13th International Conference of Iranian Operations Research Society
Shahrood University of Technology, 6-9 September 2020
سیزدهمین کنفرانس بین المللی انجمن ایرانی تحقیق در عملیات
۱۶ الی ۱۹ شهریور ۱۳۹۹
دانشگاه صنعتی شاهرود

بهبود عملکرد نمودار کنترل MEWMA با قوانین حساس‌سازی

محمدحسن احمدی[۱]، امیرحسین امیری[۲]، زهرا جلیلی بال[۳]

[۱]دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع ،دانشگاه شاهد؛ muhammadh.ahmadi@gmail.com
[۲]استاد مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد؛ amiri@shahed.ac.ir
[۳]دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد؛ zjalili222@ut.ac.ir

چکیده

نمودار کنترل یکی از مهمترین روش‌های آماری برای پایش کیفیت فرآیند است. یکی از متداول‌ترین آن‌ها نمودارهای کنترل شوهارت است. نقطه ضعف نمودارهای کنترل شوهارت در شناسایی سریع شیفت‌های کوچک و متوسط در پارامترهای فرآیند می‌باشد. یکی از دلایل طراحی نمودارهای کنترل EWMA و CUSUM برطرف کردن این نقطه ضعف می‌باشد. نمودار کنترل MEWMA یکی از نمودارهای کنترل چند متغیره است که برای پایش محصول یا فرایندی استفاده می‌شود که دارای بیش از یک مشخصه کیفی است. بهبود عملکرد نمودارهای کنترل همیشه مورد توجه محققین قرار گرفته است. در این مقاله نمودار کنترل MEWMA به دو قانون حساس‌سازی R2/3 و R2/4 پیشنهادی مجهز شده‌است. برای ارزیابی عملکرد قوانین حساس‌سازی پیشنهادی از معیار متوسط طول دنباله استفاده شده‌است. نتایج شبیه‌سازی‌های صورت گرفته و همچنین مقادیر متوسط طول دنباله نشان می‌دهند که قوانین پیشنهادی عملکرد نمودار کنترل MEWMA را در کشف شیفت‌های کوچک و متوسط بهبود داده و در شیفتهای بزرگ عملکرد قابل قبولی از خود نشان می‌دهند. همچنین بروی مقادیر همبستگی بین متغیرها تحلیل حساسیت انجام شده‌است. در پایان نیز عملکرد قوانین حساس‌سازی پیشنهادی با استفاده از یک مطالعه موردی در حوزه تکنیک‌های پردازش تصویر، مورد بررسی قرار گرفته است.

کلمات کلیدی: قوانین حساس‌سازی؛ متوسط طول دنباله؛ نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی چند متغیره.

۱- مقدمه

امروزه با پیچیده‌تر شدن محصول های تولیدی، لازم است که کیفیت محصول به طور همه جانبه در نظر گرفته شود. از این رو، مشخصه‌ی کیفیت تحت کنترل، بیش از یک مشخصه خواهد بود. بنابراین، همه‌ی مشخصه‌های کیفی باید همزمان با هم مطالعه شوند تا کنترل کیفیت آن محصول به درستی صورت گیرد. کنترل آماری چندمتغیره ی فرآیند در طی سال های جنگ جهانی دوم و بعد از آن مورد توجه قرار گرفت. اولین بار هتلینگ [۱] آماره T^2 را به عنوان مبنایی برای نمایش کیفیت در نظر گرفت و توزیع آماری آن را برای ساختن آزمون فرض لازم ارائه داد. در صورتیکه بین چند مشخص هی کیفیت تحت کنترل، وابستگی وجود داشته باشد، در نظر نگرفتن وابستگی بین آن‌ها و استفاده از نمودارهای کنترل منفرد برای هر یک از مشخصه‌ها، می‌تواند به تجزیه و تحلیل‌های نادرست منجر شود.

در نمودار های کنترل گاهی ممکن است تمامی نقاط بین حدود کنترل بالا و پایین قرار گیرند، اما به علت وجود یک روند غیر تصادفی و سیستماتیک در مشاهدات، فرآیند از نظر آماری خارج از کنترل باشد. بنابراین نیازمند روش‌هایی هست تا بتوان وجود چنین روندهایی را در نمودارهای کنترل تشخیص داد. کتاب راهنمای وسترن الکتریک [۲] یک سری از قوانین را برای شناسایی روندهای غیرتصادفی در نمودارهای کنترل پیشنهاد می کند که به قوانین "وسترن الکتریک" مشهورند. بر اساس مطالب این کتاب مشاهده هر یک از موارد زیر بیانگر این واقعیت است که فرآیند در حالت خارج از کنترل به سر می‌برد.

۱- یک نقطه خارج از حدود سه انحراف معیار
۲- دو از سه نقطه متوالی خارج از حدود هشدار دو انحراف معیار و داخل حدود کنترل
۳- چهار از پنج نقطه متوالی خارج از حدود یک انحراف معیار و داخل حدود کنترل
۴- رسم هشت نقطه متوالی در یک طرف خط مرکز

نکته مهم در استفاده از قوانین حساس سازی وسترن الکتریک، این است که در هر لحظه از زمان در یک طرف خط مرکز کاربرد دارند. یعنی اگر مثلا یک نقطه بالاتر از حد هشدار بالا و نقطه بعدی پایینتر از حد هشدار پایین قرار گیرد، طبق این قوانین، نمی توان نتیجه گرفت که فرایند از کنترل خارج شده است.

یکی از مشکلات نمودار کنترل شوهارت تصمیم گیری تنها براساس اطلاعات حاصل از آخرین نقطه ترسیم شده می‌باشد، به نحوی که اطلاعاتی که مجموعه نقاط با هم به دست می دهند نادیده گرفته می شود که نهایتا به عدم توانایی این نمودار در کشف سریع شیفت های کوچک و متوسط می شود. یکی از راه هایی که جهت تقویت عملکرد این نمودارها مورد استفاده قرار می گیرد ترکیب نمودار کنترل با قوانین حساس سازی است که نخستین بار توسط شرکت وسترن الکتریک در کتاب راهنمای خود در سال ۱۹۵۶ معرفی شده است.

دیویس و وودال [۳] نشان دادند که برخی از قوانین وسترن الکتریک دارای ضعف اساسی می‌باشند. به عنوان مثال می‌توان به قانون چند (معمولا هفت یا هشت) نقطه‌ی متوالی صعودی یا نزولی اشاره کرد . این قانون در تشخیص یک روند که اساسا برای این کار طراحی شده است فوق العاده ضعیف عمل می‌کند ولی نرخ هشدار اشتباهی را افزایش می‌دهد. دیوکی و تیلور [۴] نیز با استفاده از شبیه سازی عملکرد قوانین روندها برای انحرافات میانگین فرآیند را مورد مطالعه قرار دادند. ژانگ و وو [۵]یک الگوریتم بهینه سازی جهت طراحی ۱۱ ترکیب از نمودارها با استفاده از ۱۵ قانون رایج وسترن الکتریک را پیشنهاد کردند. کاستاگلیولا [۶]برای پایش ضریب تغییرات از ترکیب این قوانین با نمودار کنترل شوهارت استفاده کرد. همچنین محمود و همکاران [۷] عملکرد نمودار کنترل $\bar{X}$ که به قوانین حساس‌سازی مختلف مجهز شده بود را زمانی که پارامترها نامعلوم بودند ارزیابی کردند. ادئوتی و همکاران [۸] نمودار کنترل DEWMA را با دو قانون حساس‌سازی پیشنهادی بهبود دادند.

با توجه به اینکه نمودارهای کنترل شوهارت با تاخیر، تغییر واقعی موجود در یک فرآیند را اعلام می‌کنند، حال می‌توان در اینجا به نقطه ضعف اساسی نمودارهای کنترل شوهارت اشاره کرد. یکی از نقاط ضعف نمودارهای کنترل شوهارت تصمیم گیری تنها براساس اطلاعات حاصل از آخرین نقطه ترسیم شده می‌باشد، به نحوی که اطلاعاتی که مجموعه نقاط با هم به دست می دهند نادیده گرفته می شود که نهایتا به عدم توانایی این نمودارها در کشف سریع شیفت های کوچک و متوسط منجر می شود. در واقع یکی از اهداف طراحی نمودار های کنترل CUSUM و EWMA ، مرتفع کردن این نقطه‌ی ضعف نمودارهای کنترل شوهارت بوده است. نمودارهای کنترل CUSUM و EWMA نسبت به تغییرات کوچک و متوسط حساسیت بیشتری نسبت به نمودارهای کنترل شوهارت دارند، ولی نمودارهای کنترل شوهارت در تغییرات بزرگ، نسبت به نمودارهای کنترل CUSUM و EWMA حساسیت بیشتری دارد. بعبارت دیگر در تغییرات بزرگ نمودارهای کنترل شوهارت عملکرد بهتری از خود ارائه می‌کنند.

۲- نمودار کنترل میانگین متحرک موزون چند متغیره

یکی دیگر از نمودارهایی که نسبت به نمودارهای کنترل چند متغیره شوهارت، از حساسیت بیشتری در شناسایی تغییرات

کوچک و متوسط در فرآیندهای چندمتغیره برخوردار می‌باشد، نمودار کنترل میانگین متحرک موزون چند متغیره[1] است. از روش EWMA تک متغیره بیاد دارید که آماره میانگین متحرک موزون به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$z_t = rx_t + (1-r)z_{t-1} \qquad (۱)$$

بطوری که r دارای مقدار ثابتی بین $0 < r \le 1$ و $Z_0 = \mu_0$ است. می‌دانید، از آنجایی که $\bar{X}$ تخمین نااریب از میانگین جامعه است، لذا اگر مقدار μ_1 معلوم نباشد، آنگاه $Z_0 = \mu_0$ در نظر گرفته می‌شود. براساس دانسته‌ها از روش EWMA تک متغیره، اگر $X_1, X_2, \ldots$ متغیرهای تصادفی نرمال مستقل با واریانس σ^2 باشند، آنگاه z_i دارای واریانس رابطه (۲) زیر است:

$$\sigma_{z_i}^2 = \sigma^2 \left(\frac{r}{2-r} \right) \left[1 - (1-r)^{2i} \right] \qquad (۲)$$

حال در یک فرآیند چند متغیره فرض کنید که بردار $\mathbf{X}=(X_1, X_2, \ldots, X_p)$ با اندازه $p\times 1$ نشان دهنده مشخصات کیفی مشاهده شده از فرآیندی باشد که از یک توزیع نرمال p متغیره $N_p \approx (\mu_0, \Sigma_0)$ پیروی می‌کند. بنابراین، یک روش بدیهی برای استفاده از روش EWMA در فرآیندهای چندمتغیره، روشی است که توسط لوری و همکاران [۹] معرفی شد. در این روش ابتدا بردار EWMA به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Z_i = rX_i + (1-r)Z_{i-1}; i = 1,2,\ldots \qquad (۳)$$

یعنی برای هر یک از p متغیر، آماره EWMA تعریف می‌شود. در این رابطه $\mathbf{X_i}$ بردار مشاهدات انفرادی به ازاء نمونه i ام است. در اینجا فرض می‌شود که Z_0 یعنی مقدار آغازین، برابر بردار صفر است. همینطور $0 < r \le 1$ می‌باشد. همانطور که مشخص است، در اینجا فرض شده است که دلیلی برای تفاوت وزنی بین p پارامتر هموارسازی وجود ندارد، یعنی $r_1 = r_2 = \ldots = r_p$ می‌باشد. در این روش آماره نمودار برای پایش به صورت زیر است:

$$T^2 = Z_i^t \sum\nolimits_{z_i}^{-1} Z_i > h \qquad (۴)$$

بنابراین اگر T^2 از مقدار تصمیم h بیشتر شود، نمودار هشدار خارج از کنترل صادر می‌کند. مقدار h با توجه به مقدار ARL تعیین می‌شود. در رابطه بالا Σ_{z_i} بیانگر ماتریس واریانس- کوواریانس $\mathbf{Z_i}$ است، و در صورتی که $r_1 = r_2 = \ldots = r_p$ باشد، ماتریس فوق از رابطه زیر محاسبه می‌شود

$$\sum\nolimits_{z_i} = \frac{r}{2-r} \left[1 - (1-r)^{2i} \right] \sum \qquad (۵)$$

در رابطه بالا $\mathbf{\Sigma}$ نشان دهنده ماتریس واریانس ـ کوواریانس مشخصه‌های فنی فرآیند است. در حالتی که $r = 1$ باشد، آنگاه $Z_i = X_i$، و $T^2 = X_i^t \Sigma^{-1} X_i$ می‌شود، که دقیقاً همان نمودار شوهارت چند متغیره مربع کای می‌باشد.

[1] Multivariate exponentially weighted moving average (MEWMA)

۳- قوانین حساس‌سازی پیشنهادی

قوانین حساس‌سازی برای بهبود عملکرد نمودارهای کنترل در کشف شیفت‌های کوچک و متوسط ارائه شدند. این قوانین در ابتدا به نمودارهای کنترل شوهارت با توجه به نقطه ضعف این نمودارها در کشف شیفت‌های کوچک الصاق شدند. البته ریاز و همکاران [۱۰] و عباس و همکاران[۱۱] تأثیر خوب قوانین حساس‌سازی را در نمودارهای کنترل باحافظه نظیر CUSUM و EWMA نیز نشان دادند.

ریاز و همکاران [۱۰] قوانین حساس‌سازی ارائه دادند که در آن فرآیند خارج از کنترل نامیده می‌شد، اگر حداقل r- w نقطه از r نقطه متوالی خارج از حدود تعیین شده قرار بگیرد. این قوانین در فاز ۲ پروفایل های چند متغیره در کشف شیفت‌های بزرگ عملکرد مناسبی ندارند، به همین دلیل این برخی از این قوانین ترکیب شدند تا در کشف شیفت های بزرگ نیز عملکرد قایل قبول داشته باشند.

قبل از ارائه قوانین پیشنهادی حدود کنترلی و هشداری شرح داده می‌شود :

حد کنترل[1](CL) : حدی است که اگر آماره‌ای بالاتر از این حد قرار بگیرد فرآیند خارج از کنترل نامیده می‌شود. این حد در روشهای مورد بررسی به گونه‌ای تعیین می‌شود که ARL_0 مورد نظر حاصل شود. مقدار این حد بزرگتر از حد کنترل تنظیم شده مربوط به روشهای موجود می‌باشد.

حد هشدار[2](WL): سطحی از نمودار کنترل می‌باشد، که اگر تعدادی از نقاط متوالی با توجه به نوع قانون از آن سطح بالاتر باشند، فرآیند خارج از کنترل نامیده می‌شود. مقدار این حد کمتر از حد کنترل (CL) می‌باشد. این حد نیز مانند حد کنترل به گونه ای تنظیم می‌شود که ARL_0 مورد نظر حاصل شود.

۱.۳- قانون اول (R2/3):

به ازای برقراری یکی از دو شرط زیر، فرآیند خارج از کنترل نامیده می‌شود:

۱- اگر یک نقطه از آماره مورد نظر بیرون از CL قرار بگیرد.

۲- اگر حداقل ۲ نقطه از ۳ نقطه متوالی از آماره مورد نظر بین CL و WL قرار بگیرد.

۲.۳- قانون دوم (R2/4):

به ازای برقراری یکی از دو شرط زیر، فرآیند خارج از کنترل نامیده می‌شود:

۱- اگر یک نقطه از آماره مورد نظر بیرون از CL قرار بگیرد.

۲- اگر حداقل ۲ نقطه از ۴ نقطه متوالی از آماره مورد نظر بین CL و WL قرار بگیرد.

برای ارزیابی عملکرد نمودارهای کنترل معیارهای متعددی وجود دارد، که معروفترین آن‌ها متوسط طول دنباله یا ARL می‌باشد. با این حال برخی از محققین برای تحلیل بیشتر درباره طول دنباله پیشنهاد دادند، که انحراف معیار آن یا SDRL نیز گزارش شود. برای بررسی عملکرد نمودارهای کنترل همه روش‌ها به‌گونه‌ای طراحی شده‌اند که مقدار ARL تحت کنترل برابر با ۲۰۰ باشد. البته باید توجه داشت، می‌توان ازمقادیر مختلفی از ARL_0 استفاده نمود. در مطالعات شبیه‌سازی، هر مقدار ARL به کمک ۵۰۰۰ بار تکرار تخمین زده شده است.همانطور که در معرفی قوانین پیشنهادی اشاره شده مقادیر حد کنترل و حد هشدار از طریق شبیه سازی به‌نحوی تعیین می‌شوند که به ARL تحت کنترل خاصی منجر شود. در قوانین پیشنهادی با توجه به اینکه دو حد تنظیم شده‌اند، ترکیبات متفاوتی از حدود به

[1] Control limit
[2] Warning limit

ARL تحت کنترل مورد نظر منجر می‌شود. در این مقاله ترکیباتی مورد استفاده قرار گرفته‌اند که به صورت بهینه عمل کنند، یعنی در تمامی شیفت‌ها عملکرد بهتری داشته باشند. جدول۱ مقادیر شبیه‌سازی شده ARL را برای شیفت‌های متفاوت در پارامتر غیر مرکزی δ نشان می‌دهد. همانطور که نتایج جدول ۱ نشان می‌دهد زمانی پارامتر هموارسازی ۰,۲ می‌باشد، هر دو قانون پیشنهادی عملکرد نمودار کنترل MEWMA را در شیفت‌های کوچک و متوسط بهبود می‌دهد. قانون R2/4 در شیفتهای کوچک و متوسط نسبت به قانون R2/3 عملکرد بهتری دارد، ولی در شیفت‌های بزرگ قانون R2/3 عملکرد بهتری دارد. همچنین با افزایش مقدار همبستگی بین متغیرهای تأثیرگذاری قوانین پیشنهادی بیشتر می‌شود. البته شایان ذکر است با کاهش مقدار همبستگی بین متغیرها عملکرد همه طرح های کنترلی بهبود می‌یابد.

جدول ۱- مقادیر ARL شبیه‌سازی شده تحت تغییرات δ (ARL تحت کنترل برابر با ۲۰۰ است).

$\rho = 0.5$		δ												
		0	**0.25**	**0.5**	**0.75**	**1**	**1.25**	**1.5**	**1.75**	**2**	**2.25**	**2.5**	**2.75**	**3**
r = 0.2	**cl/wl**													
MEWMA	9.65	200.46	97.09	35.63	16.54	10.27	7.11	5.53	4.48	3.78	3.26	2.92	2.63	2.42
MEWMA_R2/3	11 7.77	199.76	94.58	33.66	16.50	10.06	7.10	5.54	4.59	3.90	3.35	2.98	2.70	2.51
MEWMA_R2/4	10.88 7.81	201.17	93.10	33.18	16.41	10.11	7.09	5.54	4.57	3.89	3.44	3.07	2.77	2.53
r = 0.4														
MEWMA	10.29	199.86	122.85	53.72	24.11	13.00	8.25	5.77	4.37	3.52	2.94	2.56	2.26	2.04
MEWMA_R2/3	12.10 7.41	201.15	118.98	47.59	21.94	12.01	7.72	5.58	4.32	3.57	2.98	2.66	2.39	2.15
MEWMA_R2/4	12.05 7.50	199.50	117.29	47.53	21.56	12.04	7.70	5.49	4.30	3.55	3.06	2.68	2.39	2.20
r = 0.6														
MEWMA	10.53	200.79	147.17	74.03	36.24	19.15	11.38	7.17	5.07	3.80	3.06	2.53	2.15	1.90
MEWMA_R2/3	12.40 6.86	199.33	137.54	64.12	29.83	15.65	9.24	6.33	4.57	3.56	2.96	2.52	2.21	1.95
MEWMA_R2/4	12.38 7.05	199.88	138.67	63.06	29.91	15.29	9.31	6.28	4.62	3.65	3.07	2.63	2.31	2.09
r = 0.8														
MEWMA	10.58	199.13	162.71	95.19	51.68	28.82	16.50	10.16	6.71	4.76	3.55	2.82	2.28	1.91
MEWMA_R2/3	13.10 6.32	199.32	153.82	82.40	41.36	21.78	12.65	7.83	5.55	4.06	3.18	2.64	2.24	1.98
MEWMA_R2/4	13.00 6.64	201.26	151.95	80.00	40.58	21.54	12.37	7.95	5.52	4.13	3.34	2.81	2.41	2.12

۴- مثال واقعی

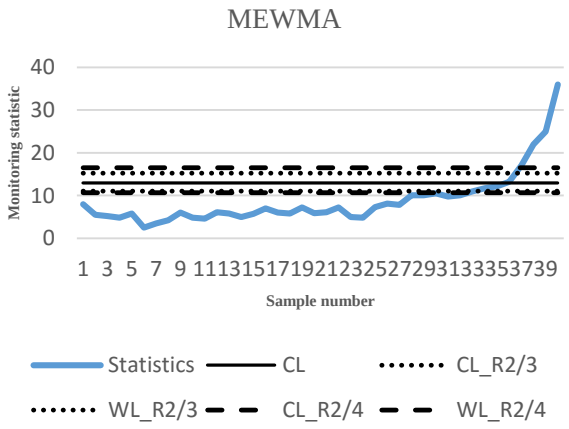
در این بخش کاربرد و عملکرد قوانین حساس‌سازی پیشنهادی، با استفاده از داده‌های واقعی ارائه شده توسط کیم و همکاران [۱۲] که مربوط به صنعت تولید پیچ و مهره می‌باشد، تشریح می‌شود. در این مثال چهار بعد پیچ که نشانگر چهار مشخصه کیفی محصول (پیچ) می‌باشد، با استفاده از تصاویر مورد بررسی و پایش قرار می‌گیرند. مشخصه کیفی اول (X_1) مربوط به قطر سر پیچ، مشخصه کیفی دوم (X_2) مربوط به ارتفاع سر پیچ، مشخصه کیفی سوم (X_3) مربوط به قطر بدنه پیچ و مشخصه کیفی چهارم (X_4) مربوط به ارتفاع بدنه پیچ می‌باشد. با استفاده از تصاویر مربوط به هر پیچ، مقادیر مشخصه های کیفی یادداشت شده و مورد بررسی قرار می‌گیرند. محصول زمانی تحت کنترل می‌باشد که هر چهار بعد آن تحت کنترل باشد. مقادیر میانگین و انحراف معیار و همچنین ماتریس کوواریانس در جدول ۲ آمده است. در این آزمایش، ابتدا ۲۵ نمونه تحت کنترل تولید شده، سپس از نمونه ۲۶ام میانگین مشخصه کیفی چهارم بدلیل اشکال در ماشین فرزکاری از ۰/۷۳۴۶ به ۰./۷۲۷۹ تغییر یافته است.

حدود کنترل و هشدار برای کلیه نمودارهای کنترل با استفاده از شبیه‌سازی تعیین شده‌اند تا ARL تحت کنترل برابر با ۲۰۰ بدست آید. حد کنترل بالا برای نمودار کنترل MEWMA، برابر ۱۲/۹۳ و همچنین حدود کنترل و هشدار MEWMA-R2/3 و MEWMA-R2/3 به ترتیب برابر با ۱۵/۲۱، ۱۱/۰۵، ۱۶/۵۰ و ۱۰/۷۱تعیین شده‌اند تا ARL تحت کنترل ۲۰۰ بدست آید.

جدول ۲: مقادیر میانگین، انحراف معیار و ماتریس کوواریانس مشخصه های کیفی

	X_1	X_2	X_3	X_4
میانگین	0.3673	0.2449	0.2502	0.7346
انحراف معیار	0.0018	0.0063	0.0032	0.0075
ماتریس کواریانس				
X_1	1.0000	-0.1853	0.3231	0.2026
X_2	-0.1853	1.0000	0.1025	-0.9511
X_3	0.3231	0.1025	1.0000	-0.1516
X_4	0.2026	-0.9511	-0.1516	1.0000

شکل ۱ نشان می‌دهد که هر نمودار کنترل، در شناسایی تغییر در میانگین مشخصه کیفی چهارم چگونه عمل می‌کند. همان‌طور که مشخص است نمودار کنترل MEWMA در نمونه ۳۶ هشدار می‌دهد. نمودار کنترل MEWMA-R2/3 در نمونه ۳۵ام، نمودار کنترل MEWMA-R2/4 در نمونه ۳۴ام، هشدار می‌دهند. همانطور که مشاهده می‌شود، نمودارکنترل MEWMA مجهز به قوانین حساس‌سازی پیشنهادی سریعتر شیفت رخ داده را شناسایی می‌کند.



شکل ۱: نمودار کنترل MEWMA مجهز به قوانین حساس‌سازی R2/3 و R2/4

۵- نتیجه و جمع‌بندی

در این مقاله دو قانون R2/3 و R2/4 جدید برای بهبود عملکرد نمودار کنترل MEWMA ارائه شدند. این دو قانون پیشنهادی با توجه به نتایج و شبیه‌سازی‌های صورت گرفته، عملکرد این نمودار را درشناسایی شیفتهای کوچک و متوسط بهبود داده‌اند. همچنین عملکرد آن‌ها در شناسایی شیفت‌های بزرگ نیز قابل قبول می‌باشد. شایان ذکر است که هدف پیاده کردن قوانین حساس‌سازی و مجهز کردن نمودارهای کنترل به آن‌ها بهبود عملکرد این نمودارها در شناسایی شیفتهای کوچک و متوسط می‌باشد. از این رو قوانین حساس‌سازی پیشنهادی به این هدف رسیده‌اند. لازم به ذکر است که بروی مقدار همبستگی بین متغیرها تحلیل حساسیت انجام شده‌است، که نشان می‌دهد با افزایش مقادیر این پارامتر

عملکرد قوانین حساس‌سازی پیشنهادی بیشتر می‌شود.

۶- مراجع

[1] Hotelling, H. Multivariate quality control. *Techniques of statistical analysis*, 1947.

[2] Western Electric Company. *Statistical quality control handbook*. Western Electric Company, 1956.

[3] Davis, R. B., & Woodall, W. H. Performance of the control chart trend rule under linear shift. *Journal of Quality Technology*, 20(4), 260-262,1988.

[4] Divoky, J. J., & Taylor, R. W. Detecting process drift with combinations of trend and zonal supplementary runs rules. *International Journal of Quality & Reliability Management*, 12(2), 60-71,1995.

[5] Zhang, S., & Wu, Z. Designs of control charts with supplementary runs rules. *Computers & Industrial Engineering*, 49(1), 76-97,2005.

[6] Castagliola, P., Achouri, A., Taleb, H., Celano, G., & Psarakis, S. Monitoring the coefficient of variation using control charts with run rules. *Quality Technology & Quantitative Management*, 10(1), 75-94,2013.

[7] Mehmood, R., Qazi, M. S., & Riaz, M. On the performance of $\bar{X}$ control chart for known and unknown parameters supplemented with runs rules under different probability distributions. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, *88*(4), 675-711,2018.

[8] Adeoti, O. A., & Malela-Majika, J. C. Double exponentially weighted moving average control chart with supplementary runs-rules. *Quality Technology & Quantitative Management*, 1-24,2019.

[9] Lowry, C. A., Woodall, W. H., Champ, C. W., & Rigdon, S. E. A multivariate exponentially weighted moving average control chart. Technometrics, 34(1), 46-53,1992.

[10] Riaz, M., Abbas, N., & Does, R. J. Improving the performance of CUSUM charts. *Quality and Reliability Engineering International*, 27(4), 415-424,2011.

[11] Abbas, N., Riaz, M., & Does, R. J. Enhancing the performance of EWMA charts. *Quality and Reliability Engineering International*, 27(6), 821-833,2011.

[12] Kim, S., Jeong, M. K., & Elsayed, E. A. Generalized smoothing parameters of a multivariate EWMA control chart. *IISE Transactions*, 49(1), 58-69,2017.