International Conference ON MANAGEMENT ECONOMICS AND INDUSTRIAL ENGINEERING 2015 june 16
کنفرانس بین المللی مدیریت، اقتصاد و مهندسی صنایع ۲۶ خرداد ۱۳۹۴

نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی برای تعداد نقص ها با رویکرد فازی

رضا قشقایی[۱،*]، سید میثم موسوی[۲]، امیر حسین امیری[۲]

۱-* نویسنده مسئول: دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع،دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد، تهران

Re.qashqaei@gmail.com

۲- استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد، تهران

Sm.mousavi@shahed.ac.ir; Amirhossein.amiri@gmail.com

چکیده:

کنترل فرایند آماری، روشی برای ارزیابی فرآیندها می‌باشد. برای بررسی اینکه آیا فرایند تحت کنترل آماری یا خارج از کنترل آماری است، از نمودارهای کنترل استفاده می‌شود. برای پایش تعداد نقص ها در فرایند از نمودار کنترل C بهره گرفته می شود اما زمانی که تغییرات کوچکی در فرایند ایجاد گردد، این نمودار قادر به کشف سریع تغییر در فرایند نیست. در این مقاله تعداد نقص ها در فرایند به صورت فازی در نظر گرفته شده است یعنی تعداد نقص ها به طور قطعی مشخص نمی‌باشد. برای پایش تعداد نقص ها در فرایند زمانی که تغییرات کوچک در فرایند اتفاق می افتد، از نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی استفاده می‌شود. این نمودار قادر به تشخیص سریع خارج از کنترل بودن فرایند خواهد بود.

واژگان کلیدی: مجموعه های فازی، نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی، نمودار کنترل تعداد نقص ها، نمودارهای کنترل فازی.

۱- مقدمه

کنترل فرایند آماری (SPC)[۱] یکی از بهترین ابزارها برای کشف و بهبود مشکلات فرآیندها با کاهش تغییر پذیری است. یکی از ابزارهای هفتگانه SPC نمودارهای کنترل می‌باشند. نمودارهای کنترل از ابزارهای بسیار مفید و کارا در پایش فرآیندها هستند؛ زیرا این نمودارها با در نظر گرفتن حدود کنترل بالا و پائین برای فرآیندها، زمانی که در فرایند بنا به دلایلی تغییری ایجاد شود قادر به شناسایی تغییر در فرایند بوده و فرایند را خارج از کنترل اعلام می‌نمایند. از مهمترین نمودارهای کنترل می‌توان نمودارهای کنترل شوهارت را نام برد. این نمودارها برای کشف تغییرات کوچک در میانگین و واریانس فرآیندها حساس نبوده و اغلب برای کشف شیفت های بزرگ بکار برده می‌شوند.

برای پایش تعداد نقص ها از نمودار کنترل C و برای پایش متوسط تعداد نقص ها از نمودار کنترل U استفاده می‌شود. اما زمانی که تغییرات کوچکی در فرایند رخ دهد، این نمودارها قادر به تشخیص سریع خارج از کنترل بودن فرایند نبوده و به همین دلیل برای کشف سریع خارج از کنترل بودن فرایند، برای پایش تعداد نقص ها از نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی(EWMA)[۲] استفاده می‌شود. نمودار کنترل EWMA جزء نمودارهای کنترل با حافظه می‌باشد. این نمودار کنترل را میتوان برای هر آماره از نمونه ها تهیه کرد ولی اغلب برای داده های مربوط به متغیرهای کمی استفاده می گردد. نمودار EWMA بخاطر آنکه هر نقطه آن شامل اطلاعات مربوط به کلیه زیر گروههای قبلی می شود و نه فقط زیر گروه فعلی، پاسخ سریع تری نسبت به تغییرات در میانگین فرایند در مقایسه با نمودار کنترل تعداد نقص ها (C chart) ایجاد می‌کند[۵].

اغلب در نمودارهای کنترل داده ها بصورت قطعی در نظر گرفته می‌شود؛ اما بعضی از عوامل مانند خطاها در سیستم اندازه گیری، اپراتور، شرایط محیطی و غیره باعث می‌شود که نتوان داده ها را بصورت قطعی در نظر گرفت و میبایستی به صورت فازی در نظر گرفت. در این شرایط نمودارهای کنترل فازی[۳] ابزار مناسبی برای ارزیابی داده های فازی می‌باشند که می‌بایستی از تئوری مجموعه فازی[۴] استفاده شود. از مهمترین قابلیت های مجموعه های فازی توانایی مدل سازی داده های زبانی، تقریبی و مبهم می‌باشد.

نمودارهای کنترل فازی و کاربرد آن ها در ادبیات موضوع موجود می‌باشد. اولین نمودار کنترل فازی توسط راز و ونگ [۱۱] و ونگ و راز [۱۶] ارائه شد. آنها دو روش احتمالی و درجه عضویت را در نظر گرفتند. کاناگاوا و همکاران[۱۰] نمودارهای کنترل با اصطلاحات زبانی و داده های فازی با نقطه ثابت، برای میانگین و برای تغییر پذیری فرایند پیشنهاد دادند. ال- شال و موریس[۳] تحقیقاتی در زمینه استفاده از نظریه فازی برای اصلاح نقش های کنترل فرایند آماری در کاهش هشدارهای اشتباهی و همچنین بهبود در کشف سریع هشدارهای واقعی ارائه دادند. رویلند و ونگ[۱۲] روشی برای ارزیابی کنترل فرایند آماری فازی و ترکیب متدولوژی کنترل فرایند آماری سنتی با سیستم هوشمند معرفی نمودند. گولبی و همکاران[۷] نمودارهای کنترل با استفاده از برش آلفا برای داده های کیفی با بازرسی منظم کیفی با در نظر گرفتن اعداد مثلثی فازی پیشنهاد نمودند. چن[۲] روش طراحی نمودار کنترل فازی با خروجی های فازی را پیشنهاد نمود و دو نمودار کنترل برای پایش خروجی های فازی به منظور تعیین اینکه فرایند تحت کنترل می‌باشد یا خارج از کنترل طراحی نمود. گولبی و قهرمان [۸]و[۹] روش مستقیم فازی را پیشنهاد نمودند، آنها از روش مستقیم فازی و نمودار کنترل فازی برای داده‌های دارای ویژگی‌های مبهم احتمالی با رویدادهای فازی استفاده نمودند. فراز و مقدم [۶] نمودار فازی برای کنترل میانگین فرایند معرفی نمودند. آنها نمودار کنترل فازی با حدود هشدار در کنار حد کنترل بالا طراحی نمودند. ارگینل[۴] بصورت نظری ساختار نمودارهای کنترل برای مشاهدات انفرادی در حالت فازی، با تکنیک های تبدیل برش آلفا استفاده شده در میانه فازی آلفا سطح را نشان داد. سنتورک و ارگینل

۱- Statistical process control
۲- exponentially weighted moving average
۳ -fuzzy control charts
٤ -Fuzzy set theory

[۵] ابتدا بصورت نظری ساختار نمودارهای کنترل فازی $\overline{X}-R$ و $\overline{X}-S$ با روش های تبدیل برش آلفا استفاده شده در میانه فازی آلفا سطح را نشان دادند. آنها از تابع عضویت مثلثی فازی با اعداد فازی مثلثی (a,b,c) برای بدست آوردن نمودارهای کنترل $\overline{X}-R$ و $\overline{X}-S$ استفاده نمودند. سنتورک [۱۳] همچنین نمودار کنترل رگرسیون فازی را ارائه نمود. سنتورک و همکاران [۱۴] نمودارهای کنترل U فازی را توسعه دادند. علیپور و نورالسنا [۱] نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی چند متغیره فازی (F-MEWMA)[۵] و کاربرد آن در صنعت غذایی را معرفی نمودند. سنتورک و همکاران [۱۵] نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی فازی (FEWMA)[۶] را طراحی نمودند.

در این مقاله برای پایش تعداد نقص های فرایند در حالت فازی زمانی که تغییرات کوچک در فرایند اعمال می‌شود از نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی فازی استفاده می‌شود. برای مدل سازی نمودار کنترل EWMA از اعداد مثلثی فازی استفاده گردیده و از روش میانه آلفا سطح سویل سنتورک و همکاران[۱۵] برای تبدیلات فازی استفاده شده است.

ساختار مقاله بدین صورت می‌باشد که در بخش۲ تعاریف و اعداد فازی و روش های تبدیل فازی در ادبیات موضوع بیان شده، در بخش۳ مدل سازی ارائه شده برای پایش تعداد نقص های فازی توسط نمودار کنترل EWMA بیان شده، در بخش۴ مثالی از مدل سازی بیان شده آورده شده است و در بخش۵ نتیجه گیری بیان شده است.

۲- اعداد فازی و روش های تبدیل فازی

داده های غیر قطعی و مبهم را با روش های دقیق و قطعی نمیتوان محاسبه نمود، به همین دلیل مجموعه های فازی روش های ریاضی برای حل داده های غیر قطعی و مبهم بوجود آورده اند. با استفاده از این مجموعه ها می توان داده های مبهم را محاسبه نمود. در این مقاله داده ها به صورت عدد مثلثی فازی بیان شده اند. نحوه نمایش این اعداد در شکل۲ نمایش داده شده است. زمانی که داده ها بصورت فازی بیان می‌شود، می بایستی از روش‌هایی برای تبدیل داده ها استفاده نمود. در این خصوص چهار روش در ادبیات موضوع موجود می‌باشد.

۲-۱- مد فازی[۷] (f_{mode})

مد فازی متغیرهای اساسی متعلق به مجموعه فازی F بوده که دارای درجه عضویتی برابر با یک می باشند. [۱۶]

$$f_{mode}=\{X \mid \mu_F(X)=1\},\ \forall X \in F \qquad (1)$$

۲-۲- میان دامنه $\alpha-level$ فازی[۸] (f_{mr}^{α})

میانگین نقاط انتهایی یک برش آلفا که با F_α نشان داده می شود، یک زیر مجموعه غیر فازی از متغیر پایه ای x که شامل همه مقادیر با مقدار تابع عضویت بزرگتر مساوی α است. $F_\alpha=\{x \mid \mu_F(x)\geq\alpha\}$ که a_α و c_α نقاط انتهایی F_α می باشند. $a_\alpha=Min\{F_\alpha\}$ و $c_\alpha=Max\{F_\alpha\}$ که به صورت زیر می باشد[۱۶].

---

۵ -Fuzzy multivariate exponentially weighted moving average
۶ -Fuzzy exponentially weighted moving average
۷ -fuzzy mode
۸ - $\alpha-level$ fuzzy midrange

$$f_{mr}^{\alpha} = \frac{1}{2}(a_{\alpha} + c_{\alpha}) \quad (۲)$$

۲-۳- میانه فازی[۹] (f_{med})

این نقطه، نقطه ای است که نمودار تابع عضویت یک مجموعه فازی را به دو ناحیه برابر تقسیم می کند که بصورت معادله زیر نشان داده می شود[۱۶].

$$\int_a^{f_{med}} \mu_F(X)\,dX = \int_{f_{med}}^{c} \mu_F(X)\,dX = \frac{1}{2}\int_a^c \mu_F(X)\,dX \quad (۳)$$

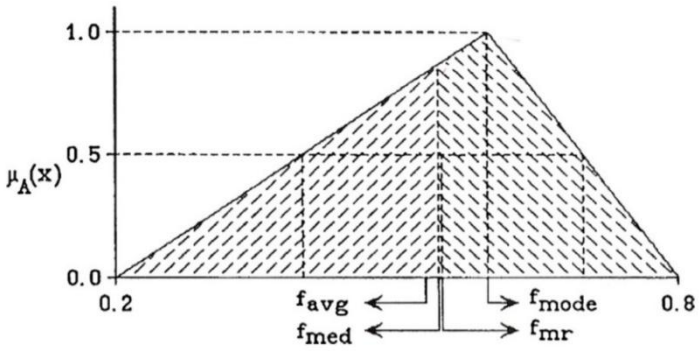
a و c نقاط انتهایی در متغیر پایه ای مجموعه فازی F هستند که a کوچکتر از c می باشد.

۲-۴- میانگین فازی[۱۰] (f_{avg})

بر اساس تعریف زاده [۱۷] به صورت زیر نشان داده می شود:

$$f_{avg} = Av(X;F) = \frac{\int_{x=0}^{1} x\,\mu_F(x)\,dx}{\int_{x=0}^{1} \mu_F(x)\,dx} \quad (۴)$$

در حالت کلی روش های تبدیل مد فازی و میان دامنه فازی $\alpha - level$ اغلب برای ساده سازی محاسبات در عمل مورد استفاده قرار می گیرد. شکل۱ نمایش گرافیکی این روش های تبدیل را در تابع عضویت مثلثی نشان می‌دهد.



شکل۱ روش های تبدیل فازی[۲]

۳- پایش تعداد نقص های فازی توسط نمودار کنترل EWMA

یک محصول معیوب ممکن است در یک یا چند مشخصه کیفی با استانداردها منطبق نباشد. لذا یک محصول معیوب حداقل دارای یک نقص است. حال حالتی را در نظر گرفته که تعداد نقص ها بطور قطعی مشخص نبوده که این عدم قطعیت به دلایلی همچون خطای اپراتور، خطای ابزارهای اندازه گیری و شرایط محیطی ایجاد می‌شود. در این مقاله تعداد نقص ها به صورت عدد فازی مثلثی (C_a, C_b, C_c) بیان شده است. برای پایش تعداد نقص ها از نمودار کنترل C استفاده می‌شود اما زمانی که تغییرات کوچک در فرایند اعمال شود نمودار کنترل C قادر به تشخیص سریع خارج از

۹ -fuzzy median
۱۰ -fuzzy average

کنترل فرایند نبوده به همین دلیل برای تقویت نمودار کنترل C برای کشف تغییرات کوچک و متوسط می‌توان آماره آن را در آماره نمودار EWMA تلفیق نمود. آماره آن بصورت زیر بیان می‌شود:

$$Z_t = \lambda X_t + (1-\lambda) Z_{t-1}; \quad Z_0 = C \tag{۵}$$

در این آماره $X \sim posson(C)$ و میانگین آن برابر $\mu = \overline{C}$ و واریانس آن برابر $\sigma^2 = \overline{C}$ می‌باشد.

حدود کنترل نمودار EWMA در صورتی که t بزرگ در نظر گرفته شود به صورت زیر بدست می آید:

$$UCL = \mu_x + L\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} = \overline{C} + L\sqrt{\frac{\overline{C}.\lambda}{2-\lambda}} \tag{۶}$$

$$CL = \mu_x = \overline{C} \tag{۷}$$

$$LCL = \mu_x - L\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} = \overline{C} - L\sqrt{\frac{\overline{C}.\lambda}{2-\lambda}} \tag{۸}$$

حال اگر تعداد نقص ها به صورت عدد فازی مثلثی (C_a, C_b, C_c) بیان شود می توان برای آنها حدود کنترل فازی در نظر گرفت. آماره مربوط به نمودار EWMA در حالت فازی بصورت زیر می باشد:

$$Z_i = \lambda(C_a, C_b, C_c) + (1-\lambda) Z_{i-1} \tag{۹}$$

۳-۱- حدود کنترل نمودار فازی EWMA برای پایش تعداد نقص ها

$$UCL = (\overline{C}_a, \overline{C}_b, \overline{C}_c) + L\sqrt{\frac{(\overline{C}_a, \overline{C}_b, \overline{C}_c).\lambda}{2-\lambda}}$$
$$= \overline{C}_a + L\sqrt{\frac{\overline{C}_a.\lambda}{2-\lambda}}, \overline{C}_b + L\sqrt{\frac{\overline{C}_b.\lambda}{2-\lambda}}, \overline{C}_c + L\sqrt{\frac{\overline{C}_c.\lambda}{2-\lambda}} \tag{۱۰}$$

$$CL = (\overline{C}_a, \overline{C}_b, \overline{C}_c) \tag{۱۱}$$

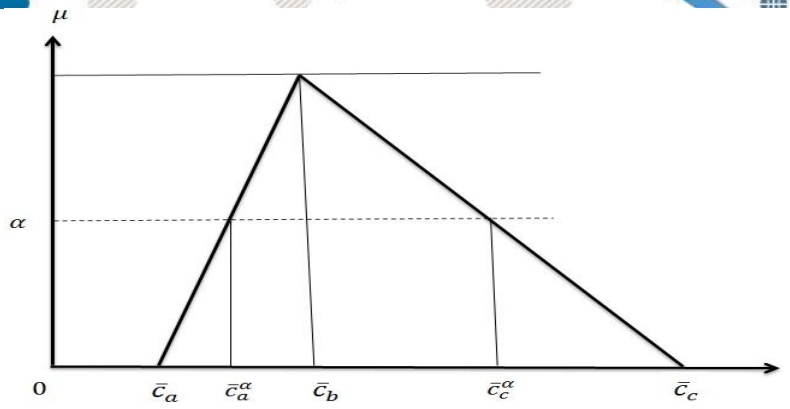
$$LCL = (\overline{C}_a, \overline{C}_b, \overline{C}_c) - L\sqrt{\frac{(\overline{C}_a, \overline{C}_b, \overline{C}_c).\lambda}{2-\lambda}}$$
$$= \overline{C}_a - L\sqrt{\frac{\overline{C}_c.\lambda}{2-\lambda}}, \overline{C}_b - L\sqrt{\frac{\overline{C}_b.\lambda}{2-\lambda}}, \overline{C}_c - L\sqrt{\frac{\overline{C}_a.\lambda}{2-\lambda}} \tag{۱۲}$$

۳-۲- حدود کنترل نمودار EWMA برش‌های آلفا

در ابتدا برش آلفا برای کران پائین و بالای اعداد فازی مثلثی زده به کار برده می‌شود. نحوه نمایش این اعداد در شکل۲ نشان داده شده است.

$$\overline{C}_a^{\alpha} = \overline{C}_a + \alpha(\overline{C}_b - \overline{C}_a) \tag{۱۳}$$

$$\overline{C}_a^{\alpha} = \overline{C}_c - \alpha(\overline{C}_c - \overline{C}_b) \tag{۱۴}$$



شکل۲ نمایش اعداد فازی مثلثی

با استفاده از اعداد فازی برش آلفا، حدود کنترل برش آلفا فازی بدست می آید

$$UCL^{\alpha} = (\bar{C}_a^{\alpha}, \bar{C}_b, \bar{C}_c^{\alpha}) + L\sqrt{\frac{(\bar{C}_a^{\alpha}, \bar{C}_b, \bar{C}_c^{\alpha}).\lambda}{2-\lambda}}$$
$$= \bar{C}_a^{\alpha} + L\sqrt{\frac{\bar{C}_a^{\alpha}.\lambda}{2-\lambda}}, \bar{C}_b + L\sqrt{\frac{\bar{C}_b.\lambda}{2-\lambda}}, \bar{C}_c^{\alpha} + L\sqrt{\frac{\bar{C}_c^{\alpha}.\lambda}{2-\lambda}} \quad (۱۵)$$

$$CL = (\bar{C}_a^{\alpha}, \bar{C}_b, \bar{C}_c^{\alpha}) \quad (۱۶)$$

$$LCL^{\alpha} = (\bar{C}_a^{\alpha}, \bar{C}_b, \bar{C}_c^{\alpha}) - L\sqrt{\frac{(\bar{C}_a^{\alpha}, \bar{C}_b, \bar{C}_c^{\alpha}).\lambda}{2-\lambda}}$$
$$= \bar{C}_a^{\alpha} - L\sqrt{\frac{\bar{C}_c^{\alpha}.\lambda}{2-\lambda}}, \bar{C}_b - L\sqrt{\frac{\bar{C}_b.\lambda}{2-\lambda}}, \bar{C}_c^{\alpha} - L\sqrt{\frac{\bar{C}_a^{\alpha}.\lambda}{2-\lambda}} \quad (۱۷)$$

۳-۳- میانه فازی $\alpha - level$ برای نمودار کنترل برش آلفا

با استفاده از روش تبدیل میانه $\alpha - level$ می توان نمودار کنترل EWMA فازی برش آلفا را به حدود قطعی تبدیل نمود، که این تبدیل بصورت زیر می باشد:

$$UCL_{med}^{\alpha} = CL + L\sqrt{\frac{(\bar{C}_a{}^{\alpha} + \bar{C}_b + \bar{C}_c{}^{\alpha})}{3} \times \frac{\lambda}{2-\lambda}} \quad (۱۸)$$

$$CL_{med}^{\alpha} = \frac{1}{3}(\bar{C}_a{}^{\alpha} + \bar{C}_b + \bar{C}_c{}^{\alpha}) \quad (۱۹)$$

$$LCL_{med}^{\alpha} = CL - L\sqrt{\frac{(\bar{C}_a{}^{\alpha} + \bar{C}_b + \bar{C}_c{}^{\alpha})}{3} \times \frac{\lambda}{2-\lambda}} \quad (۲۰)$$

برای محاسبه اینکه هر کدام از نمونه ها تحت کنترل بوده یا خارج از کنترل میانه فازی $\alpha - level$ برای هر کدام از نمونه ها بدست آورده می شود که بصورت زیر خواهد بود:

$$S_{med}^{\alpha} = \frac{1}{3}(C_{a.j}^{\alpha} + C_{b.j}^{\alpha} + C_{c.j}^{\alpha}) \quad (۲۱)$$

در رابطه بالا اندیس j نشان دهنده jامین نمونه می باشد.

۴- مثال کاربردی

جدول۱ تعداد نقص های مربوط به ۲۰ نمونه متوالی ۱۰۰ تایی صفحات مدار چاپ شده که به صورت عددی فازی مثلثی نمایش داده شده است را نشان می‌دهد. برای بررسی اینکه هر کدام از نمونه ها تحت کنترل می‌باشند یا خارج از کنترل حدود کنترل فازی و حدود کنترل قطعی داده ها محاسبه می‌شود. برای پایش داده ها از حدود کنترل ۳ انحراف معیار استفاده شده و ضریب هموار سازی نمودار کنترل EWMA برابر ۰/۲ در نظر گرفته می‌شود.

جدول۱ داده های مربوط به تعداد نقص ها در نمونه های ۱۰۰ تایی صفحات مدار چاپ شده

شماره نمونه	C_c	C_b	C_a
۱	۲۲	۲۱	۱۹
۲	۲۴	۲۲	۲۱
۳	۱۸	۱۶	۱۴
۴	۱۷	۱۶	۱۳
۵	۱۸	۱۵	۱۴
۶	۱۴	۱۳	۱۱
۷	۲۰	۱۹	۱۷
۸	۲۱	۲۰	۱۹
۹	۲۵	۲۳	۲۱
۱۰	۲۴	۲۱	۲۰
۱۱	۲۱	۲۰	۱۸
۱۲	۲۴	۲۳	۲۰
۱۳	۱۷	۱۶	۱۵
۱۴	۲۰	۱۹	۱۷
۱۵	۲۳	۲۱	۲۰
۱۶	۱۹	۱۷	۱۵
۱۷	۱۸	۱۵	۱۳
۱۸	۲۳	۲۲	۱۸
۱۹	۲۰	۱۸	۱۷
۲۰	۲۹	۲۸	۲۶
	$\overline{C}_c = ۲۰/۸۵$	$\overline{C}_b = ۱۹/۲۵$	$\overline{C}_a = ۱۷/۴۰$

در ابتدا حدود کنترل فازی به ازاء $\lambda = ۰/۲$ برای داده ها محاسبه می‌شود.

$$UCL = \overline{C}_a + 3\sqrt{\frac{\overline{C}_a.\lambda}{2-\lambda}}, \overline{C}_b + 3\sqrt{\frac{\overline{C}_b.\lambda}{2-\lambda}}, \overline{C}_c + 3\sqrt{\frac{\overline{C}_c.\lambda}{2-\lambda}} =$$

$$17.40 + 3\sqrt{\frac{17.40(0.2)}{2-0.2}}, 19.25 + 3\sqrt{\frac{19.25(0.2)}{2-0.2}}, 20.85 + \sqrt{\frac{20.85(0.2)}{2-0.2}} = (21.57, 23.64, 25.42)$$

$$CL = (\overline{C}_a, \overline{C}_b, \overline{C}_c) = (17.40, 19.25, 20.85)$$

$$LCL = \overline{C}_a - 3\sqrt{\frac{\overline{C}_c.\lambda}{2-\lambda}}, \overline{C}_b - 3\sqrt{\frac{\overline{C}_b.\lambda}{2-\lambda}}, \overline{C}_c - 3\sqrt{\frac{\overline{C}_a.\lambda}{2-\lambda}} =$$

$$17.40 - 3\sqrt{\frac{20.85(0.2)}{2-0.2}}, 19.25 - 3\sqrt{\frac{19.25(0.2)}{2-0.2}}, 20.85 - \sqrt{\frac{17.40(0.2)}{2-0.2}} = (12.83, 14.86, 16.68)$$

برای محاسبه حدود کنترل برش آلفا، اعداد فازی برش آلفا به ازاء $\alpha = ۰/۶۵$ محاسبه شده و در حدود کنترل قرار داده می‌شوند:

$$\overline{C}_a^{\alpha} = \overline{C}_a + \alpha(\overline{C}_b - \overline{C}_a) = 17.40 + 0.65 \times (19.25 - 17.40) = 18.60$$

$$\overline{C}_a^{\alpha} = \overline{C}_c - \alpha(\overline{C}_c - \overline{C}_b) = 20.85 - 0.65 \times (20.85 - 19.25) = 19.81$$

$$UCL^{\alpha} = \overline{C}_a^{\alpha} + 3\sqrt{\frac{\overline{C}_a^{\alpha}.\lambda}{2-\lambda}}, \overline{C}_b + 3\sqrt{\frac{\overline{C}_b.\lambda}{2-\lambda}}, \overline{C}_c^{\alpha} + 3\sqrt{\frac{\overline{C}_c^{\alpha}.\lambda}{2-\lambda}} =$$

$$18.60 + 3\sqrt{\frac{18.60(0.2)}{2-0.2}}, 19.25 + 3\sqrt{\frac{19.25(0.2)}{2-0.2}}, 19.81 + \sqrt{\frac{19.81(0.2)}{2-0.2}} = (22.91, 23.64, 24.26)$$

$$CL^{\alpha} = (\overline{C}_a^{\alpha}, \overline{C}_b, \overline{C}_c^{\alpha}) = (18.60, 19.25, 19.81)$$

$$LCL^{\alpha} = \overline{C}_a^{\alpha} - 3\sqrt{\frac{\overline{C}_c^{\alpha}.\lambda}{2-\lambda}}, \overline{C}_b - 3\sqrt{\frac{\overline{C}_b.\lambda}{2-\lambda}}, \overline{C}_c^{\alpha} - 3\sqrt{\frac{\overline{C}_a^{\alpha}.\lambda}{2-\lambda}} =$$

$$18.60 - 3\sqrt{\frac{19.81(0.2)}{2-0.2}}, 19.25 - 3\sqrt{\frac{19.25(0.2)}{2-0.2}}, 19.81 - \sqrt{\frac{18.60(0.2)}{2-0.2}} = (14.15, 14.86, 15.50)$$

با استفاده از روش تبدیل میانه فازی حدود کنترل قطعی نمودار EWMA محاسبه می‌شود.

$$UCL = CL + 3\sqrt{\frac{(\overline{C}_a^{\alpha} + \overline{C}_b + \overline{C}_c^{\alpha})}{3} \times \frac{\lambda}{2-\lambda}} = 19.22 + 3\sqrt{\frac{19.22(0.2)}{2-0.2}} = 23.60$$

$$CL = \frac{1}{3}(\overline{C}_a^{\alpha} + \overline{C}_b + \overline{C}_c^{\alpha}) = \frac{1}{3}(18.60 + 19.25 + 19.81) = 19.22$$

$$LCL = CL - 3\sqrt{\frac{(\overline{C}_a^{\alpha} + \overline{C}_b + \overline{C}_c^{\alpha})}{3} \times \frac{\lambda}{2-\lambda}} = 19.22 - 3\sqrt{\frac{19.22(0.2)}{2-0.2}} = 14.84$$

برای بررسی اینکه هر کدام از نمونه ها تحت کنترل بوده یا خارج از کنترل میانه اعداد برش آلفا هر کدام از نمونه ها را بدست آورده و با حدود کنترل قطعی بدست آمده مقایسه می‌کنیم، اگر داخل حدود کنترل باشد، آن نمونه تحت کنترل و اگر خارج از حدود کنترل باشد، آن نمونه خارج از حدود کنترل در نظر گرفته می‌شود. برای مثال میانه اعداد برش آلفا نمونه اول را بدست آورده که برابر با ۲۰/۸۸ می‌شود؛ پس نمونه اول تحت کنترل آماری خواهد بود.

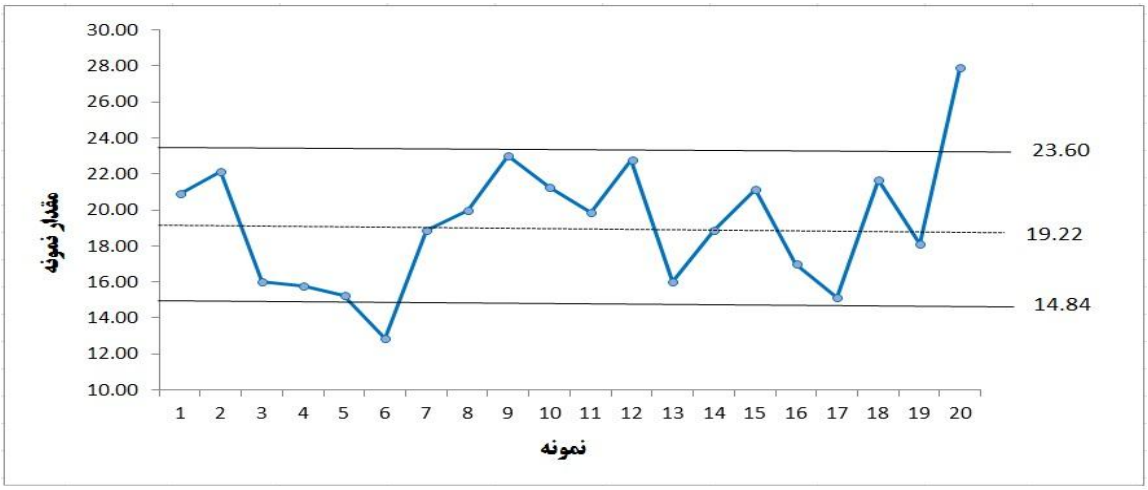
$$C_{a.1}^{0.65} = C_a + \alpha(C_b - C_a) = 19 + 0.65 \times (21 - 19) = 20.30$$

$$C_{b.1} = 21$$

$$C_{c.1}^{0.65} = \overline{C}_c - \alpha(\overline{C}_c - \overline{C}_b) = 22 - 0.65 \times (22 - 21) = 21.35$$

$$S_{med.1}^{\alpha} = \frac{1}{3}(C_{a.1}^{\alpha} + C_{b.1} + C_{c.1}^{\alpha}) = \frac{1}{3}(20.30 + 21 + 21.35) = 20.88$$

شکل۳ روند فرایند را نشان می‌دهد، همان طور که مشخص است نمونه های ۶ و ۲۰ خارج از کنترل بوده و بقیه نمونه ها تحت کنترل می‌باشند.



شکل۳ نمودار کنترل EWMA فازی، میانه $\alpha - level$ فازی و وضعیت فرایند

۵- نتیجه گیری

به دلیل وجود خطا در فرایند مانند خطای اندازه‌گیری، خطای ناشی از خستگی اپراتور و شرایط محیطی همیشه نمی‌توان بصورت قطعی در مورد تعداد نقص‌ها تصمیم گیری نمود. در این مقاله تعداد نقص ها بصورت عدد فازی مثلثی در نظر گرفته شده و برای پایش آنها زمانی که تغییرات کوچک در فرایند اتفاق می افتد، از نمودار کنترل EWMA استفاده می‌شود. بدلیل آنکه نمودار کنترل EWMA به کشف تغییرات کوچک حساس بوده و سریع تر فرایند را خارج از کنترل اعلام میکند. همان طور که مشاهده شده ابتدا برای داده ها حدود کنترل فازی طراحی نموده و سپس با استفاده از اعداد برش آلفا و روش های تبدیل فازی حدود کنترل قطعی بدست آورده شده است.

مراجع

[۱]. Alipour, H., & Noorossana, R. (۲۰۱۰). Fuzzy multivariate exponentially weighted moving average control chart. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, *۴۸(۹-۱۲), ۱۰۰۱-۱۰۰۷.*

[۲]. Cheng, C. B. (۲۰۰۵). Fuzzy process control: construction of control charts with fuzzy numbers. Fuzzy sets and systems, *۱۵۴(۲), ۲۸۷-۳۰۳.*

[۳]. El-Shal, S. M., & Morris, A. S. (۲۰۰۰). A fuzzy rule-based algorithm to improve the performance of statistical process control in quality systems. Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, *۹(۳), ۲۰۷-۲۲۳.*

[۴]. Erginel, N. (۲۰۰۸). Fuzzy individual and moving range control charts with α-cuts. Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, *۱۹(۴), ۳۷۳-۳۸۳.*

[۵]. Entürk , S., Erginel, N. (۲۰۰۹). Development of fuzzy $\overline{X} - R$ and $\overline{X} - S$ control charts using $\alpha - cuts$, Information Science. *۱۷۹(۳) ۱۵۴۲–۱۵۵۱.*

[۶]. Faraz, A., & Moghadam, M. B. (۲۰۰۷). Fuzzy control chart a better alternative for Shewhart average chart. Quality & quantity, *۴۱(۳), ۳۷۵-۳۸۵.*

[۷]. Gülbay, M., Kahraman, C., & Ruan, D. (۲۰۰۴). α-Cut fuzzy control charts for linguistic data. International Journal of Intelligent Systems, *۱۹(۱۲), ۱۱۷۳-۱۱۹۵.*

[۸]. Gülbay, M., & Kahraman, C. (۲۰۰۶). Development of fuzzy process control charts and fuzzy unnatural pattern analyses. Computational Statistics & Data Analysis, *۵۱(۱), ۴۳۴-۴۵۱.*

[۹]. Gülbay, M., & Kahraman, C. (۲۰۰۷). An alternative approach to fuzzy control charts: Direct fuzzy approach. Information Sciences, *۱۷۷(۶), ۱۴۶۳-۱۴۸۰.*

[۱۰]. Kanagawa, A., Tamaki, F., & Ohta, H. (۱۹۹۳). Control charts for process average and variability based on linguistic data. The International Journal of Production Research, *۳۱(۴), ۹۱۳-۹۲۲.*

[۱۱]. Raz, T., & Wang, J. H. (۱۹۹۰). Probabilistic and membership approaches in the construction of control charts for linguistic data. Production Planning & Control, *۱(۳), ۱۴۷-۱۵۷.*

[۱۲]. Rowlands, H., & Wang, L. R. (۲۰۰۰). An approach of fuzzy logic evaluation and control in SPC. Quality and Reliability Engineering International, *۱۶(۲), ۹۱-۹۸.*

[۱۳]. Sentürk, S. (۲۰۱۰). Fuzzy regression control chart based on α-cut approximation. International Journal of Computational Intelligence Systems, *۳(۱), ۱۲۳-۱۴۰.*

[۱۴]. Sentürk, S., Erginel, N., Kaya, I., & Kahraman, C. (۲۰۱۱). Design of Fuzzy $\tilde{u}$ Control Charts. Multiple-Valued Logic and Soft Computing, *۱۷(۵-۶), ۴۵۹-۴۷۳.*

[۱۵]. Şentürk, S., Erginel, N., Kaya, İ., & Kahraman, C. (۲۰۱۴). Fuzzy exponentially weighted moving average control chart for univariate data with a real case application. Applied Soft Computing, *۲۲, ۱-۱۰.*

[۱۶]. Wang, J. H., & Raz, T. (۱۹۹۰). On the construction of control charts using linguistic variables. The International Journal of Production Research, *۲۸(۳), ۴۷۷-۴۸۷.*

[۱۷]. Zadeh, L., Fuzzy sets, Information. Control *۸ (۱۹۶۵) ۳۳۸–۳۵۳.*