشخص در پارامتر مورد نظر θ ، مثلاً از مقدار θ_0 به مقدار θ_a ، بر اساس نسبت درست‌نمایی برابر $W_t = \ln \left(\frac{f(y_t; \theta_a)}{f(y_t; \theta_0)} \right)$ خواهد بود که در این رابطه y_t خروجی بیمار t است. وقتی C_t از حد کنترل h فراتر رود، نمودار کنترل هشدار می‌دهد.

به طور معمول، خروجی بیمار t که تحت جراحی قلب قرار گرفته در بازه ۳۰ روز پس از جراحی سنجیده شده که می‌تواند یکی از رسته‌های ترتیبی $Y = 0, 1, \dots, J$ را اختیار کند. فرض می‌کنیم $Y = J$ نشان‌دهنده فوت بیمار و $Y = 0$ نمایانگر بهبودی کامل بیمار باشد. $Y = 1, \dots, J-1$ نیز نمایانگر سطوح مختلف بهبود جزئی بیمار باشد که عدد کوچکتر گویای وضعیت بهتری از بهبودی است. بر این اساس، متغیر Y_i از توزیع چندجمله‌ای با بردار پارامتر $(\pi_{i0}, \pi_{i1}, \dots, \pi_{iJ})$ پیروی می‌کند که π_{ik} احتمال آن است که مشاهده i در رسته k از متغیر پاسخ قرار گیرد. این احتمال تابعی از مجموعه فاکتورهای ریسک (مانند سن، جنسیت، فشار خون و غیره) است که می‌تواند در عددی به عنوان عدد ریسک S خلاصه شود؛ مانند عدد ریسک پارسونت [۱۷]. توزیع چندجمله‌ای Y مشروط به عدد ریسک بیمار به صورت

¹ ordinal

² cumulative logit models

$$P(Y = k | S = s) = \pi_k(s), \quad k = 0, 1, \dots, J$$

خواهد بود. تابع جرم احتمال متغیر Y را می‌توان با استفاده از یک مجموعه داده تاریخی متشکل از اعداد ریسک بیماران و خروجی‌های آنها، تخمین زد. به دلیل ماهیت خاص داده‌های ترتیبی، به جای اینکه احتمال قرار گرفتن متغیر پاسخ در یک رسته خاص را مدل کنیم، احتمال تجمعی اینکه متغیر پاسخ کوچکتر مساوی رسته مشخصی باشد را با استفاده از مدل‌های رابط تجمعی^۱ مدل می‌کنیم. این مدل‌ها متداول‌ترین مدل در کلاس مدل‌های رگرسیون ترتیبی هستند زیرا از ویژگی ترتیبی بودن داده‌ها بهره برده و چارچوب منعطف آنها امکان تحلیل‌های جامع را فراهم می‌کند [۱۸]. تابع لجیت تجمعی برای رسته‌های $k = 0, 1, \dots, J - 1$ به صورت

$$\text{logit}(P(Y \leq k | S = s)) = \log\left(\frac{P(Y \leq k | S = s)}{1 - P(Y \leq k | S = s)}\right) = \log\left(\frac{\pi_0(s) + \dots + \pi_k(s)}{\pi_{k+1}(s) + \dots + \pi_J(s)}\right)$$

تعریف می‌شود (چون احتمال تجمعی رسته آخر برابر ۱ است، تابع لجیت برای آن تعریف نمی‌شود). مشروط بر اینکه فرض شانس‌های تناسبی برای داده‌های ما معتبر باشد، مدل رگرسیون لجستیک با شانس‌های تناسبی^۲ (POLR) که از J لجیت تجمعی به صورت همزمان استفاده می‌کند، به صورت زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$\text{logit}(P(Y \leq k | S = s)) = \alpha_k + \beta s, \quad k = 0, 1, \dots, J - 1. \quad (2)$$

در این مدل، هر خط لجیت تجمعی عرض از مبدا مختص به خود را دارد اما شیب β برای همه آنها یکسان است. در این مدل، یک گزینه طبیعی برای سنجش عملکرد بین دو حالت مختلف استفاده از احتمال‌های تجمعی است:

$$\frac{\sum_{i=0}^k \pi_i^*}{1 - \sum_{i=0}^k \pi_i^*} = R_k \frac{\sum_{i=0}^k \pi_i}{1 - \sum_{i=0}^k \pi_i} \quad (3)$$

که R_k نسبت شانس احتمال‌های تجمعی سطوح مختلف بهبود است. در عمل، نسبت شانس‌ها تحت فرض صفر برابر یک در نظر گرفته می‌شود ($R_0 = R_1 = \dots = R_J = 1$). فرض مقابل هم برای حالت کشف بهبود و افت کیفی فرایند جراحی به ترتیب به صورت $R_0 = R_1 = \dots = R_J > 1$ و $R_0 = R_1 = \dots = R_J < 1$ تعریف می‌شود. بر این اساس، اگر مقادیر $\pi_k(s) = \pi_k^0, k = 0, 1, \dots, J$ و $\pi_k(s) = \pi_k^A, k = 0, 1, \dots, J$ را به عنوان احتمال‌های تحت کنترل و خارج از کنترل در اختیار داشته باشیم، وزن مورد استفاده در نمودار RA-CUSUM بر اساس رابطه زیر محاسبه شده:

$$W_t = \ln\left(\frac{\pi_{Y_t}^A(S_t)}{\pi_{Y_t}^0(S_t)}\right) \quad (4)$$

و بنابراین مقدار آماره CUSUM برای خروجی ترتیبی Y_t بدست می‌آید. روند ذکر شده را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

(۱) یک مدل POLR (رابطه ۲) بر داده‌های فاز یک برازش کنید و بر اساس آن و با استفاده از عدد ریسک s بیمار، احتمال رخداد هر رسته از خروجی را برای $k=0, 1, \dots, J$ محاسبه کنید. این احتمال‌ها در واقع همان احتمال‌های تحت کنترل هستند زیرا فرض صفر ما $R_0 = R_1 = \dots = R_J = 1$ است.

(۲) مقادیر نسبت شانس‌ها در فرض مقابل را تعیین نموده و احتمال‌های خارج از کنترل $\pi_k^A, k = 0, \dots, J$ را بر اساس رابطه (۳) محاسبه کنید.

(۳) وزن W_t را بر اساس رابطه ۴ محاسبه نموده و با فرض اینکه $C_0=0$ ، آماره CUSUM را بر اساس رابطه ۱ بدست آورید، اگر $C_t = \max(0, C_{t-1} + W_t)$ ، $t = 1, 2, 3, \dots$. اگر C_t از حد کنترل مشخص شده عبور کند، هشدار خارج از کنترل داده خواهد شد. وگرنه این گام را برای بیمار بعدی تکرار کنید.

۲.۲. حدود کنترل احتمالی پویا

مفهوم حدود کنترل احتمالی پویا توسط مارگاوو و همکاران [۲۰] معرفی شد و ایده اصلی آن ثابت نگه‌داشتن احتمال هشدار اشتباه در مشاهده فعلی به شرط عدم وجود هشدار اشتباه در مشاهدات پیشین است. ژانگ و همکاران [۱۴] این روش را برای نمودارهای RA-CUSUM با خروجی‌های ترتیبی بسط دادند. برای سادگی، ما تنها مورد کشف افت فرایند را بررسی می‌کنیم (یعنی $R_0 = R_1 = \dots = R_J < 1$). روند شبیه‌سازی برای یافتن حدود کنترل احتمالی پویا برای بیمار t با عدد ریسک $S_t = s_t$ به صورت زیر خلاصه می‌شود:

¹ cumulative link models

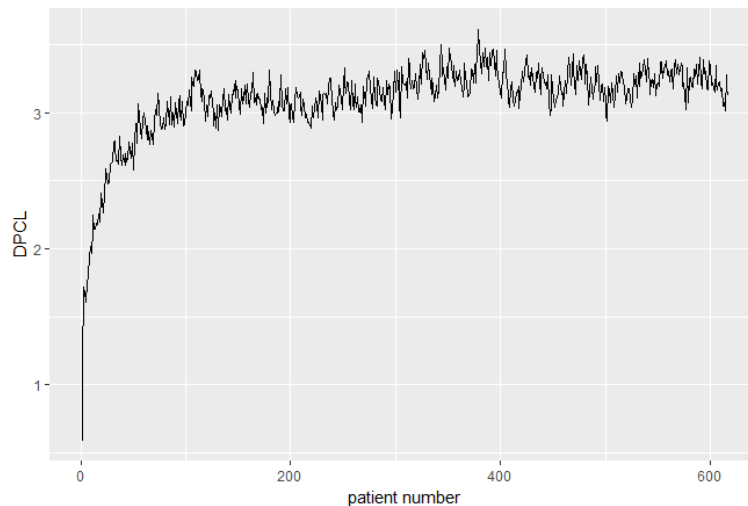
² proportional odds logistic regression

(۱) با استفاده از احتمال‌های تحت کنترل که بر اساس رابطه (۲) محاسبه شده $(\pi^0(s_t) = (\pi_0^0(s_t), \dots, \pi_j^0(s_t)))$ ، N خروجی رسته‌ای مستقل $Y_{t,i}$ ($i = 1, \dots, N$) $\in \{0, 1, \dots, J\}$ تولید کنید. بر اساس روشی که برای محاسبه آماره CUSUM با خروجی ترتیبی ذکر شد، N آماره $C_{t,i} = \max(0, C_{t-1,d} + W_{t,i})$ ($d = 1, \dots, N$) را محاسبه کنید که در این رابطه، $C_{t-1,d}$ به صورت تصادفی از بردار $C_{0,i} = 0, d = 1, \dots, N$ ، $t=1$ برای انتخاب می‌شود. $C_{t-1} = \{C_{t-1,i} ; C_{t-1,i} \leq h_{t-1}(\alpha)\}$

(۲) N آماره CUSUM حاصل شده را به صورت صعودی $C_{t,(1)}, C_{t,(2)}, \dots, C_{t,(N)}$ مرتب کنید و $N' = \lceil N \cdot (1 - \alpha) \rceil$ بزرگ‌ترین آماره $(C_{t,(N')})$ را به شرط اینکه $C_{t,(N)} > C_{t,(N')}$ به عنوان حد کنترل احتمالی پویا $h_t(\alpha)$ در نظر بگیرید.

(۳) مقدار حقیقی $C_t^+ = \max(0, C_{t-1}^+ + W_t)$ را بر اساس خروجی مشاهده شده برای بیمار t محاسبه کنید. اگر $C_t^+ > h_t(\alpha)$ نمودار هشدار خارج از کنترل می‌دهد. وگرنه، این رویه را برای بیمار بعدی تکرار کنید.

به طور خلاصه، ما نتایج زیادی برای بیمار t تولید کرده که این نتایج به شکل تصادفی با مقادیری از CUSUM مرحله قبل که هشدار خارج از کنترل نداده‌اند، ترکیب شده و صدک مشخصی از آماره‌های حاصل شده را به عنوان حد کنترل در نظر می‌گیریم. به عنوان مثال، حد کنترل احتمالی پویا برای داده‌های مربوط به جراح ۲ که مشتمل بر جراحی ۶۱۷ بیمار است، در شکل ۱ ترسیم شده است.



شکل ۱. حد کنترل احتمالی پویا برای جراح ۲ با در نظر گرفتن سه خروجی برای جراحی

فارغ از توزیع جامعه بیماران، نمودارهای RA-CUSUM با حدود کنترل احتمالی پویا قادر هستند تا به مقدار مطلوب عملکرد تحت کنترل دست یابند [۱۳]. اما، از آنجایی که وزن W_t آماره بر مبنای احتمال‌های تخمینی از مدل POLR تعدیل‌ریسک شده بدست می‌آید، بین عملکرد تحت کنترل نمودار و دقت تخمین پارامترهای مدل وابستگی وجود خواهد داشت. بنابراین، اثر خطای تخمین بر روی عملکرد تحت کنترل نمودار باید سنجیده شود. برای انجام این کار، مشابه با آنچه جونز و اشتاینر [۱۱] فرض کردند، فرض می‌کنیم که اریبی مرکبی در مدل وجود ندارد و متغیرهای مستقل اساسی در مدل دیده شده‌اند. ارزیابی عملکرد نمودار کنترل با وجود خطای مدل خارج از محدوده این مقاله است. در این مقاله، تنها حالت حد کنترل احتمالی پویای بالا را در نظر می‌گیریم. برای سنجش اثر خطای تخمین، گام‌های زیر تکرار می‌شوند:

- از داده‌های فاز یک که فرض می‌شود نمایانگر توزیع صحیح بیماران است، نمونه (s_t, y_t) ، $t = 1, \dots, n$ را استخراج کنید، مدل POLR را بر آن برازش نموده و پارامترهای مدل را، α_k ($k = 0, 1, \dots, J-1$) و β ، تخمین بزنید.
- با استفاده از نمونه گرفته شده و مدل تعدیل‌ریسک برازش شده، حدود کنترل احتمالی پویای بالایی را برای دنباله‌ای از بیماران که به صورت تصادفی از نمونه گرفته شده استخراج می‌شوند، محاسبه کنید.

• با توجه به حدود کنترل احتمالی پویا و مدل تعدیل‌ریسک شده صحیح، ARL واقعی تحت کنترل (ARL₀) را برای هر دنباله بیماران که در قدم ۲ انتخاب شدند، تخمین بزنید.

با تکرار زیاد این گام‌ها، مثلاً ۱۰۰۰ تکرار، توزیع ARL₀ های واقعی بدست می‌آید. تغییرپذیری موجود در مقادیر ARL₀ نمایانگر اثر خطای تخمین است. برای هر سناریو از شبیه‌سازی، میانگین و انحراف استاندارد مقادیر ARL₀ (AARL₀ و SDRL₀) گزارش می‌شوند.

۳. جزئیات شبیه‌سازی

داده‌هایی که در این مطالعه استفاده می‌شوند، داده‌های به کار رفته در مقاله اشتاینر و همکاران [۲] است که دربردارنده اطلاعات مربوط به ۶۹۹۴ بیمار که بین سال‌های ۱۹۹۲ تا ۱۹۹۸ در انگلستان تحت جراحی پیوند عروق کرونر (CABG) قرار گرفته‌اند، است. در اینجا ما همه این داده‌ها را به عنوان داده‌های تحت کنترل در نظر گرفته و مدل تعدیل‌ریسک مورد نظر را بر آنها برآزش می‌کنیم. متغیرهای مهم برای ما عدد ریسک بیمار، که در قالب عدد پارسونت بیان شده، و مدت زمان زنده ماندن بیمار پس از جراحی است که این زمان که بر اساس تقسیم‌بندی که در مقاله ژانگ و همکاران [۱۴] انجام شده به ترتیب زیر به متغیر رسته‌ای ترتیبی تبدیل می‌شود: اگر بیمار در فاصله بین صفر تا ۱۴ روز پس از جراحی فوت شود، $Y=2$ خواهد بود؛ اگر در فاصله ۱۵ تا ۳۰ روز فوت شود، $Y=1$ خواهد بود که در واقع به عنوان بهبود جزئی در نظر گرفته می‌شود؛ اگر بیمار پس از ۳۰ روز زنده باشد، $Y=0$ خواهد بود. با برآزش مدل POLR بر این داده‌ها، پارامترهای مدل (رابطه ۲) به صورت $(\alpha_0, \alpha_1, \beta) = (3.637, 3.857, -0.074)$ حاصل می‌شوند:

$$\log\left(\frac{\pi_0(s)}{\pi_1(s) + \pi_2(s)}\right) = 3.637 - 0.074s, \quad \log\left(\frac{\pi_0(s) + \pi_1(s)}{\pi_2(s)}\right) = 3.857 - 0.074s$$

مقدار ضریب β نشان می‌دهد که به ازای یک واحد افزایش در عدد ریسک پارسونت، لگاریتم شانس اینکه بیمار خروجی صفر یا خروجی کوچکتر مساوی ۱ را کسب کند، به اندازه ۰/۰۷۴ کاهش می‌یابد. فرض می‌کنیم که داده‌ها و نیز مدل تعدیل‌ریسک به درستی مشخص شده‌اند تا بتوانیم از آن به عنوان مدل مینا استفاده کنیم و کشف افت فرایند با $R_k = 0.5$ مد نظر ماست. با انجام شبیه‌سازی اثر سه عامل اندازه نمونه‌داده فاز یک، میزان هشدار اشتباه و نیز اثر توزیع‌های ریسک مختلف بر خطای تخمین سنجیده می‌شود. عملکرد نمودارها بر اساس دو معیار میانگین متوسط طول دنباله تحت کنترل (AARL₀) و انحراف معیار متوسط طول دنباله تحت کنترل (SDARL₀) سنجیده می‌شود.

در ابتدا، اثر اندازه نمونه‌های مختلف از داده‌های فاز یک بر خطای تخمین بررسی شد. برای این منظور، اندازه‌های نمونه برابر ۷۶۰، ۱۵۲۰، ۳۰۴۰ در نظر گرفته شد. از مجموعه ۶۹۹۴ داده فاز یک، ۱۰۰۰ نمونه با هر یک از اندازه نمونه‌ها استخراج شد (۱۰۰۰ نمونه با اندازه ۷۶۰، ۱۰۰۰ نمونه با اندازه ۱۵۲۰ و ۱۰۰۰ نمونه با اندازه ۳۰۴۰). میزان هشدار اشتباه ۰/۰۰۱ در نظر گرفته شد که منجر به ARL₀ ۱۰۰۰ شد.

در حالت دوم، برای سنجش اثر نرخ هشدار اشتباه، سه عدد $\frac{1}{500}$ ، $\frac{1}{1000}$ و $\frac{1}{1500}$ در نظر گرفته شد. برای هر عدد، ۱۰۰۰ نمونه با اندازه نمونه ۱۵۲۰ استخراج شد.

در حالت سوم، نمونه‌ها تنها از بین اعداد پارسونت ۲۰ یا کمتر از ۲۰ استخراج شدند. مدل تعدیل ریسک مربوط به این بیماران به شکل

$$\log\left(\frac{\pi_0(s)}{\pi_1(s) + \pi_2(s)}\right) = 4.020 - 0.113s, \quad \log\left(\frac{\pi_0(s) + \pi_1(s)}{\pi_2(s)}\right) = 4.235 - 0.113s$$

بین بیماران با عدد ریسک ۵۰ یا بیشتر از آن انجام شد که به مدل تعدیل ریسک

$$\log\left(\frac{\pi_0(s)}{\pi_1(s) + \pi_2(s)}\right) = 2.537 - 0.045s, \quad \log\left(\frac{\pi_0(s) + \pi_1(s)}{\pi_2(s)}\right) = 2.716 - 0.045s$$

CABG با جاگذاری استخراج نموده، برای هر عدد ریسک s_t احتمال رسته‌های مختلف خروجی، (π_0, π_1, π_2) ، را تخمین زده و بر اساس آن خروجی چندجمله‌ای متناظر Y_t را برای آن تولید کردیم. سپس بر اساس این اعداد ریسک و خروجی‌های متناظر آنها، (s_t, Y_t) ، $t = 1, 2, \dots, 1520$ ، مدل تعدیل‌ریسک را برآزش کردیم. این روش برای هر یک از دو مدل ۱۰۰۰ بار تکرار شد.

۴. نتایج شبیه‌سازی

نتایج شبیه‌سازی در جداول ۱ تا ۳ نشان داده شده است. جدول ۱ اثر اندازه نمونه‌های مختلف بر خطای تخمین را نشان می‌دهد. با افزایش اندازه نمونه، SDARL₀ نمودار RA-CUSUM با حدود احتمالی پویا در حالت تحت کنترل کاهش می‌یابد. می‌توان گفت با دو برابر شدن اندازه نمونه، این دو معیار با ضریب $\sqrt{2}$ کاهش می‌یابند. این نتیجه با آنچه در مقاله جونز و اشتاینر [۱۱] برای نمودار RA-CUSUM برنولی حاصل شد، مطابقت دارد.

جدول ۱. عملکرد تحت کنترل تخمینی به ازای اندازه نمونه‌های مختلف فاز یک

اندازه نمونه	میانگین متوسط طول دنباله	میانگین تغییرپذیری طول دنباله
۷۶۰	۱۰۰۱	۱۱۰/۲
۱۵۲۰	۱۰۰۶	۸۳/۵
۳۰۴۰	۱۰۱۲	۵۶/۸

جدول ۲ اثر نرخ هشدارهای اشتباه مختلف (α) بر اثر خطای تخمین را نشان می‌دهد. چنانچه مشاهده می‌شود با دو برابر شدن نرخ هشدار اشتباه، مقادیر SDARL₀ دو برابر می‌شوند. مشابه همین رابطه در نمودار RA-CUSUM برنولی با حدود کنترلی پویا توسط جونز و اشتاینر [۱۱] نشان داده شد.

جدول ۲. عملکرد تحت کنترل تخمینی به ازای نرخ هشدارهای اشتباه مختلف

نرخ هشدار اشتباه	میانگین متوسط طول دنباله	میانگین تغییرپذیری طول دنباله
$\frac{1}{500}$	۵۰۱	۴۶/۶
$\frac{1}{1000}$	۱۰۰۳	۸۸/۲
$\frac{1}{1500}$	۱۵۰۸	۱۲۴/۳

اثر توزیع‌های مختلف ریسک بیماران بر اثر خطای تخمین در جدول ۳ نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد تغییرپذیری بیماران یا به اصطلاح تغییر در توزیع ریسک بیماران اثر ملایم‌تری بر اثر خطای تخمین نمودار کنترل RA-CUSUM با حدود کنترل احتمالی پویا برای خروجی‌های ترتیبی دارد.

جدول ۳. عملکرد تحت کنترل تخمینی به ازای توزیع ریسک‌های مختلف

توزیع ریسک بیماران	میانگین متوسط طول دنباله	میانگین تغییرپذیری طول دنباله
بیماران با ریسک پایین	۱۰۰۵	۸۶/۶
بیماران با ریسک بالا	۱۰۰۹	۹۲/۹

در سه سناریوی در نظر گرفته شده، اثر خطای تخمین بر عملکرد نمودار RA-CUSUM با حدود کنترل احتمالی پویا برای خروجی‌های ترتیبی قابل مشاهده بود. با این وجود، این تغییر برای سناریوی سوم کمتر بود چرا که اساساً نمودارهای کنترل RA-CUSUM با حدود احتمالی پویا با این هدف طراحی شده‌اند که اثرپذیری چندانی نسبت به توزیع ریسک بیماران نداشته باشند.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، اثر خطای تخمین در برآورد پارامترهای مدل تعدیل‌ریسک بر نمودار کنترل RA-CUSUM با حدود کنترل احتمالی پویا برای خروجی‌های ترتیبی جراحی سنجیده شد. نمودارهای کنترل با حدود احتمالی پویا با این هدف طراحی می‌شوند که فارغ از توزیع جامعه که برای تخمین پارامتر استفاده می‌شود، نمودار عملکرد مناسبی در دستیابی به متوسط طول دنباله مطلوب خود داشته باشد. این مهم چنانچه پیش‌تر هم نشان داده شده بود در سه سناریوی مختلف شبیه‌سازی که در این مقاله پیاده شد، تایید شد. اما با وجود اینکه AARL₀ در سطح مطلوب کنترل می‌شود، تغییرپذیری موجود در مقادیر ARL₀ که در قالب دو معیار SDARL₀ و SDSARL₀ گزارش شد، قابل چشم‌پوشی نیست؛ به ویژه، این تغییرپذیری برای نرخ هشدار اشتباه بیشتر و اندازه نمونه کوچک‌تر بیشتر است. ذکر این نکته لازم است که علیرغم اثری که خطای تخمین بر عملکرد تحت کنترل نمودارهای RA-CUSUM با حدود احتمالی پویا دارد، اما همچنان استفاده از این نمودارها نسبت به نمودارهای با حد کنترل ثابت ترجیح دارد.



برای تاثیرپذیری که عملکرد تحت کنترل نمودار از خطای تخمین دارد، بایستی روش‌های کاهش اثر خطای تخمین بر عملکرد تحت کنترل نمودار RA-CUSUM با حدود کنترل احتمالی پویا در پژوهش‌های آتی مد نظر قرار گیرند. به عنوان نمونه، استفاده از روش خودگردان‌سازی برای تخمین پارامترهای مدل می‌تواند یک گزینه عملی باشد.

منابع

- [1] Woodall, W.H., Fogel S.L., Steiner S.H. (2015). The monitoring and improvement of surgical outcome quality. *Journal of Quality Technology*, 47(4), 383–398.
- [2] Steiner, S. H., Cook, R.J., Farewell, V.T., Treasure, T. (2000). Monitoring surgical performance using risk-adjusted cumulative sum charts. *Biostatistics*, 1(4), 441–452.
- [3] Paynabar, K., Yeh, A.B. (2012). Phase I risk-adjusted control charts for monitoring surgical performance by considering categorical covariates. *Journal of Quality Technology*, 44(1), 39.
- [4] Lovegrove, J, Valencia, O., Treasure T., Sherlaw-Johnson C., Gallivan S. (1997). Monitoring the results of cardiac surgery by variable life-adjusted display. *Lancet*, 350(9085), 1128–1130.
- [5] Shortell S.M., Jones R.H., Rademaker A.W., Gillies R.R., Dranove D.S., Hughes EFX., Budetti P.P., Reynolds KSE, Huang CF. (2000). Assessing the impact of total quality management and organizational culture on multiple outcomes of care for coronary artery bypass graft surgery patients. *Medical Care*, 38(2), 207–217.
- [6] Ryan A.G., Wells L.J., Woodall W.H. (2011). Methods for monitoring multiple proportions when inspecting continuously. *Journal of Quality Technology*, 43(3), 237–248.
- [7] Tang, X., Gan, F.F., Zhang, L. (2015). Risk-adjusted cumulative sum charting procedure based on multiresponses. *Journal of the American Statistical Association*, 110(509), 16–26.
- [8] [13] Khosravi, R., Owlia, M.S., Fallahnezhad, M.S., & Amiri, A. (2018). Phase I risk-adjusted control charts for surgical data with ordinal outcomes. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 47(18), 4422–4432.
- [9] Jensen W.A., Jones-Farmer L.A., Champ C.W., (2006). Woodall W.H. Effects of parameter estimation on control chart properties: a literature review. *Journal of Quality Technology*, 38, 349–364.
- [10] Jones-Farmer L.A., Woodall W.H., Steiner S.H., Champ C.W. (2014). An overview of phase I analysis for process improvement and monitoring. *Journal of Quality Technology*, 46:265–280.
- [11] Jones M.A., Steiner S.H. (2012). Assessing the effect of estimation error on risk-adjusted CUSUM chart performance. *International Journal for Quality in Health Care*, 24(2), 176–181.
- [12] Tian W., Sun H., Zhang X., Woodall W.H. (2015). The impact of varying patient populations on the in-control performance of the risk-adjusted CUSUM chart. *International Journal for Quality in Health Care*, 27, 31–36.
- [13] Zhang X., Woodall W.H. (2017). Dynamic probability control limits for lower and two-sided risk-adjusted Bernoulli CUSUM charts. *Quality and Reliability Engineering International*, 33, 607–616.
- [14] Zhang, X., Loda, J. B., & Woodall, W. H. (2017). Dynamic probability control limits for risk-adjusted CUSUM charts based on multiresponses. *Statistics in medicine*, 36(16), 2547–2558.
- [15] Zhang X., Woodall W.H. (2017). Reduction of the effect of estimation error on in-control performance for risk-adjusted Bernoulli CUSUM chart with dynamic probability control limits. *Quality and Reliability Engineering International*, 33, 381–386.
- [16] Page ES. (1954). Continuous inspection schemes. *Biometrika*, 41(1/2), 100–115.
- [17] Parsonnet, V., Dean, D., Bernstein, A. D. (1989). A method of uniform stratification of risk for evaluating the results of surgery in acquired adult heart disease. *Circulation*, 79(6), 13–12.
- [18] Christensen, R.H.B. (2011). Analysis of ordinal data with cumulative link models—estimation with the ordinal package. R-package version, 13.
- [19] McCullagh P. (1980). Regression models for ordinal data. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 42(2), 109–142.
- [20] Margavio TM, Conerly MD, Woodall WH, Drake LG. (1995). Alarm rates for quality control charts. *Statistics & Probability Letters*, 24(3), 219–224.