13th International Conference of Iranian Operations Research Society
Shahrood University of Technology, 6-9 September 2020
سیزدهمین کنفرانس بین المللی انجمن ایرانی تحقیق در عملیات
۱۶ الی ۱۹ شهریور ۱۳۹۹
دانشگاه صنعتی شاهرود

مسأله معکوس میانه با حفظ میانه موجود روی درخت‌ها

منا خداقلی[۱]، اردشیر دولتی[۲]

[۱]دانشجوی دکتری ریاضی کاربردی، دانشگاه شاهد؛ monakhodagholy@gmail.com
[۲]دانشیار گروه علوم کامپیوتر، دانشگاه شاهد؛ dolati@shahed.ac.ir

چکیده

در این مقاله حالت خاصی از مسأله معکوس ۱- میانه، تحت عنوان مسأله معکوس ۱- میانه با حفظ رأس میانه موجود روی درخت‌های وزن‌دار را بررسی می‌کنیم. هدف از این مسأله تغییر وزن رئوس درخت مفروض در محدوده کران داده شده با کمترین هزینه است، به‌طوری‌که رأس از پیش مشخص شده روی درخت مفروض، رأس ۱- میانه درخت تغییر یافته شود و شرط بهینگی برای رأس ۱- میانه درخت اولیه تحت تغییرات صورت گرفته حفظ شود. در ابتدا ما مدل ریاضی این مسأله را بیان می‌کنیم و سپس یک الگوریتم حریصانه برای این مسأله ارائه می‌کنیم. در نهایت نیز جهت درک بهتر مدل و کارایی الگوریتم ارائه شده مثال عددی بیان می‌کنیم.

کلمات کلیدی: مسأله معکوس ۱- میانه؛ شرط بهینگی؛ درخت؛ زیردرخت ماکسیمال.

۱- مقدمه

مسائل مکان‌یابی و تحلیل موقعیت تأسیسات و تسهیلات، از مهم‌ترین مسائل بهینه‌سازی است که مورد توجه محققین فراوانی قرار گرفته است. این مسأله در زمینه استقرار تسهیلات در بخش درمانی، اداری، نظامی، آموزشی، برنامه‌ریزی شهری و استقرار ایستگاه‌های آتش‌نشانی، استقرار نیروگاه‌های برق، اجزای الکترونیکی در مدارها و ... دارای کاربردهای زیادی است. هدف از حل این نوع مسائل، تعیین مکانی مناسب جهت احداث مراکز خدمات‌رسانی و استقرار تسهیلات می‌باشد. مسائل ۱- میانه، ۱- مرکز، p- میانه ، p- مرکز و میانه - مرکز از مهمترین مسائل مکان یابی می باشند که مورد توجه محققین قرار گرفته است [۱-۷].

به طور کلی مسائل مکان‌یابی به دو دسته مسائل مکان‌یابی پیوسته و گسسته تقسیم می‌شوند. در مکان‌یابی پیوسته، تسهیلات و امکانات در دسترس می‌توانند در هر نقطه‌ای از فضای مورد مطالعه استقرار یابند، در حالی‌که در مسائل مکان‌یابی گسسته، تسهیلات مورد نظر صرفاً باید روی نقاط موجود در فضای گسسته مورد بحث قرار گیرند. به عنوان مثال، در یک شبکه با گره‌ها و یال‌های مشخص، تسهیلات و امکانات موجود، تنها می‌توانند روی گره‌ها و یا رأس‌های شبکه استقرار یابند.

یکی از مهم‌ترین توابع هدف مسائل مکان‌یابی که به طور معمول ممکن است مورد استفاده قرار گیرد تابع میانه می‌باشد. میانه گراف، رأسی یا رئوسی از گراف است که مجموع همه فاصله‌های وزنی آن‌ها تا سایر رئوس مینیمم باشد. برای مسأله میانه روی درخت، الگوریتمی با زمان اجرای خطی ارائه شده است [۸،۹].

در یک مسأله مکان‌یابی کلاسیک، با فرض معلوم بودن پارامترهای مسأله مانند هزینه‌ها، وزن‌ها، فواصل و... سعی در پیدا کردن مکان بهینه جهت سرویس‌دهی در فضای مورد مطالعه هستیم، اما در برخی موارد تسهیلات به صورت غیربهینه مکان‌یابی شده‌اند و به دلایل مختلف امکان جابه‌جایی آن‌ها وجود ندارد. در این‌صورت می‌توان با صرف هزینه کمتر و تغییر پارامترهای مسأله، مکان غیربهینه را به یک مکان بهینه تبدیل کرد؛ اما از آن جایی‌که برای تغییر هر

پارامتر، باید هزینه‌ای را متحمل شویم، سعی می‌شود تغییرات به‌گونه‌ای باشند که علاوه بر دست‌یابی به هدف، مجموع هزینه‌های حاصل از این تغییرات مینیمم شود. این نوع مسائل را مسائل مکان‌یابی معکوس می‌نامند.

به‌طور رسمی‌تر هدف از حل مسأله معکوس ۱- میانه، تغییر پارامترهای مسأله مانند وزن رئوس در محدوده کران داده شده با کم‌ترین هزینه ممکن است، به‌گونه‌ای‌که رأس از پیش مشخص شده، با توجه به پارامترهای تغییر یافته به یک رأس ۱- میانه شبکه تغییر یافته تبدیل شود. این مسأله توسط الگوریتمی که بورکارد و همکارانش در سال ۲۰۰۴ ارائه دادند در زمان $O(n \log n)$ قابل حل است [۱]. چندین سال بعد در سال ۲۰۱۰، گلوی ثابت کرد که مدل ریاضی این مسأله معادل با مدل ریاضی مسأله کوله‌پشتی پیوسته است [۱۰]، در نتیجه این مسأله در زمان خطی $O(n)$ توسط الگوریتمی که بالاس و زمل در سال ۱۹۸۰ ارائه دادند، قابل حل است [۱۱]. در سال ۲۰۱۹ نیز سپاسیان برای مسأله وارون[1]میانه با حفظ رأس میانه موجود روی درخت‌ها، الگوریتمی با زمان چندجمله‌ای ارائه داد[12].

در هیچ یک از مطالعات فوق در زمینه مسائل ۱- میانه و معکوس آن، مسأله‌ای تحت عنوان مسأله معکوس میانه با حفظ رأس میانه موجود در گراف مورد بررسی قرار نگرفته است.

کاربرد این مسأله را می‌توان در مدیریت شهرسازی و مسائل زنجیره تامین بیان کرد. در واقع در این مسأله با اصلاح میزان تولید یا تقاضای رئوس با کمترین هزینه می‌خواهیم رأس از پیش مشخص شده به عنوان یک مرکز خدمات دهی جدید، یک مکان بهینه (میانه) جهت خدمات رسانی شود و همین‌طور شرط بهینگی برای مکان استقرار مرکز خدمات رسانی (رأس میانه) موجود در شبکه اولیه حفظ شود.

مقاله حاضر به صورت زیر سازماندهی شده است:

در بخش دوم به بیان مسأله و مدل‌بندی ریاضی آن می‌پردازیم. در بخش سوم نیز الگوریتم حریصانه جهت حل مسأله ارائه می‌کنیم. در پایان نیز جهت درک بهتر مدل و کارایی الگوریتم مثال عددی ارائه نمودیم.

۲- بیان مسأله

فرض می‌کنیم $T = (V, E)$ یک شبکه درختی باشد، به‌طوری‌که $V = \{v_1, \cdots, v_n\}$ و $E = \{e_1, \cdots, e_m\}$ به ترتیب مجموعه رئوس و مجموعه یال‌های درخت را نشان می‌دهد. همچنین فرض می‌کنیم به هر یال $e_j \in E$ طول مثبت l_j و به هر رأس $v_i \in V$ وزن نامنفی $w_i \in \mathbb{R}^+$ اختصاص یافته است. بردار $w = (w_1, \cdots, w_n)$ وزن رئوس درخت، و $d(u, v)$ طول کوتاه‌ترین مسیر بین دو گره $u, v \in V$ را نشان می‌دهد.

تعریف ۱. فرض می‌کنیم $T = (V, E)$ یک شبکه درختی باشد. میانه، رأسی از گراف است که مجموع همه فواصل وزنی تا سایر رئوس را کمینه می‌کند. بنابراین رأسی مانند $v_p \in V$ یک رأس میانه است هرگاه:

$$\sum_{v_j \in V} w_j d(v_p, v_j) \leq \sum_{v_j \in V} w_j d(v_i, v_j) \qquad \forall v_i \in V$$

فرض کنید $v_p \in V$، یک رأس از پیش مشخص شده از درجه k باشد و $U = \{u_1, \cdots, u_k\}$ مجموعه رئوسی باشند که در همسایگی رأس v_p قرار دارند. در این‌صورت با حذف رأس v_p از درخت T، زیردرخت‌های ماکسیمال متناظر با v_s، به‌صورت $T_1 = \big(V(T_1), E(T_1)\big), \cdots, T_k = (V(T_k), E(T_k))$ حاصل می‌شوند، که به ترتیب در رئوس $u_1 \cdots, u_k$ ریشه دار شده‌اند و $V(T_i)$ مجموعه رئوس هر زیردرخت T_i برای $i = 1, \cdots, k$ را نمایش می‌دهد.

هو و گلدمن نشان دادند که مسأله میانه فقط به وزن رئوس وابسته است و مستقل از طول یال‌هاست [۸,۱۳]. در این

[1] reverse

صورت لم زیر را داریم:

لم۱.[۱۳۸] (**شرط بهینگی ۱- میانه بودن یک رأس**). فرض می‌کنیم $T=(V,E)$ یک شبکه درختی باشد. در این‌صورت رأس $v_p \in V$ از درجه k، رأس میانه درخت مفروض است اگر و تنها اگر

$$W(T_i) \le \frac{W(T)}{2} \qquad \forall i = 1, \cdots, k$$

به طوری که $W(T) := \sum_{v_i \in V} w_i$ مجموع وزن کل درخت و $W(T_i) := \sum_{v_i \in V(T_i)} w_i$ مجموع وزن هر زیردرخت ماکسیمال T_i می‌باشند.

لم۲. [۱۳۸] فرض می‌کنیم $T=(V,E)$ یک شبکه درختی باشد. رأس $v_e \in V$ را به عنوان رأس ۱- میانه درخت مفروض نسبت به بردار وزن اولیه w در نظر بگیرید. همچنین فرض کنید $v_p \in V$ یک رأس از پیش مشخص شده از درجه k باشد که نسبت به بردار w رأس ۱- میانه درخت نیست. در این‌صورت یکی از زیردرخت‌های ماکسیمال T_j شامل رأس v_e است، اگر و تنها اگر داشته باشیم:

$$W(T_j) > \frac{W(T)}{2}, \quad \forall T_i \neq T_j \quad W(T_i) < \frac{W(T)}{2}.$$

با توجه به لم فوق، اگر رأس از پیش مشخص شده v_p رأس میانه درخت مفروض نباشد، آنگاه دقیقا یکی از زیردرخت‌های ماکسیمال ریشه دار شده در رأس v_p که شامل رأس ۱- میانه موجود درخت اولیه است، شرط بهینگی ۱- میانه بودن را نقض می‌کند.

لم۳.[۱۳۸] فرض کنید $\mathcal{T} = \{T_1, \cdots, T_k\}$ مجموعه زیر درخت‌های ماکسیمال ریشه‌دار شده در v_p باشد. همچنین فرض کنید برای هر $T_i \neq T_j$ داشته باشیم $W^*(T_i) < \frac{W^*(T)}{2}$. در این‌صورت رأس v_p رأس میانه درخت تغییر یافته است، اگر و تنها اگر داشته باشیم:

$$D := W^*(T_j) - \tfrac{W^*(T)}{2} = 0,$$

که $W^*(T)$ و $W^*(T_j)$ به ترتیب مجموع وزن‌های تغییریافته کل رئوس درخت و مجموع وزن تغییریافته کل رئوس زیردرخت ماکسیمال T_j است.

تذکر ۴. [۱۳۸] با توجه به لم ۲، دقیقا زیردرختی که شامل رأس میانه موجود درخت است، ناقض شرط بهینگی است. بنابراین با توجه به لم ۳ برای رفع فاصله بهینگی متناظر با چنین زیردرختی و در نتیجه محقق کردن شرط بهینگی برای رأس از پیش مشخص شده، باید وزن رئوس زیردرخت ناقض شرط بهینگی کاهش و وزن سایر رئوس افزایش یابد. بنابراین در جواب بهینه نظیر مسأله معکوس ۱- میانه، وزن تمامی رئوس زیردرخت ناقض شرط بهینگی کاهش و وزن بقیه رئوس افزایش می‌یابد.

مسأله معکوس ۱- میانه با حفظ ۱- میانه موجود در درخت $T=(V,E)$ که $|V|=n$، به صورت زیر بیان می‌شود:

فرض کنید v_e رأس ۱- میانه موجود درخت مفروض نسبت به بردار وزن اولیه $w=(w_1, \cdots, w_n)$ و v_p یک رأس از پیش مشخص شده باشد. فرض کنید c_i^+ و c_i^- به ترتیب هزینه متحمل شده برای افزایش و کاهش وزن یک واحد از هر رأس $v_i \in V$ باشد. همچنین $\underline{w}$ و $\overline{w}$ به ترتیب بردار کران پایین و کران بالای تغییرات وزن رئوس در نظر بگیرید. هدف از حل این مسأله تغییر بردار وزن رئوس w به صورت w^* در محدوده کران داده شده با کمترین هزینه است به‌طوری‌که رأس از پیش مشخص شده v_p رأس میانه درخت تغییر یافته شود و رأس v_e نیز ۱- میانه باقی بماند. با توجه به توضیحات بیان شده، مدل ریاضی این مسأله به صورت زیر فرموله می‌شود:

$$Min \sum_{i=1}^{n} c_i|w_i^* - w_i|$$

$$S.t \quad \sum_{v_j \in V} w_j^* d(v_p, v_j) \leq \sum_{v_j \in V} w_j^* d(v_i, v_j) \quad \forall v_i \in V$$
$$\sum_{v_j \in V} w_j^* d(v_e, v_j) \leq \sum_{v_j \in V} w_j^* d(v_i, v_j) \quad \forall v_i \in V$$
$$\underline{w_i} \leq w_i^* \leq \overline{w_i} \quad \forall v_i \in V$$

به طوری‌که $c_i = c_i^-$ اگر رأس v_i در زیردرخت ناقض شرط بهینگی باشد، در غیر این‌صورت $c_i = c_i^-$.

تذکر ۵. قابل توجه است که در جواب بهینه متناظر با مدل فوق برای هر رأس فقط افزایش و یا فقط کاهش وزن خواهیم داشت.

۳- ارائه الگوریتم

در این بخش جهت حل مسأله بیان شده در بخش قبل یک الگوریتم حریصانه ارائه می‌کنیم. در واقع در طول روند این الگوریتم سعی می‌کنیم در هر گام با حفظ شرط بهینگی برای تمامی زیردرخت‌های ماکسیمال نظیر رأس میانه موجود در درخت، وزن رئوس زیردرخت حاصل شده از حذف رأس از پیش مشخص شده که ناقض شرط بهینگی است و وزن بقیه رئوس درخت را با کمترین هزینه در محدوده کران داده شده به ترتیب کاهش و افزایش دهیم، به‌طوری‌که شرط بهینگی برای تمامی زیردرخت‌های نظیر رأس از پیش مشخص شده برقرار شود. گام‌های الگوریتم نظیر این مسأله به صورت زیر بیان می‌شود:

الگوریتم۱. الگوریتم مسأله معکوس میانه با حفظ میانه موجود روی درخت‌ها.

ورودی: درخت وزن‌دار $T = (V, E)$ که $|V| = n$، بردار وزن اولیه w، $\underline{w}$ و $\overline{w}$ به‌ترتیب بردار کران پایین و کران بالای تغییرات وزن رئوس، رأس میانه موجود درخت از درجه r، رأس از پیش مشخص شده از درجه k، مجموعه‌های $c^+ = \{c_1^+, \cdots, c_n^+\}$ و $c^- = \{c_1^-, \cdots, c_n^-\}$ به ترتیب هزینه متحمل شده برای افزایش و کاهش یک واحد از وزن هر رأس $v_i \in V$ باشد.

گام۱. رأس میانه موجود و رأس از پیش مشخص شده درخت را به‌ترتیب با v_e و v_p نمایش دهید.

گام۲. قرار دهید $\mathcal{T} = \{T_1, \cdots, T_r\}$ مجموعه زیردرخت‌های ماکسیمال متناظر با رأس v_e.

همچنین $\mathcal{T}' = \{T_1', \cdots, T_k'\}$ را مجموعه زیردرخت‌های ماکسیمال متناظر با رأس v_p قرار دهید، زیردرخت $T_i \in \mathcal{T}$ که شامل رأس v_p است را با T_p و زیردرخت $T_j' \in \mathcal{T}'$ که شامل رأس v_e است را با T_e' نمایش دهید.

$V(T_i)$ را مجموعه رئوس متعلق به زیردرخت $T_i \in \mathcal{T}$ (برای $i = 1, \cdots, r$) و $V(T_j')$ را مجموعه رئوس متعلق به زیردرخت $T_j' \in \mathcal{T}'$ (برای $j = 1, \cdots, k$) تعریف کنید.

گام۳. وزن کل درخت را محاسبه کنید: $W(T) = \sum_{i=1}^{n} w_i$.

گام ۴. وزن تمامی زیر درخت‌های ماکسیمال در $\mathcal{T}$ و $\mathcal{T}'$ را محاسبه کنید.

اگر وزن همه زیردرخت‌های ماکسیمال در $\mathcal{T}'$ کوچکتر مساوی $\frac{W(T)}{2}$ بود، توقف کنید؛ بردار وزن اولیه w مطلوب است.

در غیراینصورت وزن $T_e' \in \mathcal{T}'$ از $\frac{W(T)}{2}$ بزرگتر است.

گام ۵. قرار دهید $D := W(T_e') - \frac{W(T)}{2}$.

گام ۶. اگر $v_i \in V(T_e')$ ، آنگاه قرار دهید $c_i = c_i^-$، درغیراینصورت قرار دهید $c_i = c_i^+$ و همچنین قرار دهید مجموعه $C = \{c_1, \cdots, c_n\}$.

گام ۷. اگر $C \neq \emptyset$، مینیمم عنصر $c_i \in C$ را پیدا کنید،

در غیراینصورت توقف کنید؛ جواب شدنی وجود ندارد.

گام ۸. قرار دهید $\delta = \min_{T_j \in \mathcal{T}} \{2(\frac{W(T)}{2} - W(T_j))\}$.

گام ۹. اگر $c_i = c_i^+$

۹,۱- اگر $\delta = 0$، آنگاه

۹,۱,۱- اگر T_p زیردرختی باشد که $W(T_p) = \frac{W(T)}{2}$، قرار دهید:

$$C' := \{c_i \in C \mid v_i \in (V(T_e') \cap V(T_p))\}$$

اگر $C' \neq \emptyset$ ، مینیمم عنصر $c_i \in C'$ پیدا کنید و به گام ۱۰,۱ بروید.

در غیر اینصورت توقف کنید؛ جواب شدنی وجود ندارد.

۹,۱,۲- در غیر اینصورت اگر به ازای $T_j \in \mathcal{T} \backslash \mathrm{T_p}$ داشته باشیم $W(T_j) = \frac{W(T)}{2}$ در این صورت محاسبه کنید:

$$\delta := \min_{\substack{T_i \in \mathcal{T} \\ T_i \neq T_j}} \{ 2(\frac{W(T)}{2} - W(T_i))\}$$

۹,۲- قرار دهید $p_i := \min\{ 2D, \overline{w_i} - w_i, \delta\}$ و $D := D - \frac{p_i}{2}$.

۹,۳- قرار دهید $w_i := w_i + p_i$.

۹,۴- اگر $p_i := \overline{w_i} - w_i$، آنگاه $C = C - c_i$.

گام ۱۰. اگر $c_i = c_i^-$

۱۰,۱- اگر $\delta = 0$، آنگاه

۱۰,۱,۱- اگر $v_i \in V(T_j)$ باشد و $T_j \in \mathcal{T}$ زیردرختی باشد که $W(T_j) = \frac{W(T)}{2}$، آنگاه

$$\delta := \min_{\substack{T_l \in \mathcal{T} \\ T_l \neq T_j}} \{2(\frac{W(T)}{2} - W(T_l))\}$$

۱۰,۱,۲- در غیر این صورت، قرار دهید:

$$C'' := \{c_i \in C \mid v_i \in V \backslash V(T_e')\}$$

اگر $C'' \neq \emptyset$ ، مینیمم عنصر $c_i \in C''$ پیدا کنید و به گام ۹,۱ بروید،

در غیر اینصورت توقف کنید؛ جواب شدنی وجود ندارد.

۱۰,۲- قرار دهید $q_i := min\{ 2D, w_i - \underline{w_i}, \delta\}$ و $D := D - \frac{q_i}{2}$.

۱۰,۳- قرار دهید $w_i := w_i - q_i$.

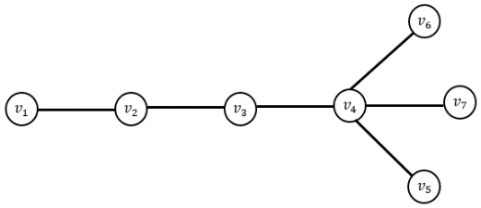
۱۰,۴- اگر $q_i := w_i - \underline{w_i}$، آنگاه $C = C - c_i$.

گام ۱۱. اگر $D = 0$، آنگاه توقف کنید، جواب بهینه بدست آمده است. در غیر اینصورت به گام ۷ برگردید.

خروجی. بردار وزن بهینه اصلاح یافته $w^* = (w_1^*, \cdots, w_n^*) = (w_1, \cdots, w_n)$.

۴- مثال عددی

گراف درخت شکل (۱) را در نظر بگیرید. طول تمامی یال‌ها یک فرض شده است.



شکل ۱. درخت وزن‌دار

فرض کنید رأس v_3 یک رأس از پیش مشخص شده باشد. پارامترهای ورودی متناظر با این مسأله در جدول (۱) لیست شده است.

جدول ۱. لیست پارامترهای ورودی مسأله متناظر با درخت شکل ۱

i	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
w_i	۲	۴	۳	۵	۴	۳	۲
c_i^+	۵	۴	۳	۱	۲	۷	۶
c_i^-	۶	۷	۵	۱	۲	۳	۴
$\underline{w_i}$	۱	۲	۱	۱	۲	۱	۱
$\overline{w}^i$	۴	۷	۵	۷	۶	۶	۵

نتایج خروجی الگوریتم ارائه شده در این مقاله برای درخت شکل (۱) به صورت زیر می‌باشد:

جدول ۲. لیست پارامترهای خروجی مسأله متناظر با درخت شکل ۱

تکرار الگوریتم	δ	$q_i or\ p_i$	D	w_i^*
۱	5	$q_4 = 4$	5	$w_4^* = 1$
۲	1	$q_5 = 1$	0.5	$w_5^* = 3$
۳	-	-	0	-

۵- نتیجه گیری

ما در این مقاله مسأله معکوس میانه با حفظ میانه موجود روی شبکه‌های درخت را مورد مطالعه و بررسی قرار دادیم. هدف از این مسأله تغییر وزن رئوس درخت مفروض در محدوده کران داده شده با کمترین هزینه است، به‌طوری‌که رأس از پیش مشخص شده روی درخت مفروض، رأس ۱- میانه درخت تغییر یافته شود و رأس ۱- میانه موجود درخت باقی بماند. ما برای این مسأله، یک الگوریتم حریصانه مبتنی بر محقق کردن شرط بهینگی بیان کردیم و در نهایت جهت فهم بهتر مدل یک مثال عددی ارائه نمودیم.

۶- مراجع

[1] Burkard, R. E., Pleschiutschnig, C., & Zhang, J. Inverse median problems. Discrete Optimization, 1(1), 23-39. 2004.

[2] Fathali, J., Rad, N. J., & Sherbaf, S. R. The p-median and p-center Problems on Bipartite Graphs. Iranian Journal of Matematical Sciences and Informatics, 9(2), 37-43. 2014.

[3] Galavii, M. The inverse 1-median problem on a tree and on a path. Electronic Notes in Discrete Mathematics, 36, 1241-1248. 2010.

[4] Halpern, J. The location of a center- median convex combination on an undirected tree. Journal of regional science, 16(2), 237-245. 1976.

[5] Kariv, O., & Hakimi, S. L. An algorithmic approach to network location problems. I: The p-centers. SIAM Journal on Applied Mathematics, 37(3), 513-538. 1979.

[6] Ndiaye, F., Ndiaye, B. M., & Ly, I. Application of the P-Median problem in school allocation. American Journal of Operations Research, 2(02), 253. 2012.

[7] Nguyen, K. T., & Sepasian, A. R. The inverse 1-center problem on trees with variable edge lengths under Chebyshev norm and Hamming distance. Journal of Combinatorial Optimization, 32(3), 872-884. 2016.

[8] Goldman, A. J. Optimal center location in simple networks. Transportation science, 5(2), 212-221. 1971.

[9] Peng, S., & Lo, W. T. Efficient algorithms for finding a core of a tree with a specified length. Journal of Algorithms, 20(3), 445-458. 1996.

[10] Galavii, M. The inverse 1-median problem on a tree and on a path. Electronic Notes in Discrete Mathematics, 36, 1241-1248. 2010.

[11] Balas, E., & Zemel, E. An algorithm for large zero-one knapsack problems. operations esearch, 28(5), 1130-1154. 1980.

[12] Sepasian AR. Reverse 1-maxian problem with keeping existing 1-median. Opsearch. 4;56(1):1-3.2019.

[13] Hua, L. K. Application of mathematical models to wheat harvesting. Chinese Mathematics, 2, 539-560. 1962.

سیزدهمین کنفرانس بین المللی
انجمن ایرانی تحقیق در عملیات

کد اختصاصی ISC:
۹۹۱۹۰-۴۵۷۰۱

دانشگاه صنعتی شاهرود
۱۶ الی ۱۹ شهریور ۱۳۹۹

گواهی ارائه مقاله

بدینوسیله گواهی می شود سرکار خانم **منا خداقلی**

مقاله ای با عنوان

مسأله معکوس میانه با حفظ میانه موجود روی درخت‌ها

را با همکاری **اردشیر دولتی**

در سیزدهمین کنفرانس بین المللی انجمن ایرانی تحقیق در عملیات که در روزهای ۱۹-۱۶ شهریور ۱۳۹۹ در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار شد، به صورت سخنرانی ارائه کرده است. موفقیت روزافزون ایشان در پیشبرد امور علمی کشورمان را از خداوند منان خواستاریم.

دبیر علمی کنفرانس
دکتر جعفر فتحعلی

دبیر کنفرانس
دکتر حجت احسنی طهرانی

13th International Conference of Iranian Operations Research Society
Shahrood University of Technology 6-9 September 2020
icors2020.shahroodut.ac.ir

این رویداد خاتمه یافته است و اطلاعات موجود در این سایت صرفا جنبه آرشیو دارد

.: Scientific Committee

Scientific Committee (A to Z):

- Ali Abbasi Molai (Associate Professor- Damghan University, Iran)
- Hojat Ahsani Tehrani (Associate Professor- Shahrood University of Technology,Iran)
- Behrooz Alizadeh (Associate Professor- Sahand University of Technology,Iran)
- Masoud Aman (Assistant Professor- University of Birjand,Iran)
- Mohammad Arashi (Associate Professor- Shahrood University of Technology, Iran)
- Saman Babaie Kafaki(Associate Professor- Semnan University, Iran)
- Adil Bagirov (Associate Professor -Federation University, Australia)
- Ali Dehghani (Assistant Professor- Shahrood University of Technology, Iran)
- Ardeshir Dolati (Associate Professor- Shahed University, Iran)
- Sohrab Efati (Professor- Ferdowsi University of Mashhad,Iran)
- Alireza Fakharzadeh Jahromi (Professor- Shiraz University of Technology, Iran)
- Jafar Fathali (Associate Professor- Shahrood University of Technology, Iran)
- Mohammad Fattahi (Assistant Professor- Shahrood University of Technology, Iran)
- Hamed Fazlollalahtabar (Assistant Professor- Damghan University, Iran)
- Shahin Gelareh (Associate Professor -Universite dArtois- France)
- Reza Ghanbari (Associate Professor- Ferdowsi University of Mashhad, Iran)
- Mehrdad Ghaznavi (Assistant Professor- Shahrood University of Technology, Iran)
- Mojtaba Ghiyasi (Assistant Professor- Shahrood University of Technology, Iran)
- Mehdi Ghovatmand Jazi (Assistant Professor- Shahrood University of Technology, Iran)
- Xiucui Guan (Professor- Southeast University,China)
- Mostafa Hajiaghaei-Keshteli (Associate Professor- University of Science and Technology of Mazandaran,Iran)
- Aliakbar Hasani (Associate Professor- Shahrood University of Technology, Iran)
- Seyed Mohammad Hassan Hosseini (Assistant Professor- Shahrood University of Technology, Iran)
- Farhad Hosseinzadeh Lotfi (Professor- Islamic Azad University, Iran)
- Majid Iranmanesh (Assistant Professor- Vice-Presidency for Science and Technology, Iran)
- Fariborz Jolai (Professor- University of Tehran, Iran)
- Esmaeil Khoram (Professor- Amirkabir University of Technology, Iran)
- Baoding Liu (Professor- Tsinghua University, Beijing, China)
- Iraj Mahdavi (Professor- Mazandaran University of Science and Technology, Iran)
- Nezam Mahdavi Amiri (Professor- Sharif University of Technology, Iran)
- Ali Mesforoosh (Assistant Professor- Shahrood University of Technology, Iran)
- Seyyed Ali Mirhassani (Professor- Amirkabir University of Technology, Iran)
- Seyyed Mojtaba Mirlohi (Associate Professor- Shahrood University of Technology, Iran)
- Seyyed Hadi Nasseri (Associate Professor- University of Mazandaran, Iran)
- Alireza Nazemi (Associate Professor- Shahrood University of Technology, Iran)
- Mohammad Mahdi Paydar (Associate Professor- Babol Noshirvani University of Technology, Iran)
- Mohammad Hadi Noori Eskandari (Assistant Professor- Shahrood University of Technology,Iran)
- Mohammad Reza Peyghami (Professor- K.N. Toosi University of Technology, Iran)
- Ulrich Pferschy (Professor- University of Graz, Austria)
- jafar pourmahmoud (Associate Professor- Azarbaijan Shahid Madani University, Iran)
- Mohammad Reza Safi (Associate Professor- Semnan University, Iran)
- Zdzislaw Polkowski (Professor- Jan Wyzykowski University Polkowice)
- Abbas Seifi (Professor- Amirkabir University of Technology,Iran)
- Maziar Salahi (Professor- University of Guilan, Iran)
- Mostafa Shamsi (Associate Professor- Amirkabir University of Technology, Iran)
- Reza Sheikh (Associate Professor- Shahrood University of Technology, Iran)
- Majid Soleimani Damaneh (Associate Professor- University of Tehran, Iran)
- Omid Soleimani Fard (Associate Professor- Ferdowsi University of Mashhad, Iran)
- Hossein Taghzadeh Kakhki (Associate Professor- Ferdowsi University of Mashhad, Iran)
- Mehdi Tashakori Hashemi (Professor- Amirkabir University of Technology, Iran)

این رویداد خاتمه یافته است و اطلاعات موجود در این سایت صرفا جنبه آرشیو دارد

Mehdi Zaferanieh (Associate Professor- Hakim Sabzevari University, Iran)

Help : with page no page

All rights reserved by ... ||| Designed By : Hamayeshnegar (Online portal management and Arbitration Conference) ver. 9.1.1