



پیش بینی پاسخ اجزای محدود سازه ها با استفاده از ترکیب روش اجزای محدود تطابقی و شبکه عصبی مصنوعی

مهدی نجاتی^۱، حمید مسلمی^۲

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران سازه، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شاهد

۲- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شاهد

nejati.mahdi777@gmail.com

h.moslemi@shahed.ac.ir

خلاصه

دقت محاسبه پاسخ اجزای محدود سازه ها، وابستگی زیادی به شبکه انتخابی برای اجزای محدود دارد. در روش تطابقی این شبکه دائما خود را اصلاح می کند تا دقت جواب ها افزایش یابد. ولی هر مرحله اجزای محدود تطابقی خود مستلزم صرف زمان زیادی برای آنالیز دارد و در مجموع تا چند مرحله می توان به این فرآیند اصلاح شبکه ادامه داد. ولی با این وجود باز هم ممکن است دقت جواب ها به حد مطلوب نرسیده باشد. در این تحقیق هدف این است که با توجه به الگوی جواب ها در مراحل مختلف روش اجزای محدود تطابقی با کمک شبکه عصبی مصنوعی پیش بینی جواب دقیق تر بدون انجام مراحل بعدی تطابقی انجام گیرد. روش تحقیق بدین صورت است که ابتدا اجزای محدود کلاسیک را به صورت اجزای محدود تطابقی پیاده سازی کرده و فرآیند تطابقی را در چند مرحله انجام و نتایج جابجایی ها و تنش ها به عنوان داده های آموزش شبکه عصبی مصنوعی داده و پاسخ دقیق تر به عنوان خروجی شبکه عصبی مصنوعی گرفته می شود.

کلمات کلیدی: شبکه های عصبی مصنوعی، روش اجزای محدود تطابقی، برآورد خطا، اصلاح شبکه.

۱. مقدمه

توانایی های ذهن بشر به گونه ای است که قادر به درک و فهم یکباره و یکجا مخلوقات پیچیده پیرامون خویش نیست، لذا با فرآیند تقسیم سازی یک سیستم به مولفه های اصلی آن، سعی در شناخت و درک بهتر آن سیستم دارد و این راه، راهی است که مهندسين و دانشمندان و یا حتی اقتصاد دانان از آن در مسائل خود پیروی می کنند.

با پیدایش کامپیوترهای دیجیتالی، مسائل گسسته که از تعداد محدودی از عناصر اصلی و شاخص یک سیستم تشکیل شده است را به راحتی حل می کند، حتی اگر تعداد این عناصر (المان ها) زیاد باشد. ولی با توجه به ظرفیت محدود این کامپیوترها مسائل پیوسته که از تعداد بی نهایت از المان های کوچک تشکیل شده است را نمی توان حل کرد، لذا مهندسين و رياضيدان ها با ترفند هایی از گسسته سازی، این مسائل را قابل حل کرده اند، این ترفند ها تقریباتی را نیز به جواب ها اضافه می کند که با افزایش تعداد متغیرهای گسسته سعی در نزدیک کردن جواب به جواب پیوسته دارند.

روش المان محدود نیز، روشی هست که با همین رویکرد متولد شده است. (به نظر می رسد که کلاف^۱، در سال ۱۹۶۰ عبارت المان محدود^۲ را به کار برده است).

¹ Clough

² Finite Element



هم اکنون این روش به عنوان قدرتمندترین ابزار در حل معادلات دیفرانسیل، به ویژه در مسائل مکانیک، شناخته شده است. وقتی مسئله ای تعریف می شود و با برخی از فرضیات و ایده آل سازی ها به شکل ساده تری در آمد، در دو مرحله بعدی دو قضاوت (انتخاب) مهندسی صورت می گیرد که اگر به درستی این انتخاب ها شکل نگیرد منجر به جواب غیرواقعی می شود. قضاوت (انتخاب) اول، انتخاب یک مدل ریاضی مناسب است (یعنی معادله دیفرانسیل حاکم بر مدل ریاضی). قضاوت دوم انتخاب شبکه مناسب است.

با نزدیک سازی رفتار جسم پیوسته به جسم گسسته، گسسته سازی انجام شده است در حقیقت این فرض می تواند خطای زیادی را به وجود آورد که برای جلوگیری از خطا نیاز به شناخت خوبی از محدودیت های المان محدود و هم چنین از قابلیت های کامپیوتر (حافظه و هزینه محاسباتی) است.

گسترش روز افزون روش اجزا محدود در محاسبات پیشرفته علوم مختلف باعث شده است اهمیت خطایابی و اصلاح شبکه، به منظور رسیدن هرچه سریع تر به پاسخ های دقیق، روز به روز از جایگاه مهم تری برخوردار باشد. از آنجا که نمی توان خطاها را به طور دقیق اندازه گیری کرد و خطا را از بین برد، روش های متعددی برای شناخت این خطاها و بهبود پاسخ های بدست آمده از معادلات حاکم، از طریق محدود کردن میزان خطا در محاسبات ایجاد شده است.

ریچاردسون [1] از اولین افرادی بود که در راه محاسبه خطا در محاسبات عددی گام برداشت و روش پیش رونده خطا که جزء اولین روش های تخمین خطا بودند را معرفی کرد. این روش اطلاعات دقیق از خطا را که در محاسبات رخ داده است را ارائه نمی داد. این امکان بوجود آمد که توسط روش پس رونده خطا که بابوشکا و رینولدت در سال های ۱۹۷۸ و ۱۹۸۳ ارائه دادند اطلاعات دقیق تر از میزان خطا که در مسائل بوجود می آید را در دست قرار دهد.

با گذشت سال ها روش پس رونده خطا که اطلاعات کمی از خطا را ارائه می داد پیشرفت های زیادی کرد و به دو گروه عمده باقی مانده و بازیافتی تقسیم شدند [2]، عملکرد روش باقی مانده ها که از نخستین تلاش ها در تخمین خطای مسائل بودند، به این صورت است که برای یافتن باقی مانده ها ابتدا یک حل اولیه با روش اجزای محدود برای مسائل انجام می شود و نتایج حاصل برای نقاط مرزی در معادله دیفرانسیل اولیه گذاشته و باقی مانده ها محاسبه می گردد. در نتیجه تحلیل گر می تواند از طریق یافتن باقی مانده های ناحیه ای از المان ها، میزان خطای محلی را تخمین بزند. بر اساس نتایج حاصل از این روش ها، پایه های تئوری تطابق شبکه بر حسب میزان خطای موجود در المان ها بنیان نهاده شد. دانشمندان بر اساس به کار بستن تئوری های مختلف تخمین خطا و تطابق شبکه و توجه به این واقعیت که هر چه اندازه شبکه ها کوچکتر شود، خطا نیز کاهش می یابد، به این نتیجه رسیدند که در هر کجا میزان خطا بیش از مقدار مجاز بود، می توان با کاهش اندازه شبکه و یا استفاده از توابع پیچیده تر شبکه را به منظور رسیدن به پاسخ های دقیق بهینه و اصلاح کرد.

در سال ۱۹۸۷ روشی توسط زینکوویچ و ژو [3] ارائه شد که تکامل یافته روش دمکوویچ که در سال ۱۹۸۴ ارائه داده بود، بود که این روش به روش برآورد خطا مبتنی بر بازیافت تنش معرفی شد. روش برآورد خطا در این تحقیق نیز برگرفته شده از این روش است و خطا طبق این روش محاسبه می گردد. دانشمندان طبق این روش توانستند خطاهای محلی و کلی را بدست آورند و شکل ساده ای از آنالیز های تطابقی به روش h را ارائه دهند. در سال ۱۹۹۲ بابوشکا و همکارانش با ترکیب روش h و p روش h-p را معرفی کردند و در همان سال زینکوویچ و ژو [4] مهمترین گام در علم تخمین خطا را برداشتند و روش وصله های فوق همگرا³ (SPR) را معرفی کردند.

روش SPR نسبت به روش های قبلی بسیار قدرتمندتر بود ولی دارای محدودیت هایی بود که در سال ۱۹۹۷ زینکوویچ و برومند [5] روشی به نام بازیابی وصله های خود متقارن⁴ (REP) ارائه کردند که نسبت به روش های قبلی بسیار قدرتمندتر بود و محدودیت های SPR را هم نداشت.

در روشهای مبتنی بر باقیمانده ها که در ابتدا توسط بابوشکا و ری هین بولت ارائه گردید، نتایج حل به روش اجزای محدود در معادلات حاکم بر سیستم قرار داده می شود و خطا به صورت نرم انرژی و با محاسبه باقیمانده های محلی این معادلات بر روی مجموعه ای از المان ها محاسبه می شود [6]. از سوی دیگر روش های مبتنی بر بهبود جواب که نخستین بار توسط زینکوویچ و ژو ارائه گردید، از یک فرایند بازیابی اطلاعات استفاده می شود تا مقادیر دقیق تری برای متغیرها به دست آید [7].

در سال های اخیر روش جدیدی در گروه روش های پس رونده خطا ایجاد شده است که این روش به روش خطایاب هدف معروف شده است. خوئی و همکاران [8] در سال ۲۰۱۳ اصلاح خود کار شبکه بندی تطابقی سه بعدی در مدل سازی انتشار ترک با استفاده از تکنیک بهبود یافته وصله فوق همگرا⁵ (SPR⁵) اصلاح شده را ارائه کردند.

مسلمی، مظاهری فرد [9] در سال ۲۰۱۸ روشی نوین پیشنهاد کرده اند که با توجه به آنالیز تطابقی انجام شده در صورتی که پس از دو مرحله آنالیز تطابقی پاسخ به دقت مطلوب نرسید؛ از روند همگرایی شبکه های تطابقی متوالی استفاده شود و پاسخ جدید و دقیق تر از شبکه های قبلی پیش بینی گردد و درجه جواب بالاتری از آن عبور داده می شود.

³ Super convergent patch recovery

⁴ Recovery by equilibrium in patch

⁵ Super convergent patch recovery



مسلمی و توکلی [۱۰] در سال ۲۰۱۹ برای ردیابی مناطق با گرادان‌های بالای تنش، به مقایسه‌ی بین توزیع آماری مقادیر تنش در نقاط گاوس حول یک گره تابع توزیع یکنواخت پرداخته اند و تفاوت بین این دو توزیع را به عنوان برآورد خطا در نظر گرفته‌اند.

۲. اصلاح شبکه اجزای محدود

با توجه به آنکه میدان پیوسته جابجائی در روش اجزای محدود به صورت گسسته در می‌آید، حل روش اجزای محدود به صورت تقریبی از میدان دقیق جابجائی روی دامنه از طریق اثر دادن توابع شکل بر مقادیر گره‌ای به دست می‌آید. برای رسیدن به یک شبکه بندی مناسب ابتدا بایستی جواب‌های اجزای محدود ناشی از المان بندی دلخواه را با استفاده از متوسط گیری به روی گره‌های موجود برد. در واقع تنش‌ها به جای اینکه در المان‌ها بیان شوند در گره‌های اطراف المان بیان می‌شوند. سپس با استفاده از توابع شکل جواب بهبود یافته در نقطه گاوس محاسبه می‌گردند. رابطه (۱) نشان دهنده‌ی نحوه‌ی محاسبه تنش‌های بهبود یافته می‌باشد.

$$\sigma^* = N\bar{\sigma}^* \quad (1)$$

که در رابطه (۱)، $\bar{\sigma}^*$ مقادیر مربوط به تنش بهبود یافته، N توابع شکل و $\bar{\sigma}^*$ مقادیر تنش در گره‌ها می‌باشد.

از آنجایی که جواب بهبود یافته دارای تقریب مناسب تری نسبت به جواب‌های واقعی مسئله می‌باشد، لذا می‌توان از اختلاف دو جواب به عنوان خطای تقریب مسئله استفاده نمود.

$$\bar{e}_\sigma \approx \sigma^* - \sigma_h \quad (2)$$

که σ_h جواب مسئله در گره‌ها می‌باشد. تعریف فوق مقدار خطای برآورد شده را در تک تک نقاط دامنه می‌دهد، ولی برای ریز سازی شبکه معیار مناسبی نمی‌باشد. چرا که ممکن است در یک نقطه خاص مثل نوک ترک تنش به سمت بی‌نهایت برود که خطا در این نقطه بسیار بالا خواهد بود ولی در مجموع خطای کل جواب قابل قبول باشد. از این رو جای خطای نقطه به نقطه، نرم خطا تعریف می‌شود که به صورت انتگرال عددی از تابع خطا روی دامنه است. یکی از معروفترین نرم‌های خطا نرم L_2 می‌باشد که در واقع همان جذر مجموع مربعات، ولی به صورت تابع پیوسته می‌باشد.

$$\|e\| = \left[\int_{\Omega} e^T e d\Omega \right]^{1/2} \quad (3)$$

روش اجزای محدود تطابقی روشی است که سعی می‌کند به طور خودکار مسئله را شبکه بندی، اصلاح، درشت و ریز کردن المان‌ها و همچنین المان‌ها را جابجا نماید تا بهترین المان بندی که دقیق ترین جواب در مسئله را می‌دهد، ارائه نماید. در واقع این روش با ارائه یک استراتژی سعی می‌کند آن المانی را که نیاز به اصلاح و تغییر دارد را بیابد. چهار روش برای این اصلاح و بهینه سازی المان وجود دارد که به نام‌های ۱- h-refinement، ۲- p-refinement، ۳- hp-refinement، ۴- r-refinement می‌باشد. در این پژوهش از روش اصلاح h برای بهینه سازی شبکه استفاده شده است.

در این روش نیز به دو صورت عمل می‌گردد. روش اول این است که ساختار شبکه بندی حفظ گردد و تنها با ریز کردن المان‌ها در مکان مورد نظر به پالایش المان پرداخته می‌گردد. این روش اصطلاحاً غنی سازی المان گفته می‌شود. روش دوم نیز اینکه المان کلاً بازسازی می‌شود و در واقع در مکان مورد نظر شبکه بندی جدیدی صورت می‌گیرد.

حال برای اینکه بتوان مسئله مورد نظر را با استفاده از روش اجزای محدود تطابقی حل نمود بایستی از ارزیابی خطاهایی که در مسئله بدست آمد استفاده نمود. برای اینکار ابتدا بایستی شبکه بندی مسئله بر اساس چگالی هر گره مورد بررسی قرار گیرد بدین صورت که میزان تراکم اتصال در هر گره مشخص گردد. سپس با توجه به نسبت خطای هدف در مسئله و خطای برآورد چگالی جدید در مسئله اصلاح گردد. با این کار به چگالی جدید در مسئله خواهیم رسید و بسته به میزان خطایی که در مسئله در نظر می‌گیریم اصلاح شبکه انجام می‌پذیرد. بنابراین چگالی جدید المان‌ها از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$(h_i)_{new} = \left[\frac{(\|e_{\sigma}\|_i)_{aim}}{\|e_{\sigma}\|_i} \right] * (h_i)_{old} \quad (4)$$



که در رابطه فوق $(\| e_{\sigma} \| i)_{aim}$ و $\| e_{\sigma} \| i$ به ترتیب خطای هدف و خطای برآورد شده و $(h_i)_{old}$ و $(h_i)_{new}$ به ترتیب اندازه اولیه و نهایی هر المان در شبکه می باشد. با اعمال روش اجزای محدود تطابقی در هر مرحله، مقدار خطای مسئله کاهش یافته و در نهایت به خطای هدف نزدیکتر می شود.

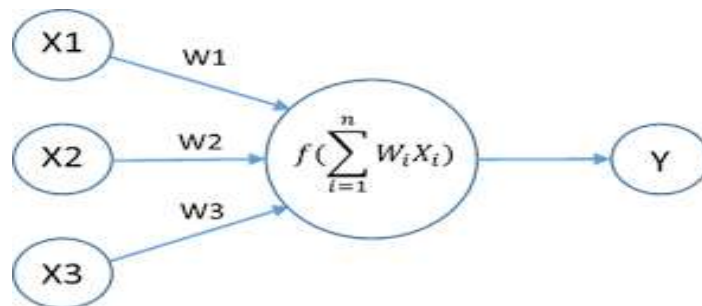
۳. ترکیب روش اجزای محدود تطابقی و شبکه های عصبی مصنوعی

در چند دهه اخیر شبکه های عصبی با ساختارها و الگوریتم های متنوع یادگیری، کاربردهای گسترده ای در علوم اقتصاد، انسانی، فیزیک، شیمی، ریاضی و تمامی زمینه های مهندسی یافته و به سرعت نیز در حال توسعه هستند. پژوهشگران با الهام گرفتن از سیستم های زیستی مختلف پیوسته به معرفی روش های جدیدی برای گسترش کاربرد و بهبود شبکه های عصبی مصنوعی می پردازند. با توجه به پیچیدگی و غیر خطی بودن بسیاری از سیستم ها و وجود رابطه هایی از مرتبه بالا بین ورودی و خروجی آن ها، استفاده از شبکه های عصبی در عرصه های پژوهشی و صنعتی منطقی به نظر می رسد. همچنین در بسیاری از سیستم ها، نوعی تداخلی بین متغیرهای درونی وجود داشته و تفکیک کردن داده ها به سختی امکان پذیر است. یکی از ابزارهای پر قدرت در تحلیل این گونه سیستم ها، شبکه عصبی است [۱۰].

ایده ابتدایی پشت یک شبکه عصبی، شبیه سازی بسیاری از سلول های مغزی متصل داخل یک کامپیوتر است تا بتوان اعمال یادگیری، شناسایی و تصمیم گیری انسان گونه را انجام داد.

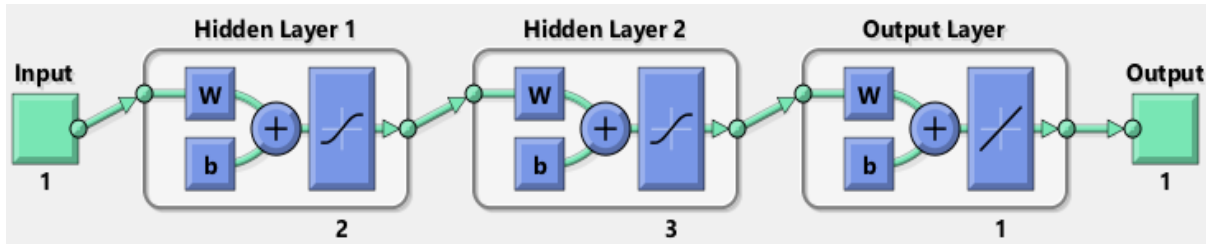
شبکه های عصبی سیستم ها و روش های محاسباتی نوین برای یادگیری ماشینی، نمایش دانش و در انتها اعمال دانش به دست آمده در جهت پیش بینی پاسخ های خروجی از سامانه های پیچیده هستند. ایده اصلی این گونه شبکه ها تا حدودی الهام گرفته از شیوه کارکرد سیستم عصبی زیستی برای پردازش داده ها و اطلاعات به منظور یادگیری و ایجاد دانش قرار دارد. عنصر کلیدی این ایده، ایجاد ساختارهایی جدید برای سامانه پردازش اطلاعات است. این سیستم از شمار زیادی عناصر پردازش فوق العاده بهم پیوسته به نام نورون تشکیل شده که برای حل مسئله باهم هماهنگ عمل می کنند و توسط سیناپس ها (ارتباط الکترومغناطیسی) اطلاعات را منتقل می کنند.

این نورون ها در دو لایه تقسیم بندی می شوند که لایه اول، لایه ورودی و لایه دوم، لایه خروجی نام دارند که لایه دوم از دو قسمت به نام های لایه پنهان و لایه خروجی تشکیل شده است. لایه خروجی چگونگی واکنش شبکه به اطلاعات یادگرفته شده را مشخص می کند. این دو لایه توسط ارتباطی غالباً کامل بهم متصل می شوند، که این ارتباط و اتصال بین واحدها با عددی به نام وزن (بایاس) ارئه می شود.

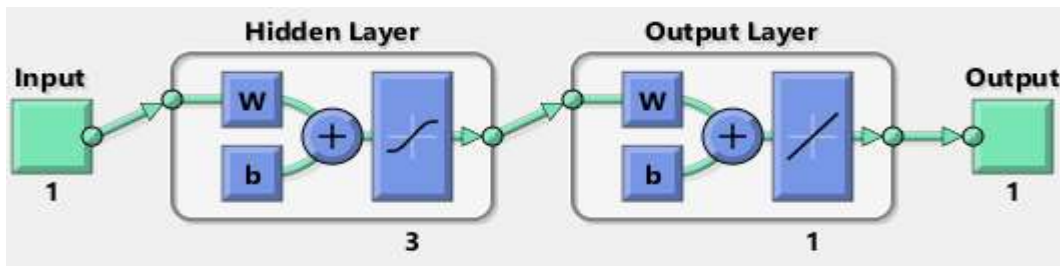


شکل ۱، رابطه کلی بین اجزای شبکه عصبی

منگ [۱۱] در سال ۲۰۱۳ با توجه به کاربرد های بسیار شبکه عصبی سعی در شبیه سازی شبکه های عصبی مصنوعی برای تجزیه و تحلیل المان محدود داشت که با استفاده از این روش به نتیجه های قابل قبولی نیز دست یافت. با توجه به خصوصیات و ویژگی های بسیاری که شبکه های عصبی دارند هدف این تحقیق این است که با استفاده از این ویژگی ها در زمان و هزینه های مصرفی در حل معادلات اجزای محدود، صرفه جویی شود و جواب دقیق و بهینه تنش ها بدست آید. استفاده از شبکه عصبی بدین صورت است که شبکه عصبی متناسب طراحی شده است. منظور از متناسب این است که این شبکه بتواند با داده های آموزشی خود را وفق دهد و تابع مناسبی از داده ها بگذارد. دو شبکه عصبی پرسپترون با یک لایه و دو لایه مخفی می باشد که تعداد نورون ها در هر لایه و تابع فعال ساز استفاده شده در لایه های پنهان به صورت زیر طراحی شده است:



شکل ۲، شبکه عصبی طراحی شده با دو لایه مخفی



شکل ۳، شبکه عصبی طراحی شده با یک لایه مخفی

شبکه عصبی طراحی شده طبق داده‌هایی باید آموزش ببیند، این داده‌ها طبق روند زیر برای شبکه عصبی آماده می‌شود: با استفاده از روش المان محدود تطابقی، شبکه اولیه فرض شده برای مسئله را در دو مرحله آنالیز تطابقی شبکه را بهبود می‌بخشیم، این بهبود شبکه طبق شرایط مسئله (بارگذاری، شرایط تکیه گاهی و...) انجام می‌شود. این بهبود شبکه باعث می‌شود که خطا در هر شبکه نسبت به شبکه قبلی کمتر شود و تنش‌ها به جواب دقیق نزدیک تر شوند. حال باید تنش‌ها در شبکه اول و دوم در نقاط گوس شبکه سوم محاسبه شود، برای این کار ابتدا مختصات نقاط گوس شبکه سوم را بدست می‌آوریم. با داشتن مختصات نقاط باید مشاهده شود که هر کدام از این نقاط در شبکه‌های یک و دو در کدام یک از المان‌های آن‌ها قرار می‌گیرد. پس از تعلق گرفتن نقطه گوس مربوط به هر المان، تنش در آن نقطه توسط تابع تنش آن المان بدست می‌آید. با استفاده از این داده‌ها تابع تنش هر المان را تشکیل داده شد که طبق رابطه (۱) انجام می‌شود. پس در نقاط گوس شبکه سوم در دو شبکه قبلی نیز در همان نقاط تنش محاسبه شد. حال می‌توان روندی از تنش‌ها را در هر نقطه گوس مشاهده کرد.

طبق خطای کلی هر شبکه و روند بدست آمده از تنش‌ها شبکه‌های عصبی طراحی شده را آموزش داده می‌شود و پیش‌بینی این شبکه را برای نقاط مختلف گاس انجام می‌شود و با جواب‌های تحلیلی هر مسئله مقایسه می‌گردد.

برای پیش‌بهرتر و دقیق‌تر شبکه عصبی مصنوعی تمهیداتی برای اینکار در نظر گرفته شده است که می‌توان به دسته بندی داده‌ها به سه صورت صعودی، نزولی و نوسانی و معرفی آنها به صورت جداگانه به شبکه عصبی و خروجی‌های شبکه عصبی طبق این داده‌ها اشاره کرد. در ادامه این تمهیدات می‌توان به ساخت شبکه عصبی برای هر نقطه گاس اشاره کرد که طبق روند تنش هر نقطه گوس شبکه عصبی ساخته می‌شود. بعنوان یکی از تمهیدات موثر برای پیش‌بینی بهتر می‌توان به در نظر گرفتن فاصله خروجی شبکه عصبی از تنش در شبکه سوم تطابقی در هر نقطه گاس نسبت به داده‌های صعودی، نزولی و نوسانی اشاره کرد.

۴. مدل سازی عددی

مثالی که در نظر گرفته شده است ورق بی‌نهایتی که از دو طرف بالا و پایین تحت کشش است، می‌باشد که یک مستطیل دارای ترک را به شکل (۴) از آن ورق تحت بررسی قرار دادیم. اطلاعات مسئله به شرح زیر است:

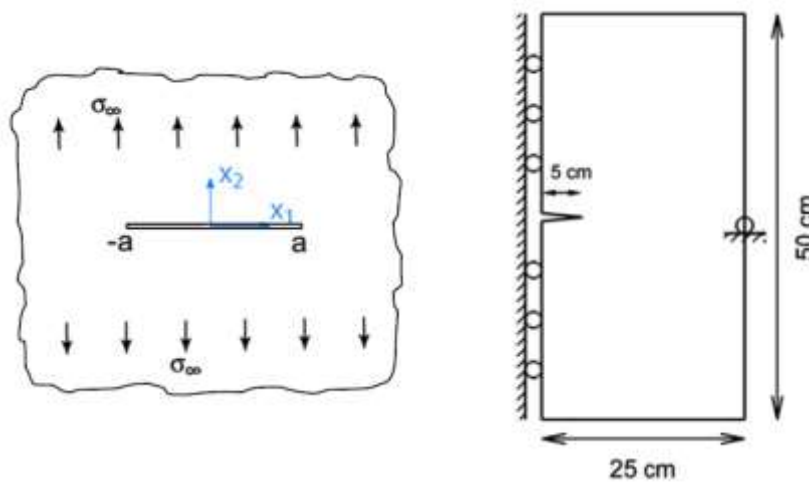
در این مثال عرض مستطیل ۲۵ سانتی متر و طول آن ۵۰ سانتی متر در نظر گرفته شده است. طول ترک $a=5\text{cm}$ می باشد. نمونه مورد نظر از دو طرف با نیروی گسترده ای به صورت $\sigma = 1 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$ کشیده می شود. سایر پارامترهای مکانیکی نظیر مدول الاستیسیته و ضریب پواسون و ضخامت به ترتیب $E = 6400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ و $\nu = 0.2$ و $t = 2.5\text{cm}$ می باشد.

روابط تحلیلی این ورق به صورت رابطه های (۵)، (۶) و (۷) می باشد:

$$\sigma_{11} = \sigma_{\infty} * \left[\text{Re} * \left(\frac{z}{\sqrt{z^2 - a^2}} \right) - x_2 \text{Im} \left(\frac{1}{\sqrt{z^2 - a^2}} - \frac{z^2}{(z^2 - a^2)^{3/2}} \right) \right] - \sigma_{\infty} \quad (5)$$

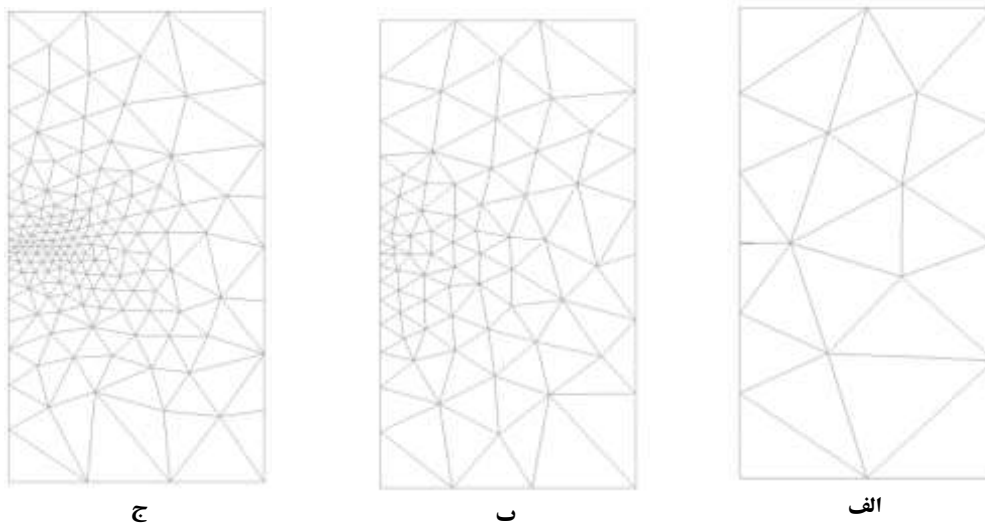
$$\sigma_{11} = \sigma_{\infty} * \left[\text{Re} * \left(\frac{z}{\sqrt{z^2 - a^2}} \right) + x_2 \text{Im} \left(\frac{1}{\sqrt{z^2 - a^2}} - \frac{z^2}{(z^2 - a^2)^{3/2}} \right) \right] \quad (6)$$

$$\sigma_{12} = -\sigma_{\infty} * \left[x_2 \text{Re} \left(\frac{1}{\sqrt{z^2 - a^2}} - \frac{z^2}{(z^2 - a^2)^{3/2}} \right) \right] \quad (7)$$

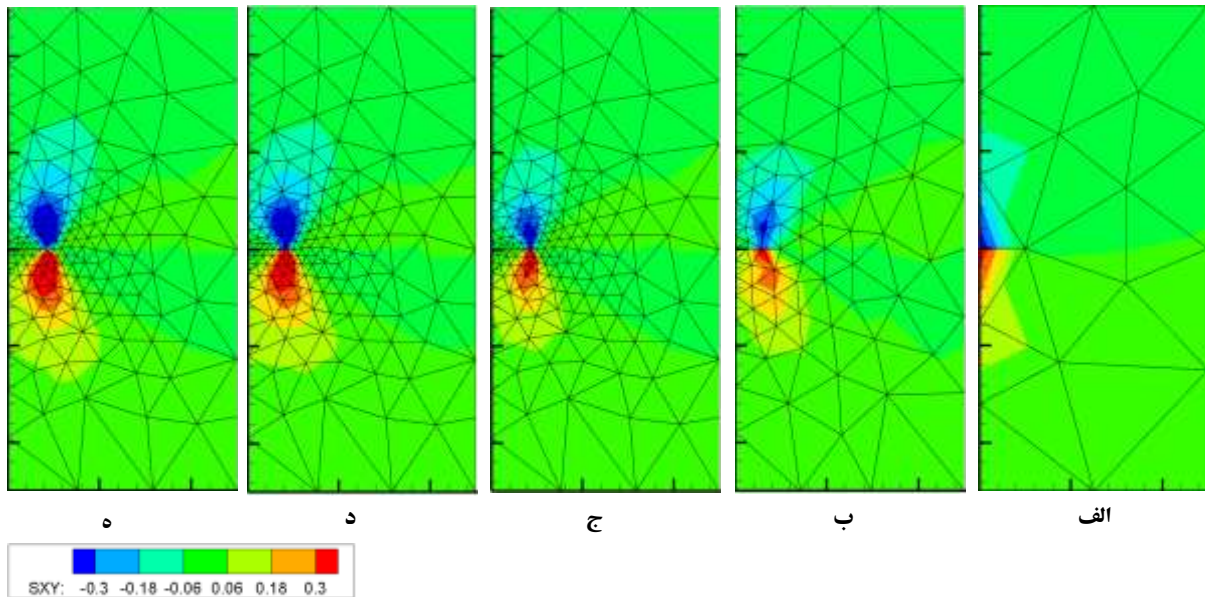


شکل ۴، مثال ورق بی نهایت دارای ترک تحت کشش

با استفاده از نرم افزار GID شبکه بندی اولیه و بهبود یافته را مدل سازی می کنیم که در شکل (۵) آورده شده است. تعداد المان در شبکه اولیه ۲۴ المان می باشد. در شبکه دوم تطابقی به ۱۳۵ المان افزایش پیدا کرده است و در شبکه سوم تطابقی این تعداد به ۳۰۳ المان رسید.



شکل ۵، (الف) شبکه بندی اولیه (ب) شبکه دوم تطابقی (ج) شبکه سوم تطابقی



شکل ۶، کانتور تنش برشی (الف) شبکه بندی اولیه (ب) شبکه دوم تطابقی (ج) شبکه سوم تطابقی (د) شبکه عصبی مصنوعی (ه) جواب تحلیلی

جدول ۱، میزان خطای موجود در مثال ورق بی نهایت تحت کشش

خطای دقیق	شبکه اولیه	شبکه دوم تطابقی	شبکه سوم تطابقی	شبکه عصبی
میزان خطا: %	۱۰,۴۴	۴,۶۲	۲,۳۳	۱,۸۸

طبق نتایج بدست آمده مشاهده می شود که پیش بینی شبکه عصبی نسبت به روش المان محدود تطابقی دقیق تر عمل کرده و تنش ها را به صورت دقیق تر و نزدیک جواب تحلیلی بدست آمده است. در شبکه اولیه خطا از ۱۰,۴٪ به ۴,۶٪ کاهش پیدا کرده و به ۲,۳۳٪ توسط روش اجزای محدود تطابقی در دو مرحله کاهش پیدا کرده است. حال این خطا توسط شبکه عصبی به ۱,۸٪ کاهش پیدا کرده است که به میزان قابل توجهی این خطا را کاهش داده است. و باید به این نکته توجه کرد که کاهش خطا در درصدهای پایین کار بسیار سختی است که این کاهش خطا توسط شبکه عصبی در این تحقیق انجام شده است.

۵. نتیجه گیری

پیشرفت روز افزون ابزارهای محاسباتی باعث گردیده است که تحلیل سازه های بسیار پیچیده که قبلا امکان پذیر نبود، محقق شود. در این بین میزان وقت پاسخ های بدست آمده و سرعت انجام تحلیل دو فاکتور کلیدی هستند که توجه محققین را به خود جلب کرده است. روش اجزای محدود تطابقی یکی از ابزارهایی است که کمک می کند شبکه ای ایجاد شود که با حداقل مجهولات به دقت مورد نظر نزدیک گردد. ولی در مسائلی که نقاط بحرانی نظیر ترک خوردگی، حفره، بار متمرکز و... وجود دارد، معمولا رسیدن به خطای هدف به راحتی ممکن نیست و چندین مرحله آنالیز تطابقی مورد نیاز می باشد. از آن سو هر مرحله آنالیز تطابقی هزینه و زمان زیادی به مسئله تحمیل می کند که عملا با زیاد شدن تعداد این مراحل، فلسفه این روش را زیر سوال می برد. در این تحقیق هدف بر این بود که عملیات تطابقی به دو مرحله محدود گردد و سپس از جواب های بدست آمده از شبکه اولیه و دو مرحله تطابقی با اعمال شبکه عصبی مصنوعی به یک جواب بهبود یافته دست یافت. به کارگیری این تکنیک موجب کاهش خطای مسئله و عدم نیاز به مراحل بیش تر آنالیز تطابقی می گردد. برای آموزش



دوازدهمین کنگره ملی مهندسی عمران

۸۷ خرداد ۱۳۹۹

دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران



شبکه عصبی مصنوعی از پاسخ های بدست آمده در نقاط گاوس در مراحل قبلی استفاده می گردد. مشاهده شد که این تکنیک روی مثال عددی با نتایج خوبی همراه بود و خطا را نسبت به روش اجزای محدود تطابقی کاهش داد و همینطور زمان پاسخ را در تعداد المان های بالا بسیار پایین می آورد. تنش ها در نقاط مختلفی بسیار دقیق توسط شبکه عصبی پیش بینی شد ولی در برخی نقاط نیز دچار خطا می شود که به علت های مختلفی برای این خطاها وجود دارد که می توان آن ها را نیز بهبود بخشید.

۶. فهرست منابع

- [1] Zienkiewicz, O. C. (2006). The background of error estimation and adaptivity in finite element computations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(4-6), 207-213.
- [2] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., & Zhu, J. Z. (2005). *The finite element method: its basis and fundamentals*. Elsevier.
- [3] Zienkiewicz, O. C., & Zhu, J. Z. (1987). A simple error estimator and adaptive procedure for practical engineering analysis. *International journal for numerical methods in engineering*, 24(2), 337-357.
- [4] Zienkiewicz, O. C., & Zhu, J. Z. (1992). The superconvergent patch recovery (SPR) and adaptive finite element refinement. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 101(1-3), 207-224.
- [5] Boroomand, B., & Zienkiewicz, O. C. (1997). Recovery by equilibrium in patches (REP). *International journal for numerical methods in engineering*, 40(1), 137-164.
- [6] Babuška, I., & Rheinboldt, W. C. (1978). A- posteriori error estimates for the finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 12(10), 1597-1615.
- [7] Zienkiewicz, O. C., Boroomand, B., & Zhu, J. Z. (1999). Recovery procedures in error estimation and adaptivity Part I: Adaptivity in linear problems. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 176(1-4), 111-125.
- [8] Khoei, A. R., Eghbalian, M., Moslemi, H., & Azadi, H. (2013). Crack growth modeling via 3D automatic adaptive mesh refinement based on modified-SPR technique. *Applied Mathematical Modelling*, 37(1-2), 357-383.
- [9] مظاهری فرد، پوریا. مسلمی، حمید. (۱۳۹۶) "ارائه یک روش اجزای محدود تطابقی جدید برای کاهش خطای حل با افزودن درجه تابع تقریب بدون افزایش گره"، مقاله کنفرانسی دهمین کنگره ملی مهندسی عمران، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف.
- [۱۰] تشنه لب، محمد. جعفری، پوریا (۱۳۹۴) "شبکه های عصبی و کنترل کننده های عصبی پیشرفته با رویکرد شبکه های راف"، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، چاپ اول، انتشارات، ۳۸۸ صفحه.
- [11] Meng, L. (2013). *Artificial Neural Network Simulation for Finite Element Analysis*. In *Advanced Materials Research (Vol. 791, pp. 1468-1471)*. Trans Tech Publications.