22nd Iranian Conference on Biomedical Engineering(ICBME 2015), Iranian Research Organization for Science and Technology (IROST), Tehran, Iran, 25-27 November 2015

کاربرد نظریه‌ی بازی در پیوند کلیه

حمیدرضا نویدی [۱]، المیرارفیعی*[۲]
۱- دانشیار، ریاضی کاربردی، دانشگاه شاهد.
۲- کارشناشی ارشد، ریاضی کاربردی، دانشگاه شاهد
1. navidi@shahed.ac.ir 2. elmirarafie92@gmail.com

چکیده– یکی‌از بیماری‌هایی که افراد بسیاری در سراسر جهان با آن دست و پنجه نرم می‌کنند بیماری مزمن کلیوی است این بیماری از دست رفتن، پیشرونده و برگشت‌ناپذیر عملکرد کلیه در یک دوره از ماه‌ها و سال‌هاست و آخرین مرحله آن ESRT می‌باشد و هنگامی رخ می‌دهد که کارایی یک کلیه کمتر از ۱۰ درصد از یک کلیه سالم باشد و یکی از مرسوم‌ترین شیوه‌های درمان این بیماری، پیوند کلیه می‌باشد که توسط عمل پیوند شخص سالم به فرد بیمار صورت می‌گیرد. تعویض جفتی شامل دو جفت بیمار و اهداکننده‌ی ناسازگار می‌باشد که هر بیمار با اهداکننده‌ی گروه دیگر سازگار است و کلیه دریافت می‌کند. این روش باعث کاهش زمان انتظار برای پیوند و کاهش طول درمان دیالیز و در نتیجه کاهش هزینه می باشد و این مهم تنها با هدف به حداکثر رساندن تعداد پیوند و تبادل فوری پیوند صورت می‌گیرد و مفهوم تعویض جفتی اولین بار توسط دکتر Rapaport در سال ۱۹۸۰ مطرح گردید. به دلیل وجود تعداد زیاد جفت‌های بیمار- اهداکننده‌ی ناسازگار، مسئله به صورت یک گراف مدل شده است که هدف اصلی یافتن سیکل‌های موجه می‌باشد. این هدف با مدل سازی به صورت یک بازی رقابتی و به دست آوردن نقاط تعادل، با استفاده از نظریه‌ی بازی محقق می‌گردد.

کلید واژه- نظریه بازی، کلیه، دیالیز، تعویض دو طرفه، گراف, بهینگی پارتو

مقدمه

از آنجا که انسان سالم، به عنوان محور توسعه‌ی پایدار شناخته می‌شود، نظام سلامت و خرده‌نظام‌های آن از مهم‌ترین ارکان رشد و پیشرفت جامعه می‌باشد. چگونگی مدیریت کارای بخش‌های مختلف نظام سلامت و تخصیص موثر منابع به نیازها، از جمله چالش‌های مطرح شده‌ی دیرینه نزد پژوهش‌گران و مدیران این حوزه بوده است. علم تحقیق در عملیات به عنوان یک روش کمی سیستمی، دارای توانایی قابل توجهی در حل مسائل فوق‌الذکر در نظام سلامت می‌باشد. از این رو در سال‌های اخیر، کاربرد تحقیق در عملیات در ادبیاتِ حوزه‌ی سلامت با سرعت زیادی رو به گسترش بوده است. از جدیدترین و مهمترین عرصه‌های وارد شده به خیل علوم کاربردی در سیستم سلامت، نظریه بازی‌ها می‌باشد. نظریه‌ی بازی‌ها حوزه‌ای از ریاضیات کاربردی است که در بستر علم اقتصاد توسعه یافته و به مطالعه‌ی راهبردی بین عوامل عقلانی می‌پردازد. رفتار راهبردی زمانی بروز می‌کند که مطلوبیت هر عامل، نه فقط به راهبرد انتخاب شده توسط خود وی، بلکه به راهبرد انتخاب شده توسط بازیکنان دیگر بستگی داشته باشد و این علم تلاش می‌کند تا رفتار حاکم بر یک موقعیت استراتژیک را مدلسازی‌کند[1]. بیماری‌نارسایی-مزمن‌کلیه‌یکی‌از اساسی‌ترین دلایل مرگ در جهان محسوب می-شود. بطور کلی سه روش عمده درمانی برای این بیماری‌وجود دارد:

روش اول: روش صفاقی نوعی دیالیز می‌باشد که در آن دستگاهی به نام کانتر در یک عمل جراحی توسط پزشک، در مراکز درمانی داخل شکم بیمار کار گذاشته می شود، که از طریق این دستگاه خون بیمار تصفیه می‌شود. در این روش بیمار باید 4 بار در روز این عمل را انجام دهد و نیاز به سوزن و دستگاه ندارد و هر بار استفاده 40 تا 45 دقیقه طول می‌کشد[2-1].

روش دوم: همودیالیز بوده که در آن بیمار بایستی سه مرتبه در هفته به مراکز درمانی مراجعه نموده و اقدام به تعویض خون و به اصطلاح تصفیه سازی خون نماید که این روش پر هزینه‌ترین و دشوارترین روش درمانی محسوب می‌شود و هر جلسه 3 تا 4 ساعت طول می‌کشد[3].

روش سوم: پیوند کلیه سودمندترین روش درمانی تا زمانِ حال است، پیوند کلیه عمل جراحی است که طی آن یک کلیه سالم از یک فردِسالم به بیماری که کلیه‌هایش از کار افتاده است، منتقل می‌شود. فرد اهدا کننده باید هر دو کلیه‌اش سالم باشد و فرد گیرنده باید هر دو کلیه‌اش از کار افتاده باشد، هر انسانی می‌تواند

با یک کلیه‌ی سالم به زندگی‌اش ادامه دهد. پزشکان قبل از پیوند، هر دو فرد را مورد آزمایش‌های متعددی قرار می‌دهند در صورت انطباق تست‌های پزشکی و به اصطلاح پذیرفتن کلیه توسط بدن بیمار، وی می‌تواند به زندگی طبیعی خود ادامه دهد و بیمارانی که بنابر هر دلیلی از دارا بودن یک اهداکننده محروم هستند، برای دریافت کلیه ثبت نام نموده و در صف انتظار قرار می‌گیرند[3-4].

در صف انتظار ما از مفهوم تعویض دوطرفه استفاده می‌کنیم این تعریف دارای این مفهوم است که برای هر بیمار و اهداکننده‌ی مربوط به وی، تشکیل یک جفت بیمار و اهداکننده می دهند، که به دلیل بروز برخی مسائل پزشکی امکان اهدای عضو فرد اهداکننده به فرد بیمار وجود ندارد. از دیدگاه پزشکی این رابطه بصورت ضربدری بین بیمار یک گروه و اهداکننده گروه دیگر وجود دارد در واقع به مفهوم "پیوند ضربدری" معروف می‌باشد بدین معناست که اگر فردی در خانواده خود بیماری نیازمند به پیوند دارد ولی گروه خونی‌اش برای این کار میسر نبود بتوان شرایطی را فراهم کرد تا با داوطلب دیگری از خانواده‌ای دیگر که نیازمند به پیوند کلیه است و متعاقباً یکی از اعضای آن خانواده قصد اهدای کلیه دارد شرایط تبادل کلیه پیوندی بین این دو خانواده محقق شود و این روش باعث کاهش زمان انتظار برای پیوند و همچنین طول درمان دیالیز، در نتیجه کاهش هزینه می باشد و این مهم تنها با هدف به حداکثر رساندن تعداد پیوند و تبادل فوری پیوند صورت می گیرد[5-6] .

بازی، توصیفی از تعاملات استراتژیکی است که بین افراد تصمیم گیرنده(بازیکنان)رخ می دهد. نظریه بازی‌ها از روش‌های ریاضی به منظور تجزیه و تحلیل مواردی استفاده می‌کند که دو فرد یا بیشتر، ملزم به تصمیم‌گیری در شرایطی هستند که تصمیم هریک از طرفین بر پیامد طرف دیگر تأثیرگذار است.

اعضای تشکیل دهنده بازی:

۱- بازیکنان ۲- قواعد بازی

۳- خروجی ۴- پیامد

بازی‌های رقابتی (غیرهمکارانه) بازی‌هایی هستند که افزایش پیامد یک بازیکن متناسب با کاهش پیامد بازیکن مقابل است. این بازی‌ها، بازی های با مجموع صفر یا مجموع ثابت هستند.

مدلسازی مسئله در قالب یک بازی رقابتی:

$$G = \prec N, A_i, U_i \succ \quad (1)$$

که در آن داریم:

N: مجموعه‌ی متناهی از بازیکنان

A_i: مجموعه‌ی استراتژی هر یک از بازیکنان

U_i: پیامد هر یک از بازیکنان

$$N_i = \{1,2,\ldots i\} \quad N_{-i} = \{1.2.\ldots.i-1\} \quad (2)$$

بازیکنان در این بازی، بیماران و اهداکنندگان می‌باشند و یکی از قواعد این بازی این است که هر گروه شامل یک بیمار و اهداکننده‌ی ناسازگار می‌باشد. بیمار اول در ازای در اختیار گذاشتن کلیه‌ی اهداکننده‌ی وابسته به خود، برای دریافت کلیه با کسب اولویت بالا در صف انتظار قرار می‌گیرد و همچنین بیماران دیگر به طور زنجیروار از اهداکنندگان قبل خود کلیه دریافت می‌کنند و بیمارNام از اهداکننده‌ی N-1 کلیه دریافت می‌کند و کلیه‌ی اهداکننده‌ی خود را در اختیار بیمارستان قرار می دهد که بنا بر تشخیص پزشکان به صف انتظار تزریق شود و در این مدل هر گروه (شامل بیمار و اهداکننده مربوط به آن) یک بازیکن محسوب می شود.

در این مدل استراتژی‌های بازیکنان عبارت است از:

۱- انجام عمل پیوند ۲- عدم انجام پیوند

قواعد بازی:

۱- کیفیت کلیه‌ی فرد اهداکننده در طول زمان ثابت باقی می‌ماند و گذشت زمان تأثیری در

میزان سلامت آن نخواهد داشت

۲- اگر در یک مورد، زوج بیمار با اهداکننده‌اش فرد بیمار پیش از انجام عمل پیوند بمیرد، دیگر اهداکنندگان تمایلی به اهدای کلیه نخواهند داشت، بنابراین در چنین صورتی زنجیره از همان قسمت قطع خواهد شد(طبق خواص زنجیره مارکف)[7] .

۳- شرط لازم در بازی مورد نظر، اطلاع کامل برای تمامی بیماران نسبت به حال گذشته خود و سایر بیماران است.

۴- با توجه به شرایط رقابتی این بازی، هر بیمار با در اختیار داشتن استراتژی سایر بیماران و بنا بر شرایط موجود می تواند وضعیت سلامتی و عوامل موثر بر عمر خود را به صورت روزانه یا هفتگی یا ماهانه تخمین بزند.

خروجی:

حالات افراد $S = \{s_1, \cdots, s_n\}_{\in\varphi}$ (3)

مجموعه وضعیت $\Omega = \{1,2,\cdots,r\}$ (4)

که در این مطلب r حالت مرگ بیمار می باشد و

$s_i \in \Omega \quad , \quad \varphi \in \Omega^N$ (5)

$a_i = [\alpha_i(S)]_{S\in\varphi}, \alpha_i(S) \in [0,1]$ (6)

بردار استراتژی بیمار iام می‌باشد.

$\alpha_i(S)$:

احتمال انجام عمل پیوند توسط بیمارi در موقعیت S را نشان می‌دهد.

استراتژی سایر بیماران $a_{-i} = \{\alpha_j\}_{j\in N-\{i\}}$:

$A = (a_i, a_{-i})$:

نمود استراتژی بیانگر کل استراتژی انتخابی برای همه-ی افراد می باشد.

پیامد ها:

$u_i(S,0)$:

پیامد بیمارi ام، بلافاصله بعد از انتخاب استراتژی عدم انجام پیوند در حالت کنونیS

$u_i(S,1)$:

پیامد بیمارiام، بلافاصله بعد از انتخاب استراتژی انجام عمل پیوند در حالتS

و همچنین

(۷)

$$\forall S \in \varphi, i \in N \; g_i(S,a_i,a_{-i}) = u_i(S,1)\prod_{j\in N_i}\alpha_j(S) + (1-\prod_{j\in N}\alpha_j(S))F_i(S, g_i(a_i,a_{-i}))$$

$g_i(S,a_i,a_{-i})$:

مقدار کل پیامد مورد انتظار بیمارiام در حالت کنونی S تحت استراتژیA می‌باشد.

$F_i(S, g_i(a_i,a_{-i}))$:

پیامد آتی مورد انتظار عدم پیوند برای بیمارiام که اکنون در حالتS تحت استراتژیA می‌باشد.

$$\mathrm{P}(S'|S) = \prod_{i\in N}\mathrm{P}(S_i'|S_i) \quad (۸)$$

که در این مورد حالت گذار از یک حالت در زمان t را به حالت گذار در زمان t+1 می‌باشد.

$$F_i(S,v_i) = u_i(S,0) + \lambda_i \sum \mathrm{P}(S'|S)v_i(S') \quad (۹)$$

که در آن

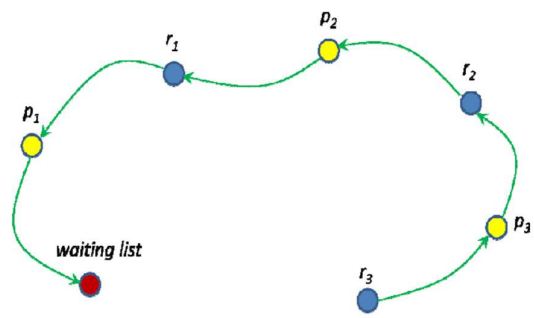
$F_i(S, v_i)$:

میزان کل پیامد مورد انتظار بیمارiام با شروع از حالت کنونیS، در صورت عدم انجام پیوند در زمان کنونی می‌باشد و همچنین

$g_i(a_i, a_{-i}) = [g_i(S, a_i, a_{-i})]_{S\in\varphi}$:

ابرماتریس پیامد کل بیمارiام در حالت کنونی S تحت استراتژی A می‌باشد. در واقع v همان $g_i(a_i, a_{-i})$ می‌باشد.

مثال: همین بازی را برای سه بیمار و اهداکننده بررسی می کنیم:



شکل ۱. زنجیره‌ی بیماران در مثال کاربردی

در این مثال p_i نشان دهنده‌ی بیماران و r_i نشان دهنده‌ی اهداکنندگان می باشد که با یک یال جهت دار به یکدیگر متصل شده‌اند و از هر اهداکننده یک و فقط یال به بیمار وارد می‌شود که نشان دهنده‌ی ارتباط بین آن گروه می‌باشد و از هر اهداکننده چندین یال می تواند به بیمار وارد شود که نشان دهنده‌ی این است که هر بیمار می تواند از چندین اهداکننده، کلیه دریافت کند. و در این مدل ما فرض کرده‌ایم هر گروه که شامل یک بیمار و اهداکننده می‌باشد از نظر تست‌های پزشکی ناسازگارند و هر اهداکننده امکان اهدای کلیه به بیمار خود را ندارد بلکه بیماران از اهداکننده‌ی ماقبل خود کلیه دریافت می‌کنند. در این مثال تعداد بازیکنان به شکل زیر می‌باشد:

$N = \{1,2,3\}$

در این مثال بیمار اول انتخاب کرده است که در ازای یافتن اولویت مناسب به فهرست انتظار برای دریافت کلیه مناسب قرار گیرد در این مدل‌سازی برای این بیمار در بین اهداکنندگان موجود در مدل بدلیل عدم تطابق تست‌های پزشکی، گزینه دریافت کلیه وجود ندارد. در ازای این اولویت، این بیمار کلیه‌ی اهداکننده‌ی خود را در اختیار کلنیک جهت پیوند به سایر بیماران قرار می‌دهد. به همین ترتیب بیمار دوم، برای دریافت کلیه به اهداکننده اول تخصیص می‌یابد و همچنین بیمار سوم نیز می‌تواند کلیه از اهداکننده‌ی دوم دریافت نماید در نهایت کلیه‌ی اهداکننده سوم یا برای زنجیره‌های دیگر مورد استفاده قرار می‌گیرد و یا به کلنیک اهداشده و از این طریق به صف انتظار ترزیق می‌شود.

همچنین حالات بیماران برای این مثال به شرح زیر خواهد بود:

$$S = \{s_1, s_2, s_3\}$$

برای وضعیت بیمار دو حالت خوب و وخیم را در نظر می گیریم خوب به این معناست که بیمار در صورت عدم پیوند با انجام دیالیز در ان مدت مشخص شده زنده می‌ماند و حالت وخیم بدین معناست که در صورت عدم پیوند جان خود را از دست خواهد داد. برای مدل کردن، حالت خوب را با ۱ و حالت وخیم را با ۲ نمایش می دهیم و همچنین مجموعه‌ی وضعیت این مدل به شکل زیر می‌باشد:

ک در آن داریم: $\Omega = \{1,2\}$

$S_i \in \Omega \quad , \quad \varphi \in \Omega^3$

بنابراین مجموعه φ دارای هشت عضو می باشد:

$s_1 = \{1,1,2\}$ $\quad$ $s_5 = \{2,2,2\}$

$s_2 = \{2,1,2\}$ $\quad$ $s_6 = \{2,2,1\}$

$s_3 = \{1,2,1\}$ $\quad$ $s_7 = \{1,2,2\}$

$s_4 = \{2,1,1\}$ $\quad$ $s_8 = \{1,1,1\}$

به عنوان مثال یک عضو دلخواه از مجموعه φ را مورد بررسی قرار می دهیم حالت s_1 را در نظر بگیرید این حالت نشان دهنده‌ی

حالات سیستم در زمانی می‌باشد که بیمار اول و دوم در حالت خوب و بیمار سوم در حالت وخیم قرار دارد و بردار استراتژی برای بیمار اول به شکل زیر خواهد بود:

$$a_1 = [\alpha_1(s_1), \alpha_1(s_2), ..., \alpha_1(s_8)] \quad (10)$$

و همچنین استراتژی سایر بیماران عبارت است از:

$$a_{-1} = \begin{bmatrix} \alpha_2(s_1) & \alpha_3(s_1) \\ \alpha_2(s_2) & \alpha_3(s_2) \\ \vdots & \vdots \\ \alpha_2(s_8) & \alpha_3(s_8) \end{bmatrix} \quad (11)$$

و نمود استراتژی A را به شکل زیر نمایش می‌دهیم:

$$A = (a_i, a_{-i}) = \begin{bmatrix} \alpha_1(s_1) & \alpha_2(s_1) & \alpha_3(s_1) \\ \alpha_1(s_2) & \alpha_2(s_2) & \alpha_3(s_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_1(s_8) & \alpha_2(s_8) & \alpha_3(s_8) \end{bmatrix} \quad (12)$$

هر درایه این ماتریس بیانگر احتمال انجام عمل پیوند برای بیمار مربوط به آن درایه می باشد و در این ماتریس ستون‌ها برابر با تعداد بیماران و سطرها نشان دهنده‌ی تعداد حالات بیماران می‌باشد.

پیامدها:

$u_i(S,1)$ و $u_i(S,0)$ را برای هر یک از بیماران و برای هر یک از حالات سیستم بدست می آوریم.که در این مثال $u_i(S,1)$ و $u_i(S,0)$ برای هریک از سه بیمار و برای هریک از هشت حالت سیستم تعریف می شود که به ۴۸ پیامد ورودی نیاز داریم.

$$\mathrm{P}_1 = \begin{bmatrix} \mathrm{P}_1(1|1) & \mathrm{P}_1(2|1) \\ \mathrm{P}_1(1|2) & \mathrm{P}_1(2|2) \end{bmatrix} \quad (13)$$

این ماتریس، ماتریس آهنگ انتقال بیمار اول بعد از یک دوره یک ماهه را نشان می‌دهد.

$P_1(2|1)$ بیانگر احتمال گذار از حالت ۱به حالت ۲ برای بیمار اول پس از یک دوره‌ی یک ماهه را نشان می‌دهد و این ماتریس هم باید بصورت ورودی برای تمام بیماران وارد مدل شود، که نیازمند استفاده از روش‌های جمع‌آوری و بررسی داده‌های گذشته می‌باشد. در اینجا فرض بر این است سیستم در زمان کنونی در $s_1 = \{1,1,2\}$ قرار دارد و می‌خواهیم احتمال گذار آن را به حالت $s_2 = \{2,1,2\}$ در طی ماه آتی بدست آوریم.

$$\mathrm{P}(s_2|s_1) = \mathrm{P}_1(1|2) \times \mathrm{P}_2(1|1) \times \mathrm{P}_3(2|2) \quad (14)$$

بنابراین می‌بایست برای هر انتقال حالت سیستم چنین محاسبه‌ای انجام شود که در نتیجه با وجود هشت حالت سیستمی در مدل موردنظر،۶۴ احتمال گذار می‌باید محاسبه شود و $g_1(s_1, a_1, a_{-1})$ پیامد کل بیمار اول تحت نمود استراتژی $A = (a_1, a_{-1})$ ، در حالت سیستمی s_1 که این مقدار، یک مقدار حقیقی می باشد. در اینجا محاسبه‌ی اصلی همان پیامد کل $g_i(S, a_i, a_{-i})$ است که برای محاسبه این مقدار به دو پیامد $u_i(S,0)$ و $u_i(S,1)$ نیاز داریم، که هر دو به عنوان ورودی وارد مدل می شوند. مشکل اصلی در اینجا پیامد ناشی از عدم پیوند است، یعنی این مقدار برابر $u_i(S,0)$ نمی باشد چرا که مقدار مطرح شده $u_i(S,0)$ تنها پیامد عدم انجام پیوند را در صورت عدم پیشروی مدل در زمان بدست می آورد. اما در این مدل، در دوره‌ی زمانی آتی حالت بیمار گذار کرده و امکان انجام عمل پیوند درآن دوره وجود خواهد داشت. بنابراین نیاز است که این احتمال گذار برای پیامد انجام پیوند در نظر گرفته شود. از این رو عبارت $F_i(S, g_i(a_i, a_{-i}))$ به عنوان پیامد مورد انتظار عدم پیوند برای بیمارi که اکنون در حالت S قرار دارد و تحت استراتژی $A = (a_i, a_{-i})$ تعریف می شود، وجود دارد.

$$g_2(s_1, a_2, a_{-2}) = u_2(s_1,1)\alpha_1(s_1)\alpha_2(s_1) + (1-\alpha_1(s_1)\alpha_2(s_1))F_2(s_1, g_2(a_2, a_{-2}))$$

مشکل اصلی اینجاست که در محاسبه‌ی مقدار پیامد g به پیامد عدم پیوندF احتیاج است و برای بدست آوردن آن طبق رابطه‌ی(۹) عمل می‌کنیم و همچنین بدلیل کاهش پیچیدگی $\lambda_i = 1$ در نظر می‌گیریم.

$$F_2(s_1, g_2(a_2, a_{-2})) = u_2(s_1,0) + \sum_{s'\in\varphi} \mathrm{P}(s'|s_1) g_2(s', a_2, a_{-2}) = u_2(s_1,0) + \mathrm{P}(s_1|s_1) g_2(s_1, a_2, a_{-2}) + \mathrm{P}(s_2|s_1) g_2(s_2, a_2, a_{-2}) + \cdots + \mathrm{P}(s_{64}|s_1) g_2(s_{64}, a_2, a_{-2})$$

و برای محاسبه پیامد عدم پیوندF به مقدار پیامد کلg نیاز است، پس این روابط، بازگشتی می باشند بنابراین برای محاسبه چنین رابطه‌ای باید از روش مقداردهی متوالی بازگشتی استفاده کرد. یعنی در ابتدا برای تمامی ۶۴ مقدارg، مقادیر دلخواهی انتخاب نموده و سپس از رابطه‌ی(۷) مقدار F را بدست آورده و بعد با استفاده از رابطه(۹) مجدداً مقادیر g را محاسبه می نماییم بنابراین با توجه به همگرایی این رابطه، این روند تا جایی ادامه می یابد که محاسبات به مقدار یکتایی همگرا می‌شود. به این ترتیب مقدار g را بدست می‌آوریم به همین ترتیب می‌توان ابرماتریس کلِ هر بیمار را بدست آورد[8-11].

نتیجه گیری

در این مقاله تمرکز بر روی مسئله‌ی صف انتظار و کم کردن مدت زمان انتظار در این صف می‌باشد بیماران نیازمند کلیه پس از تشکیل پرونده پزشکی در این صف قرار می‌گیرند که ممکن است سال‌ها در این لیست بمانند و جان خود را از دست بدهند که ما برای کاهش این زمان در ابتدا مسئله را به شکل یک گراف مدل سازی کردیم، که نخست بررسی مسئله از دیدگاه مراکز درمانی و بیمارستان و دولت است که سعی بر یافتن بهترین سیکل‌های بیمار و اهداکننده با هدف بیشینه نمودن سلامت عمومی جامعه کل بیماران دارند و ما با این مدل‌سازی این امر را محقق ساخته‌ایم چرا که با اهدای کلیه‌ی فرد اهداکننده آن بیمار به زنجیره در گروه آخر زنجیره، بیمار کلیه از گروه ماقبل خود دریافت می‌کند و کلیه‌ی اهداکننده‌ی وی به صف بیماران اهدا شده و باعث پیوند کلیه به به یک بیمار می‌شود و تعداد در صف کاهش می‌یابد بنابراین با این استراتژی به تمامی بیماران چه دارای اهداکننده و منتظر تشکیل سیکل، چه خود بیمارداوطلب پیوستن به صف و چه بیماران موجود در لیست انتظار منفعت - میرسد. در واقع این مدل باعث به وجود امدن سیکل‌های موجه می‌شود و همچنین مسئله را از دیدگاه نظریه بازی‌ها در قالب یک بازی رقابتی مدل کردیم و نقاط تعادل نش ان را بدست می-آوریم که با بدست آوردن این نقاط مدت زمان انتظار در لیست را کاهش دادیم. چون برای بدست آوردن نقاط تعادل با استفاده از نظریه بازی‌ها کار دشوار و زمانبری می‌باشد ما در ادامه این بازی را با یک روش ریاضی متناظر می‌کنیم و در واقع جواب موجه آن مدل ریاضی، متناظر با نقاط تعادل بازی خواهد بود و این روش باعث به وجود آمدن سیکل‌های موجه خواهد بود و این سیکل‌ها در اختیار پزشکان قرار داده می‌شود [12].

مراجع

[1] Ghari S, Molaie E, Mojerloo M, Behnampour N, Shariati A, Aghakhani M, et al . The Impact of Sodium and Ultrafiltration Profiling on Hemodialysis – Related Complications . jgbfnm . 11-19, 2013.

[2] Young GA1, Kopple JD, Lindhom B, Vonesh EF, De Vecchi A, Scalamogna A, Castelnova C, Oreopoulos DG, Anderson GH, Nutritional Assessment Of Continuous Bergstrom J, et al. Ambulatory Perioneal Dialysis Patients: An International StudyM. – American Journal of Kidney Diseases. 462-71, 1991.

[3] Pastan S, Baiey J, Dialysis Therapy. – New England Journal of Medicine.1428-1437, 1998.

[**4**] Navidi H, Ketabchi S, Messi Bidgoli M. Introduction to Game Theory. - Shahed University Publish. 2011

[5] Wolfe R. A., Ashby V .B., Milford E. L., Ojo A. O., Ettennger R. E., Agodoa L. Y .,Held P . j., Port F. k.. Comparison of mortality in all patients on dialysis, patients on dialysis awaiting transplantation, and of a first cavdaverc transplat. The New England journal of Medicine, 1725-1730 ,1999.

[6] Rapaport Ft. The Case For a Living Emotionally Related International Kidney Donor Exchange Registry. – Transplant Proc, 5-9, 1986.

[7] M. L. Littman, "Markov Games as a Framework for Multi-agent Reinforcement Learning," ,157-163, 1994.

[8] Segev D. L., Kucirka L. M., Gentry S. E., Montgomery R. A. Utilization and outcomes of kidney paired donation in the United States Transplantation, 502-510 , 2008.

[9] Alvin E. Roth, Tayfun Sonmez, and M. Utku Unver. Efficient kidney Exchange: Coincidence of Wants in Markets with Compatibility Based Preferencese. 2005.

[10] Alvin E. Roth and Lloyd S. Shapley, Nobel Prizes in Economics 2012 for the theory of stabe Allocation and the Practice of Market Design, 2013.

[11] Murat K, et al, Dynamic Decision Models For Managing The Major Complication Of Diabetes. -University of Pittsburgh, 2012.

[12] Cechlarova K, Fleiner T, Manlove D, The Kidney Exchange Game, 2005.