# یک مدل برنامه ریزی ریاضی خاکستری برای مدیریت لجستیک معکوس با در نظر گرفتن انبار متقاطع

**فرزاد عظیمی**

دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد، تهران

farzadazimi90@yahoo.com

**سید میثم موسوی**

دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد، تهران

sm.mousavi@shahed.ac.ir

**محسن رجب زاده**

دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد، تهران

mohsen.rajabzadeh@shahed.ac.ir

## چکیده

رقابت شدید بین سازمان‌ها برای کسب سهم بیشتر بازار و سود بالاتر، مدیران را به استفاده از تکنیک‌های جدید و مقرون‌به‌صرفه ترغیب می‌کند. کالاهای برگشتی و مازاد بر نیاز همواره بخش قابل توجهی از موجودی فروشگاه‌ها و شرکت‌ها را تشکیل می‌دهند که تصمیم‌گیری در مورد این کالاها می‌تواند اثرات ملموسی را بر روی سود و زیان آن‌ها داشته باشد. در این مقاله مدلی جامع جهت تصمیم‌گیری در مورد اسقاط یا تجاری‌سازی مجدد محصولات فروخته نشده خرده‌فروشان با بهره‌گیری از سیستم انبار متقاطع در توزیع مجدد آن‌ها ارائه می‌شود. درآمد حاصل از فروش و هزینه‌های حمل‌ونقل دو فاکتور مهم برای تصمیم‌گیری در مسئله موردبررسی هستند که به دلیل ماهیت غیرقطعی هزینه و درآمد، نوسانات بازار و مبهم بودن تقاضای مشتریان جدید، از برنامه‌ریزی غیرقطعی یا به‌عبارت‌دیگر تئوری خاکستری جهت مدل‌سازی مسئله استفاده می‌شود. در نهایت مدل پیشنهادی جهت حل یک مثال ساده و نشان دادن کاربردی بودن تحقیق مورداستفاده قرار می‌گیرد و از تحلیل حساسیت روی پارامترهای مهم جهت اعتبار سنجی مدل استفاده می‌شود.

**واژگان کلیدی :** مدیریت لجستیک معکوس، انبار عبوری، مدل برنامه‌ریزی ریاضی، تئوری خاکستری

## ۱. مقدمه

در دو دهه اخیر لجستیک معکوس[1]مورد توجه مدیران و محققان بوده است. معرفی قوانین زیست‌محیطی، آگاهی جامعه نسبت به مسائل زیست‌محیطی، نیازهای دولتی، مسئولیت‌پذیری اجتماعی مدیران و رشد فشارهای رقابتی سازمان‌ها ازجمله دلایل افزایش اهمیت لجستیک معکوس است. لجستیک معکوس، فرآیند برنامه‌ریزی، پیاده‌سازی و کنترل مؤثر جریانات ورودی و ذخیره‌سازی محصولات دسته دوم و اطلاعات مرتبط با این محصولات در مسیر معکوس زنجیره تأمین کلاسیک با هدف بازیابی یا از بین بردن محصولات دسته دوم تعریف می‌شود (Mahaboob et al.,2012).

انبار متقاطع[2]یک نقطه میانی در شبکه توزیع است. برخلاف انبارداری سنتی، یک انبار متقاطع به دنبال این است که کم‌ترین مقدار کالا را در انبار نگهداری کند. هر باری که کامیون‌های ورودی وارد حیاط انبار متقاطع می‌شوند، یک درب اسکله به آن اختصاص داده می‌شود که اقلام ورودی تخلیه و سپس اسکن می‌شوند تا مقصد موردنظر آن‌ها تعیین شود. در ادامه اقلام ورودی دسته‌بندی و در داخل بارانداز جابجا می‌شوند و درون کامیون‌های خروجی برای تحویل فوری در جایی که در سیستم توزیع وجود دارند؛ بارگیری می‌شوند (Boysen and Fliedner, 2010).

لجستیک معکوس به‌عنوان یک استراتژی مدیریت موفق و سودمند در بین مدیران شناخته‌شده است. تصمیم‌گیری در مورد کالاهای برگشتی در لجستیک معکوس یکی از مهم‌ترین تصمیماتی است که همواره پیش روی مدیران فروشگاه‌های خرده‌فروشی است. انبار متقاطع بیشتر در لجستیک روبه‌جلو بررسی‌شده که نتایج مفید و ارزشمندی نیز داشته است. چگونگی به‌کارگیری سیستم انبار متقاطع در لجستیک معکوس و بهره بردن از مزایای آن و در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های موجود در این مسئله می‌تواند باعث ارتقای کارآیی فرایند حمل‌ونقل کالاهای بازگشتی شود.

در یک شبکه زنجیره تأمین، عملیات فروش و بازاریابی، تحویل به‌موقع، عملکرد تأمین‌کننده، وظیفه‌های مهم و اساسی برای مدیران به‌حساب می‌آید. در زنجیره تأمین معکوس علاوه بر موارد ذکرشده درآمد و هزینه نیز برای مدیران یکی از مسائل مهم بشمار می‌آید و به دلیل این‌که باید زمان تحویل محصولات به مشتریان و تعداد بهینه محصولات مشخص شود در این گونه مسائل، هزینه نقش مهم تری برای مدیران بیشتر دارد. از آنجایی‌که هزینه ماهیت غیرقطعی دارد می‌توان برای دست‌یابی به جواب‌های بهتر و مقابله با نوسانات بازار از رویکردهای عدم قطعیت استفاده کرد. برای مثال هزینه‌های زیست‌محیطی، هزینه‌های کاهش آلودگی، هزینه‌های بازیافت و هزینه جابجایی از جمله مواردی هستند که دارای عدم قطعیت هستند؛ هم‌چنین استفاده مدیران از نظرات خبرگان و به‌کارگیری متغیرهای زبانی از دیگر دلایلی است که می‌توان اظهار کرد؛ استفاده از تئوری عدم قطعیت به تصمیم‌گیری بهتر مدیران کمک می‌کند. در این مقاله از تئوری خاکستری[3] استفاده شده است.

Vahdani and Zandieh (2010) مسئله زمان‌بندی کامیون‌ها در سیستم انبار متقاطع را بررسی کردند که در این مسئله یک انبار متقاطع با فضای ذخیره‌سازی موقت در نظر گرفته شد. آن‌ها ۵ الگوریتم فرا ابتکاری برای زمان‌بندی کامیون‌ها در سیستم انبار عبوری را توسعه دادند که هدف مسئله مورد بررسی حداقل کردن زمان کل عملیات بود.

---

[1] Reverse Logistics
[2] Cross-Dock
[3] Grey theory

Hasani-Goodarzi and Tavakkoli-Moghaddam (2012) مسئله مسیریابی وسایل نقلیه را با در نظر گرفتن انبار متقاطع بررسی کردند. آن‌ها در این مسئله ظرفیت وسایل نقلیه را محدود در نظر گرفته بودند و مسئله را با چندین محصول مدل کرده بودند. هدف مسئله، تعیین تعداد بهینه وسایل نقلیه و مسیر بهینه هر یک از وسایل نقلیه بود. آن‌ها این مسئله را به صورت عدد صحیح مختلط مدل کردند و برای حل این مسئله از نرم‌افزار گمز استفاده کردند.

Ladier and Alpan (2016) یک مرور بر ادبیات موجود در زمینه انبار متقاطع انجام دادند. آن‌ها در این تحقیق روش‌های به کارگیری انبار متقاطع برای موفقیت در صنعت را ذکر کردند. در این مسئله انبار متقاطع از دیدگاه تصمیمات استراتژیک، تصمیمات تاکتیکی و تصمیمات عملیاتی بررسی شد و از یک سری معیارها برای اندازه‌گیری عملکرد انبار متقاطع استفاده گردید. آن‌ها در ادامه مقالات موجود را با معیارهای ذکر شده بررسی کردند. Torkashvand et al., (2017) یک مسئله زمان‌بندی جریان کارگاهی چند هدفِ با در نظر گرفتن تداخل کارها را ارائه دادند. در این مقاله کارها به دو دسته و هر دسته با یک هدف مشخص در نظر گرفته شد، آن‌ها دسته‌ای از کارها را با هدف حداقل کردن کل زمان عملیات و دسته‌ی دیگر را با هدف حداقل کردن تأخیر ورود کل[1] به صورت برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط مدل‌سازی کردند و با سه الگوریتم ژنتیک چند هدفِ با مرتب‌سازی نامغلوب[2]، الگوریتم ژنتیک چند هدفِ[3]، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید چند هدفِ[4] حل و با یک الگوریتم ابتکاری مقایسه کردند.

Kaboudani et al. (2018) مسئله مسیریابی و زمان‌بندی کامیون‌ها در یک شبکه زنجیره تأمین سه سطحی را هم در لجستیک روبه‌جلو[5] و هم در لجستیک معکوس بررسی کرده‌اند که این شبکه زنجیره تأمین، تأمین‌کننده، انبار عبوری و خرده‌فروشان را شامل می‌شود. آن‌ها این مسئله را به دو صورت در نظر گرفته‌اند؛ در حالت اول کامیون‌ها محصولات را از تأمین‌کنندگان تحویل می‌گیرند و وارد انبار عبوری می‌شوند؛ سپس کامیون‌ها محصولات را به مشتریان تحویل می‌دهند و محصولات بازگشتی را به انبار متقاطع باز می‌گردانند؛ دوباره به تأمین‌کنندگان مراجعه می‌کنند و محصولات بازگشتی را به آن‌ها تحویل می‌دهند. در حالت دوم گام سوم را حذف می‌کنند. این مسئله به‌صورت برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط مدل شده و با روش شبیه‌سازی تبرید[6] حل‌شده است.

Zuluaga et al. (2016) کاربرد انبار متقاطع در لجستیک معکوس را بررسی کردند. آن‌ها دلایل استفاده نکردن از انبار متقاطع در لجستیک معکوس را ندانستن اطلاعات کافی می‌دانند و اطلاعات لازم را شامل اطلاعات تقاضا، اطلاعات عرضه و تطبیق عرضه و تقاضا معرفی کرده‌اند. سپس عملیات لازم لجستیک معکوس در انبار متقاطع را معرفی می‌کنند. آن‌ها از درصد تطبیق محصولات با توجه به سفارش‌های مشتریان به عنوان یک معیار برای میزان انعطاف‌پذیری انبار متقاطع استفاده می‌کنند. در ادامه این مسئله را به صورت برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط مدل می‌کنند و اثرات استفاده از انبار عبوری در مدیریت لجستیک معکوس را نشان می‌دهند.

در این مقاله ادامه کار خوان پابلو و همکارانش انجام شده است. همواره در یک شبکه زنجیره تأمین، کالاهایی وجود دارند که با وجود سالم بودن، به دلایل مختلف فروش نرفته و در فروشگاه باقی می‌مانند. برای مدیران تصمیم‌گیری در مورد این قبیل کالاها یکی از مهم‌ترین تصمیمات در لجستیک معکوس است. می‌توان این کالاها را به فروشگاه‌های حراجی[7] جهت فروش با قیمت پایین‌تر ارسال کرد و یا با حداقل قیمت اسقاط کرد. هر یک از این تصمیمات مزایا و هزینه‌هایی دارد که پرداختن به آن‌ها یکی از مسائل پیش روی مدیران خواهد بود. علاوه بر موارد ذکر شده، عدم قطعیت و نامعین بودن داده‌ها

[1] Total tardeness
[2] Non Sorting Genetic Algorithm II
[3] Multi Objective Genetic Algorithm
[4] Multi Objective Simulated Annealing
[5] Forward Logistics
[6] Simulated annealing
[7] Outlet stores

در دنیای واقعی، در عمل تخمین هزینه‌ها و برنامه‌ریزی عملیات در انبارهای متقاطع را به امری پیچیده برای مدیران تبدیل می‌کند. این تغییرات پیوسته اتفاق می‌افتند و اغلب منجر به افزایش هزینه و کاهش کارآیی می‌شود.

ادامه تحقیق به شرح زیر است : در بخش ۲ توضیحاتی در مورد تئوری خاکستری داده شده است. در قسمت ۳ یک مدل ریاضی قطعی و غیرقطعی ارائه شده است. یک مثال کاربردی برای درک بهتر مدل ارائه شده است و تحلیل حساسیت نیز در بخش ۴ انجام شده و در قسمت آخر نیز نتیجه‌گیری و پیشنهادهای آتی ارائه شده است.

## ۲. تعاریف اولیه

Deng (1982) برای اولین بار مفهوم ارتباط خاکستری را بر اساس تئوری سیستم‌ها بنا نهاد. این روش می‌تواند برای حل مسائل دارای داده‌های متفاوت و اطلاعات ناقص استفاده شود. یکی از مزایای تئوری خاکستری در این است که می‌تواند با استفاده از روابط کم میان داده‌ها و تفاوت زیاد میان شاخص‌ها، خروجی مورد قبولی ارائه دهد. این روش، همبستگی میان اجزای یک سیستم و سری‌های مرجع را مورد کنکاش قرار می‌دهد و برای حل مسائل مبهم و مسائلی که داده‌های گسسته و اطلاعات ناقص دارند به کار می‌رود و با استفاده از اطلاعات نسبتاً کم و با تغییرپذیری بسیار در معیارها، خروجی‌های رضایت بخش و مطلوبی را تولید می‌کند.

تحلیل رابطه خاکستری شامل چندین گام اساسی است. اولین گام آن ایجاد رابطه خاکستری است، در این مرحله با پردازش مناسب روی داده‌ها، رابطه خاکستری ایجاد می‌شود. در مرحله دوم باید میزان رابطه خاکستری را اندازه‌گیری کرد که اصطلاحاً درجه رابطه خاکستری خود مستلزم محاسبه ضریب رابطه خاکستری است. برخی از مهم‌ترین مزایای تحلیل رابطه خاکستری در مقایسه با سایر روش‌های محاسبه، این است که در تحلیل رابطه خاکستری هیچ محدودیت خاصی در مورد حجم نمونه و نرمال بودن توزیع داده‌ها وجود ندارد و علاوه بر آن شیوه محاسباتی آن نیز آسان می‌باشد.

تعریف ۱ : یک سیستم شامل داده‌های مبهم، یک سیستم خاکستری نامیده می‌شود و با متغیرها و اعداد خاکستری نمایش داده می‌شود.

تعریف ۲ : $X$ را به عنوان مجموعه جهانی در نظر بگیرید. مجموعه خاکستری $A$ به دو صورت $\underline{\mu}_A(x)$ و $\overline{\mu}_A(x)$ نشان داده می‌شود.

$$\begin{cases} \underline{\mu}_A(x) : x \to [0,1] \\ \overline{\mu}_A(x) : x \to [0,1] \end{cases} \qquad (۱)$$

$\underline{\mu}_A(x)$ و $\overline{\mu}_A(x)$ به ترتیب حد پایین و بالا مجموعه $A$ گفته می‌شوند.

تعریف ۳ : ممکن است عدد خاکستری به‌صورت یک عدد مبهم تعریف شود. برای مثال می‌توان به متغیرهای زبانی اشاره کرد که به صورت اعداد بازه‌ای بیان می‌شوند. این اعداد بازه‌ای عدد مبهم نامیده می‌شوند. در این صورت عدد خاکستری $A$ به شکل زیر نشان داده می‌شود :

$$\otimes A, (\otimes A = A \mid \overline{\mu}\ \underline{\mu}) \qquad (۲)$$

تعریف ۴ : اگر عدد خاکستری $A$ به‌صورت حد پایینی از $A$ تخمین زده شود، به صورت زیر نشان داده می‌شود :

$$\otimes A = [\underline{A}, \infty) \qquad (۳)$$

تعریف ۵ : اگر عدد خاکستری $A$ به‌صورت حد بالایی از $A$ تخمین زده شود، به صورت زیر نمایش داده می‌شود :

$$\otimes A = (\infty, \bar{A}] \quad (۴)$$

تعریف ۶ : اگر عدد خاکستری $A$ به‌صورت حد بالا و پایینی از $A$ تخمین زده شود به صورت زیر نشان داده می‌شود :

$$\otimes A = [\underline{A}, \bar{A}] \quad (۵)$$

تعریف ۷ : عملگرهای دو عدد خاکستری $\otimes A_1 = [\underline{A}_1, \bar{A}_1]$ و $\otimes A_2 = [\underline{A}_2, \bar{A}_2]$ به صورت زیر تعریف می‌شود :

$$\otimes A_1 + \otimes A_2 = [\underline{A}_1 + \underline{A}_2, \bar{A}_1 + \bar{A}_2] \quad (۶)$$

$$\otimes A_1 - \otimes A_2 = \otimes A_1 + (-\otimes A_2) = [\underline{A}_1 - \bar{A}_2, \bar{A}_1 - \underline{A}_2] \quad (۷)$$

$$\otimes A_1 \times \otimes A_2 = [\min(\underline{A}_1\underline{A}_2, \underline{A}_1\bar{A}_2, \bar{A}_1\underline{A}_2, \bar{A}_1\bar{A}_2), \max(\underline{A}_1\underline{A}_2, \underline{A}_1\bar{A}_2, \bar{A}_1\underline{A}_2, \bar{A}_1\bar{A}_2)] \quad (۸)$$

$$\otimes A_1 \div \otimes A_2 = [\underline{A}_1, \bar{A}_1] \times [\frac{1}{\underline{A}_2}, \frac{1}{\bar{A}_2}] = [\min(\underline{A}_1 \times (\frac{1}{\underline{A}_2}), \underline{A}_1 \times (\frac{1}{\bar{A}_2}), \bar{A}_1 \times (\frac{1}{\underline{A}_2}), \bar{A}_1 \times (\frac{1}{\bar{A}_2})),$$
$$\max(\underline{A}_1 \times (\frac{1}{\underline{A}_2}), \underline{A}_1 \times (\frac{1}{\bar{A}_2}), \bar{A}_1 \times (\frac{1}{\underline{A}_2}), \bar{A}_1 \times (\frac{1}{\bar{A}_2}))] \quad (۹)$$

تعریف ۸ : طول عدد خاکستری $\otimes A$ به صورت زیر است :

$$L(\otimes A) = [\underline{A} - \bar{A}] \quad (۱۰)$$

## ۳. مدل ریاضی پیشنهادی

مدل ریاضی ارائه شده در این قسمت برای تخصیص دادن محصولات فروخته نشده در خرده‌فروشی‌ها به فروشگاه‌های حراجی و دوباره وارد بازار کردن این محصولات یا اسقاط آن‌ها است. برای بررسی این موضوع، مدل به اطلاعاتی درباره تعداد محصولات بازگشتی از بازارهای اولیه و همچنین به اطلاعاتی در مورد دسته‌بندی ایده آل سفارشات فروشگاه‌های حراجی نیاز دارد. در این مقاله، مدل ریاضی به دو صورت قطعی و غیرقطعی ارائه شده است. در مدل قطعی یک انبار متقاطع در یک زنجیره تأمین معکوس در نظر گرفته‌شده است که هدف آن حداکثر کردن سود است و به مدیران نیز کمک می‌کند که در مورد اسقاط کردن محصولات یا فروش آن‌ها در فروشگاه‌های حراجی تصمیم‌گیری کنند.

انعطاف‌پذیری فروشگاه‌های حراجی با توجه به نوع و مقدار محصولات در این مدل به صورت درصد تلورانس[1] نشان داده شده است. این پارامتر ثابت می‌تواند مقداری بین صفر تا صد بگیرد و برای هر فروشگاه حراجی به صورت جداگانه مشخص می‌شود. اگر درصد تلورانس خیلی زیاد باشد، بسیاری از محصولات ناخواسته وارد فروشگاه‌های حراجی می‌شوند که در نتیجه احتمال بازگشت محصولات از فروشگاه‌های حراجی افزایش می‌یابد که متعاقباً هزینه‌های انبار متقاطع و هزینه‌های بازگشتی افزایش می‌یابد. در حالتی که درصد تلورانس ۱۰۰ درصد است، همه جعبه‌ها می‌توانند از طریق انبار متقاطع به هرکدام از فروشگاه‌های حراجی فرستاده شوند. اگر درصد تلورانس خیلی کم باشد، تعداد کمی از محصولات ناخواسته وارد فروشگاه‌های حراجی می‌شوند و احتمال بازگشت محصولات بازگشتی از فروشگاه‌های حراجی کاهش می‌یابد که باعث کاهش هزینه‌های انبار متقاطع و بازگشتی می‌شود. در حالتی که درصد تلورانس صفر می‌شود تنها جعبه‌هایی که تطابق کاملی با مجموعه ایده آل محصول دارند به فروشگاه حراجی فرستاده می‌شوند (Pablo et al., 2016).

[1] Tolerance percentage

**۱-۳- مفروضات مدل و نمادها**

- مدل سود حاصل از فروش محصولات بازگشتی را حداکثر می‌کند؛ برای این منظور درآمد حاصل از فروش محصولات در فروشگاه‌های حراجی و درآمد حاصل از اسقاط محصولات از هزینه جابجایی محصولات، هزینه انبار متقاطع و هزینه‌های بازگشت محصولات از فروشگاه‌های حراجی کم می‌شود و در مورد اسقاط یا فروش محصولات فروخته نشده در خرده‌فروشی‌ها تصمیم‌گیری می‌کند.
- شبکه لجستیک معکوس شامل ۲ یا تعداد بیشتری از فروشگاه‌های حراجی است.
- یک خرده‌فروش در نظر گرفته‌شده است.
- اگر محصولات وارد انبار متقاطع شوند، به فروشگاه‌های حراجی ارسال می‌شوند.
- اگر محصولات وارد انبار متقاطع نشوند، اسقاط می‌شوند.
- هزینه‌های انبار متقاطع برای هر جعبه یکسان است.
- هزینه‌های بازگشتی برای هر محصول یکسان است.
- هزینه اسقاط محصولات ناچیز در نظر گرفته‌شده است.

در ادامه اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم تعریف می‌شوند :

**نمادها :**

$a$ : اندیس برای محصولات $a=\{1,...A\}$

$j$ : اندیس برای فروشگاه‌های حراجی $j=\{1,...,J\}$

$i$ : اندیس برای جعبه‌ها $i=\{1,...,I\}$

**پارامترها :**

$p$ : احتمال بازگشت محصولات از فروشگاه حراجی که می‌توان آن را از داده‌های قبلی به دست آورد.

$D_{ai}$ : درآمد حاصل از اسقاط محصول $a$ که درون جعبه $i$ ام قرار دارد.

$CDC_i$ : هزینه‌های انبار متقاطع برای جعبه $i$ ام. هزینه بازار اولیه برای جمع‌آوری و فرستادن اطلاعات درباره محصولات بازگشتی به مرکز توزیع معکوس به‌عنوان بخشی از هزینه انبار متقاطع برای جعبه $i$ ام لحاظ شده است.

$RC_a$ : هزینه بازگشت محصول $a$ از فروشگاه حراجی.

$C_{ai}$ : تعداد واحد محصول $a$ که درون جعبه $i$ ام قرار دارد.

$O_{ai}$ : تعداد واحد محصول $a$ که توسط فروشگاه حراجی $j$ ام سفارش داده‌شده است.

$Ct_{ic}$ : هزینه جابجایی جعبه $i$ ام تا انبار متقاطع.

$Ct_{cj}$ : هزینه جابجایی جعبه $i$ ام از انبار متقاطع تا فروشگاه حراجی $j$ ام.

$\Pr_{aj}$ : درآمد حاصل از فروش محصول $a$ در فروشگاه حراجی $j$ام.

$D_{ai}$ : درآمد حاصل از اسقاط محصول $a$ که درون جعبه $i$ ام قرار دارد.

$TP$ : درصد تلورانس.

**متغیرهای تصمیم باینری :**

$BA_{ij}$ : 1 : اگر جعبه $i$ ام به فروشگاه حراجی $j$ ام تعلق یابد
0 : در غیر این صورت

$BT_i$ : 1 : اگر جعبه $i$ ام اسقاط شود
0 : در غیر این صورت

**متغیرهای تصمیم پیوسته :**

$SP_{aij}$ : مقدار مازاد : تعدادی از محصول $a$ درون جعبه $i$ ام قرار دارد که بیشتر از مقدار سفارش فروشگاه حراجی $j$ام است.

$LP_{aij}$ : مقدار کمبود : مقداری از محصول $a$ درون جعبه $i$ ام که از مقدار سفارش فروشگاه حراجی $j$ام کمتر است.

$E[\widehat{RP_{aj}}]$ : تخمین محصولات بازگشتی : تخمین تعداد واحد محصول $a$ که از فروشگاه حراجی $j$ ام به انبار متقاطع برمی‌گردد.

$GS_{aj}$ : کل مازاد : مقدار کل مازاد از محصول $a$ که برای فروشگاه حراجی $j$ام فرستاده شده است.

$GL_{aj}$ : کل کمبود : مقدار کل کمبود محصول $a$ که به فروشگاه حراجی $j$ام فرستاده شده است.

$MP_{ij}$ : درصد مطابقت جعبه $i$ ام با سفارش فروشگاه حراجی $j$ام، که از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$MP_{ij} = 1 - \left(\frac{\sum_{a=1}^{A} SP_{aij}}{\sum_{a=1}^{A} C_{ai}}\right) \qquad \forall i,j \qquad (11)$$

$\widehat{RP_{aj}} \sim B(GS_{aj}.P)$ : متغیر تصادفی تخمین تعداد محصولات $a$ که از فروشگاه حراجی $j$ام باز می‌گردد. این متغیر از توزیع دوجمله‌ای پیروی می‌کند که به تعداد کل مازاد محصولات فرستاده شده وابسته است و با احتمال $p$ تخمین زده می‌شود. بنابراین، تعداد محصولات بازگشتی مورد انتظار مطابق است با :

$$= GS_{aj}.P \quad E[\widehat{RP_{aj}}] \qquad (12)$$

**مدل ریاضی**

$$\max z = \sum_{a=1}^{A}\sum_{j=1}^{J}\Pr_{aj}\times\sum_{i=1}^{I}BA_{ij}\times C_{ai} + \sum_{a=1}^{A}\sum_{i=1}^{I}C_{ai}\times D_{ai}\times BT_i$$
$$-\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}(Ct_{ic}+Ct_{cj})BA_{ij} - \sum_{i=1}^{I}CDC_i\times\sum_{j=1}^{J}BA_{ij} - \sum_{a=1}^{A}\sum_{j=1}^{J}E[\widehat{RP_{aj}}]\times RC_a \qquad (13)$$

Subject to:

$$(C_{ai} - O_{ai}) = SP_{aij} - LP_{aij} \qquad a,i,j \quad \forall \qquad (14)$$

$$MP_{ij} = 1 - \left(\frac{\sum_{a=1}^{A} SP_{aij}}{\sum_{a=1}^{A} C_{ai}}\right) \quad \forall i,j \tag{۱۵}$$

$$BA_{ij} \le TP + MP_{ij} \quad i,j \ \forall \tag{۱۶}$$

$$\sum_{j=1}^{J} BA_{ij} + BT_i = 1 \quad i \forall \tag{۱۷}$$

$$\sum_{i=1}^{I} (C_{ai}.BA_{ij}) - O_{ai} = GS_{aj} - GL_{aj} \quad \forall a,j \tag{۱۸}$$

$$E[\widehat{RP_{aj}}] = GS_{aj}.P \quad a,j \forall \tag{۱۹}$$

$$BA_{ij}, BT_i \in \{0,1\} \tag{۲۰}$$

$$SP_{aij}, LP_{aij}, MP_{ij} \ge 0 \tag{۲۱}$$

تابع هدف حداکثر کردن سود را حساب می‌کند، یعنی درآمد حاصل از فروش محصولات و درآمد حاصل از اسقاط محصولات از هزینه‌های جابجایی ، هزینه انبار متقاطع و هزینه بازگشت محصولات از فروشگاه حراجی کم می‌شود. در محدودیت ۱۴ مقدار مازاد یا کمبود محصول حساب می‌شود ، اگر $SP_{aij}$ یک مقدار مثبت بگیرد، محصول $a$ در جعبه $i$ ام وجود دارد که فروشگاه حراجی $j$ ام آن محصول را سفارش نداده و اگر $LP_{aij}$ یک مقدار مثبت بگیرد، محصول $a$ توسط فروشگاه حراجی $j$ ام سفارش داده شده است که در جعبه $i$ موجود نیست. اگر $SP_{aij}$ یک مقدار مثبت بگیرد $LP_{aij}$ صفر می‌شود و برعکس. معادله ۱۵ درصد مطابقت جعبه $i$ ام با سفارش فروشگاه حراجی $j$ ام را محاسبه می‌کند. این محدودیت، تعداد محصولات درون جعبه $i$ ام را لحاظ می‌کند که به دسته‌بندی ایده آل محصول فروشگاه حراجی $j$ ام تعلق نمی‌گیرند. مطابقت محصولات از کم کردن این مقدار از عدد یک به دست می‌آید. محدودیت ۱۶ تضمین می‌کند که فقط جعبه‌هایی که کمتر از درصد تلورانس هستند می‌توانند به فروشگاه حراجی $j$ ام تخصیص یابند. محدودیت ۱۷ نشان می‌دهد که محصولات یا وارد انبار متقاطع می‌شوند و سپس در فروشگاه حراجی فروخته می‌شوند یا اسقاط می‌شوند. محدودیت ۱۸ مقدار مازاد یا کمبود کل را حساب می‌کند. در محدودیت ۱۹ احتمال بازگشت محصولات از فروشگاه حراجی حساب می‌شود. در محدودیت ۲۰ متغیرهای باینری نمایش داده می‌شود و محدودیت آخر نیز محدودیت‌های نامنفی بودن را نشان می‌دهد.

**مدل ریاضی غیرقطعی**

در مدل ریاضی غیرقطعی هزینه‌ها و درآمدها به‌صورت اعداد خاکستری نشان داده‌شده‌اند و تابع هدف آن نسبت به مدل قبلی تفاوت پیدا می‌کند.

$$\max z = \sum_{a=1}^{A}\sum_{j=1}^{J} \otimes \Pr_{aj} \times \sum_{i=1}^{I} BA_{ij} \times \otimes C_{ai} + \sum_{a=1}^{A}\sum_{i=1}^{I} C_{ai} \times \otimes D_{ai} \times BT_i$$
$$- \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} (\otimes Ct_{ic} + \otimes Ct_{cj}) BA_{ij} - \sum_{i=1}^{I} \otimes CDC_i \times \sum_{j=1}^{J} BA_{ij} - \sum_{a=1}^{A}\sum_{j=1}^{J} E[\widehat{RP_{aj}}] \times \otimes RC_a \tag{۲۲}$$

Subject to:

$$(C_{ai} - O_{ai}) = SP_{aij} - LP_{aij} \quad a,i,j \quad \forall \tag{۲۳}$$

$$MP_{ij} = 1 - \left(\frac{\sum_{a=1}^{A} SP_{aij}}{\sum_{a=1}^{A} C_{ai}}\right) \quad \forall i,j \qquad (۲۴)$$

$$BA_{ij} \leq TP + MP_{ij} \quad i,j \ \forall \qquad (۲۵)$$

$$\sum_{j=1}^{J} BA_{ij} + BT_i = 1 \quad i \forall \qquad (۲۶)$$

$$\sum_{i=1}^{I} (C_{ai}.BA_{ij}) - O_{ai} = GS_{aj} - GL_{aj} \quad \forall \ a,j \qquad (۲۷)$$

$$E[\widehat{RP_{aj}}] = GS_{aj}.P \quad a,j \forall \qquad (۲۸)$$

$$BA_{ij}, BT_i \in \{0,1\} \qquad (۲۹)$$

$$SP_{aij}, LP_{aij}, MP_{ij} \geq 0 \qquad (۳۰)$$

تابع هدف و محدودیت‌ها، همان محدودیت‌های مدل قطعی هستند با این تفاوت که در تابع هدف درآمدها و هزینه‌ها به صورت اعداد خاکستری بیان‌شده‌اند.

## ۴. مثال کاربردی

در این قسمت برای درک بهتر مدل و نشان دادن کاربردی بودن آن یک مثال ارائه شده است. اطلاعات این مثال از فروشگاهی در سطح شهر تهران جمع‌آوری‌شده است. طبق اطلاعات گرفته شده از این فروشگاه، ۵۰ نوع محصول وجود دارد که امکان دوباره فروختن این محصولات در فروشگاه‌های حراجی وجود دارد. مدیران این فروشگاه تصمیم گرفته‌اند که این محصولات را درون ۱۰۰ جعبه قرار دهند؛ همچنین آن‌ها موفق به پیدا کردن ۵۰ فروشگاه حراجی در نقاط مختلف شده‌اند و اطلاعاتی در مورد اسقاط محصولات نیز دارند. مدیران با یک مسئله تصمیم‌گیری مواجه هستند که این تصمیم‌گیری در مورد فروش محصولات یا اسقاط آن‌ها است. از اطلاعات این فروشگاه برای حل مسئله استفاده‌شده است. یک‌بار مدل به‌صورت قطعی و یک‌بار دیگر به‌صورت غیرقطعی حل‌شده است. نتایج در جدول ۱ نشان داده شده است.

**جدول ۱ - نتایج مدل قطعی و غیرقطعی**

| تعداد محصولات | تعداد جعبه‌ها | تعداد فروشگاه‌های حراجی |
|---|---|---|
| ۵۰ | ۱۰۰ | ۵۰ |

| مدل | تعداد جعبه‌های فروخته‌شده | تعداد جعبه‌های اسقاط شده | سود کل |
|---|---|---|---|
| قطعی | ۷۱ | ۲۹ | ۳۲۷۸۲۳۰۰ |
| غیرقطعی | [۶۸ ,۷۴] | [۲۶ ,۳۲] | [۳۱۸۶۰۸۲۶,۳۴۶۷۶۶۲۸] |

همان‌طور که در جدول ۱ دیده می‌شود مدل غیرقطعی با توجه به ماهیت غیرقطعی هزینه و درآمد و نوسانات بازار به مدیران در تصمیم‌گیری بهتر کمک می‌کند. در این حالت مدیران می‌توانند در مورد تعداد جعبه‌های اسقاطی و فروخته‌شده تصمیمات بهتری اتخاذ کنند تا سود بیشتری را کسب کنند؛ همان‌طور که مشاهده می‌شود در مدل قطعی ۲۹ جعبه اسقاط می‌شود اما در مدل غیرقطعی بین ۲۶ تا ۳۲ جعبه را می‌توان اسقاط کرد که با توجه به هزینه‌ها و قیمت محصولات در بازار

می‌توان در مورد آن تصمیم‌گیری کرد. در ادامه تحلیل حساسیت بر روی پارامتر *TP* انجام می‌شود و پیشنهادات مدیریتی به منظور بهبود عملکرد سیستم نیز ارائه می‌شود.

**جدول ۲ - آنالیز حساسیت پارامتر درصد تلورانس در مدل قطعی**

| تعداد محصولات | تعداد جعبه‌ها | | تعداد فروشگاه‌های حراجی | احتمال بازگشت | |
|---|---|---|---|---|---|
| ۵۰ | ۱۰۰ | | ۵۰ | ۰.۵ | |
| درصد تلورانس | ۰ | ۰.۱ | ۰.۲ | ۰.۳ | ۰.۴ |
| سود کل | ۵۶۵۳۷۵۴ | ۶۶۹۹۱۲۹ | ۱۰۰۹۷۶۹۶ | ۱۸۶۴۸۸۵۷ | ۲۸۵۲۸۳۴۰ |
| تعداد جعبه‌های فروخته‌شده | ۱۰ | ۲۰ | ۳۷ | ۶۲ | ۷۳ |
| تعداد جعبه‌های اسقاط شده | ۹۰ | ۸۰ | ۶۳ | ۳۸ | ۲۷ |

همان‌گونه که در جدول ۲ دیده می‌شود با افزایش درصد تلورانس، تعداد جعبه‌هایی که فروخته می‌شوند افزایش پیدا می‌کند و متعاقباً سود کل نیز بیشتر می‌شود. وقتی که درصد تلورانس صفر است تنها جعبه‌هایی که مطابقت کامل دارند به فروشگاه‌های حراجی فرستاده می‌شوند و قابلیت دوباره تجاری شدن را دارند. مقدار دقیق درصد تلورانس را می‌توان در حین مذاکره با مشتری تعیین کرد. در صورتی‌که درصد تلورانس پایین باشد تعداد زیادی از جعبه‌ها اسقاط می‌شوند، مدیران برای جبران فروش ازدست‌رفته می‌توانند قیمت محصولات در فروشگاه‌های حراجی را بیشتر کنند. اگر مشتریان درصد تلورانس بالاتری را انتخاب کنند مقدار زیادی از هزینه‌ها به خصوص هزینه بازگشت محصولات کم می‌شود در نتیجه این کاهش هزینه می‌تواند به خود مشتریان کمک کند؛ بدین‌صورت که محصولاتی که در لیست سفارش آن‌ها نبوده ولی برای آن‌ها فرستاده‌شده را می‌توانند با قیمت کم‌تری خریداری کنند.

## ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله کاربرد انبار متقاطع در مدیریت لجستیک بررسی‌شده است، که یک مدل ریاضی به‌صورت قطعی و غیرقطعی با هدف حداکثر کردن سود محصولات فروخته نشده در خرده‌فروشی‌ها ارائه شده که این مدل یک مدل تصمیم‌گیری در مورد اسقاط یا فروش دوباره محصولات به فروش نرفته در خرده‌فروشی‌ها است. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که انبار متقاطع می‌تواند کارکرد لجستیک معکوس را بهبود بخشد و مدل غیرقطعی نیز تصمیم‌گیری مدیران را در مواجهه با عدم قطعیت ناشی از هزینه‌ها و درآمدها بهتر می‌کند. شیوه کار در این مقاله به گونه ایست که مشتریان تقاضاهای خود را اعلام می‌کنند، هم‌چنین مدیران شرکت‌ها نیز موجودی خود را اعلام می‌کنند و در انبار متقاطع محصولات مطابق مقدار عرضه و تقاضا درون جعبه‌ها قرار می‌گیرند. برای دستیابی به معیارهای انبار متقاطع یعنی کاهش هزینه، صرفه‌جویی در زمان و بهبود جریان اطلاعات در زمینه مدیریت لجستیک بر روی پارامتر درصد تلورانس تحلیل حساسیتی صورت گرفت و پیشنهادهای مدیریتی نیز برای عملکرد بهتر مدیران در مواجه با این‌گونه مسائل ارائه شد.

برای ادامه این کار می‌توان نقش انبار متقاطع را بیشتر کرد. برای مثال عملیات داخلی انبار متقاطع، زمان‌بندی کامیون‌ها و تخصیص کامیون‌ها به درب‌ها، مسئله مسیریابی کامیون‌ها به طور هم‌زمان در لجستیک روبه‌جلو و معکوس را در نظر گرفت. در نظر گرفتن ریسک نیز یکی از موضوعاتی است که می‌تواند در مقالات آینده بررسی شود. می‌توان در مورد احتمال بازگشت محصولات نیز تغییرات دیگری ایجاد کرد یا ابعاد جعبه‌ها را متفاوت در نظر گرفت و به جای داشتن یک فروشنده، چندین فروشنده را در نظر گرفت. برای واقعی‌تر شدن مدل می‌توان هزینه انبار عبوری برای هر محصول و هزینه بازگشت محصولات را به صورت متفاوت بررسی کرد یا عملیات تعمیر و بازسازی محصولات درون انبار متقاطع را نیز می‌توان در نظر گرفت. هم‌چنین می‌توان از دیگر رویکردهای عدم قطعیت مانند تئوری فازی استفاده کرد.

## منابع

Boysen, N., & Fliedner, M. (2010). Cross dock scheduling: Classification, literature review and research agenda. Omega, 38(6), 413-422.

Deng, J. L. (1982). Control problems of grey systems. Sys. & Contr. Lett., 1(5), 288-294.

Godarzi, A. & Tavakoli-Moghadam, R. (2012). Capacitated vehicle routing problem for multi-product cross-docking with split deliveries and pickups. Procedia & Behavioral Sciences, 62, 1360-1365.

Kaboudani, Y., Ghodsypour, S. H., Kia, H., & Shahmardan, A. (2018). Vehicle routing and scheduling in cross docks with forward and reverse logistics. Operational Research, 1-34.

Ladier, A. L., & Alpan, G. (2016). Cross-docking operations: Current research versus industry practice. Omega, 62, 145-162.

Mahaboob Sheriff, K. M., Gunasekaran, A., & Nachiappan, S. (2012). Reverse logistics network design: a review on strategic perspective. International Journal of Logistics Systems and Management, 12(2), 171-194.

Torkashvand, M., Naderi, B. & Hosseini, S.A. (2017). Modelling and scheduling multi-objective flow shop problems with interfering jobs. Applied Soft Computing, 54, 221-228.

Vahdani, B., & Zandieh, M. (2010). Scheduling trucks in cross-docking systems: Robust meta-heuristics. Computers & Industrial Engineering, 58(1), 12-24.

Zuluaga, J. P. S., Thiell, M., & Perales, R. C. (2017). Reverse cross-docking. Omega, 66, 48-57.

# A grey mathematical programming model for reverse logistics management with consideration of cross dock

**Farzad Azimi**

M.Sc. Student of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Shahed University, Tehran

Farzadazimi90@yahoo.com

**Seyed Meysam Mousavi**

Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Shahed University, Tehran

sm.mousavi@shahed.ac.ir

**Mohsen Rajabzadeh**

Ph.D. Student of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Shahed University, Tehran

mohsen.rajabzadeh@shahed.ac.ir

**Abstract**

Strong competition among organizations to gain more market share and higher profit encourage managers to use new and cost-effective strategies. Returned and surplus goods are always a significant part of stores and companies that decision on these commodities can have tangible effects on their profit and loss. In this paper, a comprehensive model is proposed to decide whether to rescue or re-commercialize retailers' unsold products by using cross-docking system in product redistribution. Sales revenue and transportation cost are two important factors for deciding on the under study problem, that because of their uncertain nature, market fluctuations and the vagueness of the demand of new customers, non-deterministic planning, i.e., grey theory is used for developing new model. Finally, the proposed model is used to solve a simple and practical example and sensitivity analysis on important parameters is also performed for validating the model.

**Keywords**: Reverse logistics management, Cross dock, Mathematical programming model, Grey theory