



نهمین کنگره مشترک سیستم‌های فازی و هوشمند ایران  
۱۱-۱۳ اسفندماه ۱۴۰۰، مجتمع آموزش عالی بوم

## یک مدل ریاضی دو هدفه فازی برای مسأله زمانبندی زنجیره بحرانی با در نظر گرفتن محدودیت بودجه و عدم قطعیت

فاطمه دلوچی<sup>۱</sup>، سید میثم موسوی<sup>۲</sup>، احمد مینائی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد، تهران،  
fatemeh.dalouchei@shahed.ac.ir

<sup>۲</sup> دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد، تهران،  
sm.mousavi@shahed.ac.ir

<sup>۳</sup> دانشجوی دکتری، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد، تهران،  
ahmad.minaei@shahed.ac.ir

### چکیده

زمانبندی و ارائه برنامه‌ی زمانی پروژه با استفاده از روش زنجیره‌ی بحرانی، مسأله‌ی محدودیت منابع را مورد توجه قرار داده و با معرفی و تعیین اندازه‌ی زمان‌هایی تحت عنوان زمان ایمنی یا بافر به مقابله با تأخیرهای احتمالی در انجام فعالیت‌ها می‌پردازد. پژوهش حاضر، یک مدل ریاضی دو هدفه شامل کاهش میزان تأخیر و افزایش کیفیت پروژه را برای ارائه یک برنامه بهینه براساس اصول روش زنجیره بحرانی و محدودیت بودجه پیشنهاد می‌کند. به دلیل وجود عدم قطعیت در مسائل واقعی، ابهام در پارامتر مدت زمان فعالیت‌ها با استفاده از اعداد فازی مثلثی بیان شده سپس با توجه به یک روش از ادبیات موضوع، معادل قطعی مدل ارائه می‌شود. همچنین، برای افزودن بافر به برنامه پروژه نیاز به تعیین فعالیت‌های بحرانی است که در این پژوهش این فرآیند با مینا قرار دادن میزان شناوری فعالیت‌ها انجام می‌شود. در پایان نیز با استفاده از یک مثال کاربردی، مدل ریاضی حل شده که به دلیل چند هدفه بودن مدل فرآیند حل آن با روش برنامه‌ریزی آرمانی انجام می‌پذیرد. نتایج حاصل‌شده از حل مدل در حالت عدم قطعیت، بهبود در جواب‌ها را نسبت به شرایطی که مدل در حالت قطعی است، نشان می‌دهد.

### کلمات کلیدی

زمانبندی پروژه، زنجیره‌ی بحرانی، محدودیت بودجه، کیفیت، عدم قطعیت فازی

در آنها ارزیابی کرد. معیارها و اهداف متفاوتی در ارزیابی میزان موفقیت یک پروژه اثرگذار هستند که یکی از آنها انجام پروژه‌ها در چارچوب محدودیت و برنامه زمانی تعیین شده است. یکی از روش‌های زمانبندی پروژه‌ها روش زنجیره‌ی بحرانی است که در سال ۱۹۹۷ توسط گلدرد معرفی شد. در این

### ۱- مقدمه

در دنیای بزرگ و پیچیده‌ی امروز، در هر لحظه از زمان پروژه‌های بسیاری آغاز و اختتام می‌یابند که بر اساس سنجش عملکردشان می‌توان میزان موفقیت را

روش توالی از فعالیت‌ها، با در نظر گرفتن روابط وابستگی و محدودیت منابع، زنجیره‌ی بحرانی پروژه را تشکیل می‌دهند و به منظور مواجهه با تأخیرهای احتمالی زمان‌های ایمنی یا بافر در قسمت‌های مختلفی از برنامه ارائه می‌شود [1].

به منظور اندازه‌گیری بافرها، نیوبلد [2] روش جذر مجموع مربعات خطا را برای تعیین اندازه بافر پیشنهاد نمود. تاکل<sup>۳</sup> و همکاران [3] با یکپارچه نمودن ویژگی‌های پروژه به روش‌های اندازه‌گیری بافر، روش سازگار با فشردگی منابع و روش سازگار با چگالی شبکه را ارائه دادند. در مطالعه‌ی بالتا<sup>۴</sup> و همکاران [4] با در نظر گرفتن اهمیت اتمام پروژه‌های سد و نیروگاه‌های هیدروالکتریکی در پایان زمان تعیین شده، یک روش اندازه‌گیری بافر بر مبنای ارزیابی ریسک فازی معرفی شده است. به منظور کنترل برنامه، با در نظر گرفتن ویژگی پویای اجرای پروژه یک روش کنترل بافر جدید توسط هو<sup>۵</sup> و همکاران [5] بر اساس معیار حساسیت فعالیت پیشنهاد شد. در یک مطالعه اخیر، زهره‌وندی و خلیل‌زاده [6] با در نظر گرفتن ارزیابی حالات بالقوه‌ی خطا و اثرات آن به ارائه یک روش مؤثر برای اندازه‌گیری بافر پروژه پرداختند.

محدودیت منابع یکی از عوامل تأخیر در زمان انجام فعالیت است. محدودیت منابع در ساختار یک مسأله‌ی استاندارد برنامه‌ریزی پروژه‌ی منابع<sup>۶</sup> محدود قابل ارزیابی است که هدف از آن محاسبه‌ی زمان بهینه‌ی اجرای پروژه است [7]. به دلیل بهینه نبودن برنامه زمانبندی در روش زنجیره بحرانی، یک روش زنجیره‌ی بحرانی فازی برای زمانبندی پروژه‌ها تحت محدودیت‌های منابع و عدم قطعیت توسط لانگ و اوساتو<sup>۸</sup> [8] معرفی شده است. در مطالعه روغنیان و همکاران [9] نیز، به ارائه‌ی یک روش زنجیره‌ی بحرانی بهبود یافته شده با رویکردی فازی برای زمانبندی پروژه‌ها تحت عدم قطعیت پرداخته شده است.

بر اساس ادبیات موضوع، در نظر گرفتن اهدافی مانند کیفیت پروژه همزمان با ایجاد یک برنامه زمانی بهینه در روش زنجیره بحرانی مورد بررسی قرار نگرفته است. در نتیجه، در این پژوهش یک مدل ریاضی عدد صحیح مختلط دو هدفه بر اساس اصول روش زنجیره‌ی بحرانی و محدودیت در میزان بودجه که محدودیت در دسترسی منابع مورد نیاز را ایجاد می‌نماید، ارائه می‌شود. مدل پیشنهادی با تعریف چند حالت اجرایی برای فعالیت‌ها در ضمن ایجاد یک برنامه زمانی بهینه به اهداف حداقل سازی میزان تأخیرهای پروژه و افزایش کیفیت انجام فعالیت‌ها نیز می‌پردازد.

پژوهش حاضر برای تعیین اندازه بافر و قرار دادن آن در برنامه از میزان چگالی شبکه استفاده نموده است. به دلیل اینکه برای اندازه‌گیری بافر نیاز به مشخص کردن فعالیت‌های بحرانی است، با استفاده از تعریف دو محدودیت در مدل پیشنهادی میزان شناوری فعالیت‌ها تعیین شده و سپس فعالیت‌های بحرانی مشخص می‌شوند. این موضوع در ادبیات به ندرت مورد بررسی قرار گرفته است.

همچنین به دلیل وجود عدم قطعیت در مسائل دنیای واقعی، ابهام موجود در پارامتر مدت زمان هر یک از فعالیت‌ها با استفاده از اعداد فازی مثلثی بیان شده که برای قطعی سازی مدل از روش معرفی شده توسط خیمنز<sup>۷</sup> و همکاران [10] استفاده می‌شود. در نهایت با توجه به چند هدفه بودن مدل از روش برنامه‌ریزی آرمانی فرآیند حل آن انجام می‌پذیرد. در ادامه به بیان مسأله، حل مثال کاربردی و نتایج پرداخته شده است.

## ۲- بیان مسأله و مدل سازی

ابتدا در بخش ۲-۱، مسأله مورد مطالعه بیان شده و سپس مدل ریاضی پیشنهادی در بخش ۲-۲ معرفی می‌شود. به دلیل وجود عدم قطعیت فازی در پارامتر مدت زمان، فرآیند معادل سازی با استفاده از روش خیمنز و همکاران [10] در قسمت ۲-۳ ارائه می‌شود.

### ۲-۱- بیان مسأله

مسأله مورد مطالعه در این پژوهش عبارت است از برنامه‌ریزی به منظور انجام فعالیت‌های پروژه با در نظر داشتن اصول روش زنجیره‌ی بحرانی و محدودیت بودجه به نحوی که میزان تأخیر پروژه حداقل شده و فعالیت‌ها در بالاترین کیفیت ممکن انجام پذیرند. بر اساس روش زنجیره‌ی بحرانی زمان‌های ایمنی که با هدف اطمینان از انجام به موقع فعالیت‌ها پیش بینی شده‌اند از پایان آنها حذف می‌شوند؛ و فعالیت‌ها در مدت زمان میانگین برنامه‌ریزی می‌شوند. با توجه به اینکه برای هر فعالیت چندین حالت اجرایی تعریف شده است؛ بنابراین مدت زمان انجام یک فعالیت بسته به حالت اجرایی آن دارد که به منظور برنامه‌ریزی فعالیت‌ها در حالت‌های اجرایی با مدت زمان کمتر نیازمند استفاده از منابع بیشتر است که تأمین منابع مورد نیاز نیز بر اساس بودجه از پیش تعیین شده با محدودیت مواجهه است. ساختار کلی محدودیت‌های مدل به سه بخش محدودیت‌های پیشنهادی، محدودیت دسترسی منابع تجدیدپذیر و نحوه تعیین فعالیت‌های بحرانی قابل تقسیم است.

### ۲-۲- مدل سازی ریاضی

#### مجموعه‌ها

$j = 1, 2, \dots, N$	مجموعه فعالیت‌های پروژه
$t = 1, 2, \dots, T$	مجموعه دوره‌های زمانی پروژه
$m = 1, 2, \dots, M_j$	مجموعه حالت‌های اجرای فعالیت $j$
$k = 1, 2, \dots, K$	مجموعه منابع تجدیدپذیر

#### پارامترها

$dd$	موعد تحویل پروژه
$tb$	کل بودجه منابع
$cr_k$	هزینه هر واحد منبع تجدیدپذیر $k$
$Ef_j$	زودترین زمان پایان فعالیت $j$
$Lf_j$	دیرترین زمان پایان فعالیت $j$

<sup>5</sup> Resource-constrained project scheduling problem

<sup>6</sup> Long & Ohsato

<sup>7</sup> Jiménez

<sup>1</sup> Newbold

<sup>2</sup> Tukul

<sup>3</sup> Balta

<sup>4</sup> Hu

$$Tc \geq \sum_{t=Ef_N}^{Lf_N} \sum_{m \in M_j} (t \cdot x_{Nmt} - dd) \quad (7)$$

$$\sum_{m \in M_j} \sum_{t=Ef_j}^{Lf_j} (t - d_{jm}) \cdot x_{jmt} - \sum_{m \in M_i} \sum_{t=Ef_i}^{Lf_i} d_{im} \cdot x_{imt} = \text{alfa}_i, \quad (8)$$

$$\forall (i, j) \in p$$

$$\text{alfa}_i - \sum_{m \in M_i} \sum_{t=Ef_i}^{Lf_i} (t - d_{im}) \cdot x_{imt} = \text{eppi}_i, \quad (9)$$

$$\forall i$$

$$\text{eppi}_i \leq M \cdot (1 - \text{beta}_i), \quad \forall i \quad (10)$$

$$\text{eppi}_i \geq 1 - \text{beta}_i, \quad \forall i \quad (11)$$

$$(kk - 1) \cdot \sum_{i=1}^N \text{beta}_i = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=2}^N p(i, j) \cdot \text{beta}_i \cdot \text{beta}_j \quad (12)$$

رابطه (۱) تابع هدف اول مسأله است که مجموع تأخیرهای پروژه (شامل میزان تفاوت بین زمان پایان پروژه و موعد تحویل تعیین شده و اندازه بافر) را کمینه می‌سازد. رابطه (۲) تابع هدف دوم است که بیشینه‌سازی کیفیت پروژه را نمایش می‌دهد. رابطه (۳) اطمینان می‌دهد که هر فعالیت تنها در یک حالت اجرایی و در یک زمان انجام شود. رابطه (۴) نمایش روابط پیشیناری میان فعالیت‌ها است. رابطه (۵) بیشترین میزان استفاده از منابع تجدیدپذیر را تعیین می‌کند. رابطه (۶) اطمینان می‌دهد که هزینه کل منابع تجدیدپذیر از میزان بودجه در دسترس فراتر نمی‌رود. رابطه (۷) میزان تأخیر از موعد تحویل تعیین شده برای پروژه محاسبه می‌کند. رابطه (۸) و (۹) نحوه محاسبه شناوری هر فعالیت را نمایش می‌دهد. روابط (۱۰) و (۱۱) فعالیت‌های بحرانی را تعیین می‌نمایند. رابطه (۱۲) مرتبط با تعیین اندازه بافر است که میزان پیچیدگی شبکه را محاسبه می‌کند.

## ۲-۳- رویکرد حل فازی

مدل معرفی شده در بخش ۲-۲ یک مدل غیر خطی است. به دلیل دشواری حل مدل‌های غیر خطی نسبت به مدل‌های خطی، فرآیند خطی‌سازی انجام گرفته است. همچنین با توجه به اینکه پارامتر مدت زمان در مدل با استفاده از اعداد فازی مثلثی ارائه شده است مدل معادل قطعی بر اساس روش معرفی شده توسط خیمنز و همکاران [10] با یک مدل آلفا پارامتری جایگزین می‌شود. مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی رابطه (۱۳) را در نظر بگیرید که همه‌ی

$d_{jm}$	مدت زمان فعالیت $j$ ام در حالت $m$ ام
$r_{jmk}$	منبع تجدیدپذیر $k$ مورد نیاز فعالیت $j$ ، زمانی که در حالت $m$ اجرا می‌شود.
$p(i, j)$	مجموعه روابط پیشیناری فعالیت‌های پروژه
$\sigma_i$	انحراف معیار فعالیت $i$
$Q_{jm}$	کیفیت فعالیت $j$ در حالت $m$
$M$	عدد بسیار بزرگ

## متغیرها

$BR_k$	مقدار منبع تجدیدپذیر $k$ تخصیص یافته به پروژه
$Tc$	میزان تأخیر پروژه
$R_k$	مقدار کل منبع تجدیدپذیر $k$ مورد نیاز
$\text{alfa}_i$	مرتبط با شناوری فعالیت $i$
$\text{eppi}_i$	میزان شناوری فعالیت $i$
$\text{beta}_j$	متغیر باینری که اگر فعالیت شناوری صفر داشته مقدار ۱، در غیر این صورت مقدار ۰ دارد.
$x_{jmt}$	متغیر باینری که اگر فعالیت $j$ در زمان $t$ و در حالت $m$ پایان یابد مقدار ۱، در غیر این صورت مقدار ۰ دارد.
$kk$	میزان پیچیدگی شبکه

$$z_1 = \min Tc + \sum_{i=1}^N \text{beta}_i \cdot KK \cdot \sigma_i \quad (1)$$

$$z_2 = \max \sum_{j=1}^N \sum_{m \in M_j} \sum_{t=Ef_j}^{Lf_j} x_{jmt} \cdot Q_{jm} \quad (2)$$

S.t.

$$\sum_{m \in M_j} \sum_{t=Ef_j}^{Lf_j} x_{jmt} = 1, \quad \forall j \quad (3)$$

$$\sum_{m \in M_j} \sum_{t=Ef_j}^{Lf_j} (t - d_{jm}) \cdot x_{jmt} \geq \sum_{m \in M_i} \sum_{t=Ef_i}^{Lf_i} t \cdot x_{imt}, \quad (4)$$

$$\forall (i, j) \in p$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{m \in M_j} \sum_{q=\max\{t, Ef_j\}}^{\min\{t+d_{jm}-1, Lf_j\}} r_{jkm} \cdot x_{jmq} \leq BR_k, \quad (5)$$

$$\forall k \in K, t \in T$$

$$\sum_{k=1}^K cr_k \cdot BR_k \leq tb \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\alpha}{2}\right). E_2^{a_i} + \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right). E_1^{a_i} x \\ & \leq \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right). E_2^{b_i} + \left(\frac{\alpha}{2}\right) E_1^{b_i} \end{aligned}$$

$$x \geq 0$$

پارامتر مدت زمان تنها در روابط (۴)، (۵)، (۸) و (۹) وجود دارد که معادل قطعی آنها به صورت رابطه (۲۰) تا (۲۵) نمایش داده شده است.

$$\begin{aligned} & \sum_{m \in M_j} \sum_{t=Ef_j}^{Lf_j} \left( t - \left( (1 - \alpha). E_2^{d_{jm}} + \alpha. E_1^{d_{jm}} \right) \right). x_{jmt} \\ & \geq \sum_{m \in M_i} \sum_{t=Ef_i}^{Lf_i} t. x_{imt} \end{aligned}$$

$$\forall (i, j) \in p \quad (20)$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{m \in M_j} \sum_{q=\max\{t, Ef_j\}}^{\min\{t + (\frac{d_{jm}^p + 2.d_{jm}^m + d_{jm}^o}{4}) - 1, Lf_j\}} r_{jkm} \cdot x_{jmq} \leq BR_k, \quad (21)$$

$$\forall k \in K, t \in T$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m \in M_j} \sum_{t=Ef_j}^{Lf_j} \left( t - \left( (1 - \frac{\alpha}{2}). E_2^{d_{jm}} + \left(\frac{\alpha}{2}\right). E_1^{d_{jm}} \right) \right). x_{jmt} \\ & - \sum_{m \in M_i} \sum_{t=Ef_i}^{Lf_i} \left( \left( (1 - \frac{\alpha}{2}). E_2^{d_{im}} + \left(\frac{\alpha}{2}\right). E_1^{d_{im}} \right) \right). x_{imt} \geq \alpha f a_i, \end{aligned}$$

$$\forall (i, j) \in p \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m \in M_j} \sum_{t=Ef_j}^{Lf_j} \left( t - \left( \left(\frac{\alpha}{2}\right). E_2^{d_{jm}} + \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right). E_1^{d_{jm}} \right) \right). x_{jmt} \\ & - \sum_{m \in M_i} \sum_{t=Ef_i}^{Lf_i} \left( \left( \left(\frac{\alpha}{2}\right). E_2^{d_{im}} + \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right). E_1^{d_{im}} \right) \right). x_{imt} \leq \alpha f a_i \end{aligned}$$

$$\forall (i, j) \in p \quad (23)$$

$$\alpha f a_i - \sum_{m \in M_i} \sum_{t=Ef_i}^{Lf_i} \left( t - \left( \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right). E_2^{d_{im}} + \left(\frac{\alpha}{2}\right). E_1^{d_{im}} \right) \right). x_{imt} \geq e p p_i,$$

پارامترها در این مدل به صورت فازی بیان شده‌اند. مدل با استفاده از روش خیمنز و همکاران [10] به یک مدل قطعی مطابق با رابطه (۱۹) تبدیل شده که در آن سطح آلفا توسط تصمیم‌گیرنده مشخص می‌شود.

$$\min \tilde{c}^t x$$

Subject to:

$$\begin{aligned} & \tilde{a}_i \geq \tilde{b}_i, \\ & i = 1, 2, \dots, l \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{a}_i = \tilde{b}_i, \\ & i = l + 1, \dots, m \end{aligned}$$

$$x \geq 0$$

بنابراین مدل با استفاده از روش خیمنز و همکاران [10] به یک مدل قطعی مطابق با رابطه (۱۹) تبدیل شده که در آن سطح آلفا توسط تصمیم‌گیرنده مشخص می‌شود. همچنین نحوه محاسبه ارزش انتظاری و بازه انتظاری به ترتیب در روابط (۱۴) تا (۱۸) نمایش داده شده است.

$$EV(\tilde{c}) = \frac{c^p + 2.c^m + c^o}{4} \quad (14)$$

$$E_1^a = \frac{1}{2}(c^p + c^m) \quad (15)$$

$$E_2^a = \frac{1}{2}(c^m + c^o) \quad (16)$$

$$E_1^b = \frac{1}{2}(c^p + c^m) \quad (17)$$

$$E_2^b = \frac{1}{2}(c^m + c^o) \quad (18)$$

$$\min [EV(\tilde{c}^t)]x$$

Subject to:

$$\begin{aligned} & \left( (1 - \alpha). E_2^{a_i} + \alpha. E_1^{a_i} \right) x \\ & \geq \alpha. E_2^{b_i} + (1 - \alpha). E_1^{b_i} \end{aligned}$$

$$(19)$$

$$\begin{aligned} & \left( \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right). E_2^{a_i} + \left(\frac{\alpha}{2}\right). E_1^{a_i} \right) x \\ & \geq \left(\frac{\alpha}{2}\right). E_2^{b_i} + \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right). E_1^{b_i} \end{aligned}$$

$$\alpha_i - \sum_{m \in M_i} \sum_{t \in E_{fi}}^{L_{fi}} \left( t - \left( \frac{\alpha}{2} \right) \cdot E_2^{dim} + \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \right) \cdot E_1^{dim} \right) \cdot x_{imt} \leq epp_i, \quad (25)$$

یکی از روش‌های حل مدل‌های ریاضی چند هدفه روش برنامه‌ریزی آرمانی است که نیاز به داشتن اطلاعات اولیه از تصمیم‌گیرنده دارد. این روش ابتدا در سال ۱۹۶۰ توسط چارنز<sup>۱</sup> و کوپر<sup>۲</sup> ایجاد شد. در این رویکرد برای هر یک از اهداف موجود سطح تمایل مشخص و دقیق از سوی تصمیم‌گیرنده ارائه شده و تلاش می‌شود فرآیند حل با هدف کاهش میزان انحراف از این سطوح انجام شود [11]. در نهایت، مدل دو هدفه این پژوهش نیز با استفاده رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی با در نظر گرفتن سطح آرمان هر یک از اهداف حل می‌شود.

### ۳- یک مثال کاربردی

در این بخش با استفاده از یک مثال، مدل مورد بررسی قرار می‌گیرد. یک شبکه پروژه متشکل از ۹ فعالیت، که فعالیت‌های ابتدا و انتهای شبکه موهومی هستند؛ در نظر گرفته شده است. هر فعالیت دارای دو حالت اجرایی است. همچنین دو نوع منبع تجدیدپذیر برای اجرای فعالیت‌ها نیاز است که با توجه به مدت زمان و حالت اجرایی انجام شده از آنها استفاده می‌کنند. میزان بودجه تعیین شده برای پروژه ۳۰۰ واحد اعلام شده است. همچنین زمان ۳۵ روز از سوی کارفرما برای موعد تحویل پروژه در نظر گرفته شده است. مدت زمان انجام فعالیت‌ها نیز در هر یک از حالت‌های اجرایی با استفاده از اعداد فازی مثلثی بیان شده است. در جدول (۱) و (۲) برخی از اطلاعات مورد نیاز نمایش داده شده است.

جدول ۱: پارامترهای مدت زمان و روابط پیشینازی

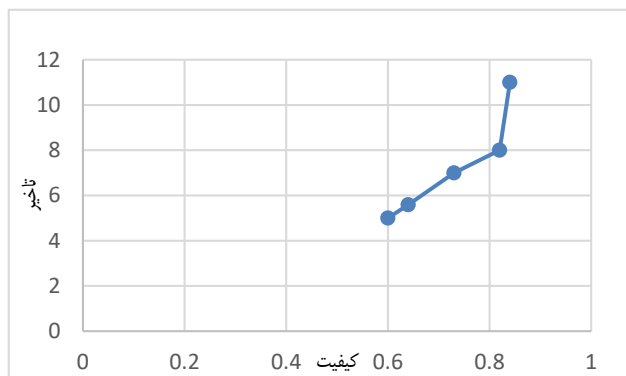
شماره فعالیت	پیشینازها	زمان حالت ۱	زمان حالت ۲
۱	-	۰	۰
۲	۱	۴	۶
۳	۲	۵	۸
۴	۲	۳	۷
۵	۲	۲	۴
۶	۳ و ۴	۴	۸
۷	۵	۸	۱۲
۸	۷ و ۶	۹	۱۵
۹	۸	۰	۰

نتایج موازنه دو تابع هدف در پنج نقطه پارتویی به منظور بررسی صحت مدل در سطح آلفا مینا برابر ۰٫۷، در شکل (۱) ارائه شده است. همانطور که مشخص است با افزایش میزان تابع هدف اول (مجموع تأخیرها)، میزان تابع هدف دوم نیز (کیفیت) افزایش می‌یابد.

جدول ۲: پارامترهای منابع مورد نیاز فعالیت‌ها

شماره فعالیت	منبع نوع اول		منبع نوع دوم	
	حالت ۱	حالت ۲	حالت ۱	حالت ۲
۱	۰	۰	۰	۰
۲	۸	۵	۵	۳
۳	۷	۴	۶	۴
۴	۸	۴	۴	۲
۵	۵	۳	۸	۵
۶	۹	۶	۳	۲
۷	۱۳	۹	۷	۴
۸	۱۴	۱۰	۱۰	۸
۹	۰	۰	۰	۰

در واقع هر چه میزان تأخیر پروژه افزایش یابد فعالیت‌ها در حالت‌های اجرایی با مدت زمان بیشتر انجام شده در نتیجه بر میزان کیفیت پروژه افزوده می‌شود. بالعکس زمانی که میزان تأخیر پروژه کاهش یابد فعالیت‌ها در حالت اجرایی با مدت زمان کمتر قرار گرفته که کاهش کیفیت فعالیت‌ها را به همراه دارند. علاوه بر این نتایج حاصل از حل مدل در حالت قطعی و زمانی که پارامترهای زمان دارای عدم قطعیت فازی هستند در جدول (۳) گزارش شده است. بر اساس نتایج بدست آمده میزان تابع هدف کیفیت پروژه در هر دو حالت قطعی و عدم قطعیت فازی یکسان است. اما تابع هدف مجموع تأخیرها مقدار کمتری را نسبت به حالت قطعی به خود اختصاص داده است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که بررسی مسأله در شرایط عدم قطعیت جواب‌های بهتری نشان داده است.



شکل ۱: روند تغییر تابع هدف اول (تأخیر) نسبت به تابع هدف دوم (کیفیت) در نقاط پارتویی

جدول ۳: نتایج حل مدل

تابع هدف	حالت عدم قطعیت	حالت قطعی
تأخیر	۰٫۸۴	۰٫۸۴
کیفیت	۴	۱۱٫۸۷۵

- uncertainty*", International Journal of Project Management, 26(6), 688-698, 2008.
- [9] Roghanian, E., Alipour, M., & Rezaei, M., "An improved fuzzy critical chain approach in order to face uncertainty in project scheduling", International Journal of Construction Management, 18(1), 1-13, 2018.
- [10] Jiménez, M., Arenas, M., Bilbao, A., & Rodri, M. V., "Linear programming with fuzzy parameters: an interactive method resolution", European journal of operational research, 177(3), 1599-1609, 2007.
- [11] Hocine, A., Guellil, M. S., Dogan, E., Ghouali, S., & Kouaissah, N., "A fuzzy goal programming with interval target model and its application to the decision problem of renewable energy planning", Environmental and Ecological Statistics, 27(3), 527-547, 2020.

روش زنجیره‌ی بحرانی در مقایسه با روش‌های سنتی زمانبندی پروژه، مسأله‌ی محدودیت منابع را مورد توجه قرار داده و با معرفی و تعیین اندازه‌ی زمان‌هایی تحت عنوان زمان ایمنی یا بافر به مقابله با تأخیرهای احتمالی در انجام فعالیت‌ها می‌پردازد. به همین منظور در این پژوهش، بر اساس اصول روش زنجیره‌ی بحرانی و با توجه به محدودیت بودجه یک مدل ریاضی دو هدفه به منظور زمانبندی پروژه‌ها ارائه شد که در ضمن ایجاد یک برنامه بهینه برای انجام فعالیت‌ها دو هدف کاهش میزان تأخیر پروژه و افزایش کیفیت را نیز در نظر دارد. در مدل پیشنهادی با استفاده از دو محدودیت میزان شناوری هر یک از فعالیت‌ها محاسبه شده و با توجه به آن فعالیت‌های بحرانی به منظور اندازه‌گیری بافر مشخص می‌شوند. همچنین به دلیل وجود عدم قطعیت در مسائل واقعی ابهام موجود در پارامتر مدت زمان فعالیت‌ها با استفاده از اعداد فازی مثلثی بیان شده که برای قطعی‌سازی مدل از روش ارائه شده توسط خیمنز و همکاران استفاده شد. در نهایت نیز مدل با استفاده از روش برنامه‌ریزی آرمانی با توجه به چند هدفه بودن آن حل شد. با توجه به تحلیل حساسیت انجام شده در چند نقطه پارتویی، صحت مدل اثبات شده و نتایج حاصل از حل در شرایط عدم قطعیت نسبت به حالت قطعی بهبود یافته است. در نظر گرفتن عدم قطعیت در فرآیند زمانبندی کارکرد مدل ریاضی را برای بسیاری از پروژه‌ها به خصوص پروژه‌هایی که برای اولین بار انجام می‌شوند و داده‌های تاریخی برای آنها وجود ندارد؛ فراهم می‌سازد.

## مراجع

- [1] Ahlemann, F., El Arbi, F., Kaiser, M. G., & Heck, A., "A process framework for theoretically grounded prescriptive research in the project management field", International Journal of Project Management, 31(1), 43-56, 2013.
- [2] Newbold, Robert C., "Project management in the fast lane: applying the theory of constraints", CRC Press, 1998.
- [3] Tukul, O. I., Rom, W. O., & Eksioğlu, S. D., "An investigation of buffer sizing techniques in critical chain scheduling", European Journal of Operational Research, 172(2), 401-416, 2006.
- [4] Balta, S., Birgonul, M. T., & Dikmen, I., "Buffer sizing model incorporating fuzzy risk assessment: case study on concrete gravity dam and hydroelectric power plant projects", ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering, 4(1), 1-10, 2018.
- [5] Hu, X., Cui, N., Demeulemeester, E., & Bie, L., "Incorporation of activity sensitivity measures into buffer management to manage project schedule risk", European Journal of Operational Research, 249(2), 717-727, 2016.
- [6] Zohrehvandi, S., & Khalilzadeh, M., "APRT-FMEA buffer sizing method in scheduling of a wind farm construction project", Engineering, Construction and Architectural Management, 1-23, 2019.
- [7] Herroelen, W., De Reyck, B., & Demeulemeester, E., "Resource-constrained project scheduling: a survey of recent developments", Computers & Operations Research, 25(4), 279-302, 1998.
- [8] Long, L. D., & Ohsato, A., "Fuzzy critical chain method for project scheduling under resource constraints and