

۱۶ و ۱۷ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

استفاده از روش احتمال برخورد در هندسه حلقوی برای محاسبه ضریب نامطلوبیت امید صفرزاده

دانشگاه شاهد، دانشکده فنی مهندسی

چکیده: حل معادله ترابرد در محیط‌های با جذب بالا نیازمند تعداد زوایای بالا در روش جهت‌های گسسته یا مرتبه بالای بسط لژاندر در روش هارمونیک‌های کروی است. یکی از روش‌های مناسب اعمال شده بر چنین محیط‌های، روش احتمال برخورد است. در این مقاله معادله ترابرد نوترون به روش احتمال برخورد حل شده است. پس از اعتبار سنجی محاسبات از این روش برای محاسبه ضریب نامطلوبیت سلول استفاده شده است. نتایج نشانگر دقت روش فوق در محاسبه ضریب تکثیر، شار و ضریب نامطلوبیت سلول است.

کلمات کلیدی: معادله ترابرد، احتمال برخورد، ضریب نامطلوبیت سلول

۱- مقدمه

معادله ترابرد یک معادله اساسی در بدست آوردن توزیع جمعیت نوترونی است. این معادله شامل متغیر مکانی، زاویه‌ای، انرژی و یک متغیر زمانی است که حل تحلیلی این معادله را تنها در برخی از حالت‌های ساده امکان‌پذیر می‌کند. از این رو ضرورت دارد که از برخی تقریب‌های ساده کننده و حل عددی استفاده شود. روش‌های متعددی برای حل عددی معادله ترابرد نوترون استفاده می‌شود که می‌توان به جهت‌های گسسته، روش هارمونیک‌های کروی و ... اشاره کرد. در این مقاله از روش احتمال برخورد برای حل معادله ترابرد و محاسبه ضریب نامطلوبیت سلول استفاده شده است. این روش در اغلب کدها از قبیل WIMS استفاده شده است.

یک عامل مهم در محاسبه طیف نوترونی بدست آوردن ضریب نامطلوبیت سلول^۱ (DF) است. این ضریب نسبت شار متوسط حرارتی کند کننده به شار متوسط حرارتی سوخت در یک سلول واحد است. شار حرارتی در سلول واحد که شامل یک سوخت استوانه‌ای و کند کننده اطراف آن است را می‌توان با حل معادله ترابرد نوترون بدست آورد. از آنجا که کند کننده اطراف سوخت می‌تواند به شکل مربعی یا شش وجهی باشد از این رو معادله ترابرد نوترون را بایستی در دو بعد حل نمود. با توجه به هزینه‌های حل معادله ترابرد در دو بعد، تقریب‌های مختلفی برای حل معادله ترابرد در یک بعد ارائه شده است. یکی از تقریب‌های متداول تقریب WS^2 است. در این تقریب کند کننده پیرامونی میله سوخت با استوانه معادل جایگزین می‌شود، به نحوی که نسبت حجم کند کننده به سوخت یکسان باقی بماند. از این رو استفاده از این تقریب

^۱ disadvantage factor

^۲ Wigner-Seitz

۱۶ و ۱۷ شهریور ۱۳۹۴، دانشگاه یزد

منجر به مسئله یک بعدی می‌گردد. استفاده از این تقریب با شرط مرزی آینه موجب مقادیر بالای DF می‌شود، به ویژه هنگامی که کندکننده ضخامت کوچکی (از نقطه نظر متوسط پویش آزاد نوترون) دارد. این پدیده در مراجع [۱] و [۲] بررسی و راهکار آن در استفاده از شرط مرزی سفید بیان شد. با اعمال این شرط مرزی نوترون به صورت همسانگرد بازتابیده شده و شار بالای نوترونی در کند کننده جلوگیری می‌کند.

یک روش موثر و سنتی در محاسبه این ضریب، روش ABH است [۳]. این روش بر مبنای استفاده از نظریه ترابرد نوترون در سوخت و معادله پخش نوترون در کندکننده بنا نهاده شد. روش‌های تلفیقی دیگری مبنی بر نظریه پخش نوترون در کندکننده و نظریه ترابرد در سوخت برای محاسبه ضریب DF توسعه داده شد [۴]. یک کلاس دیگر در محاسبه این ضریب توسط حل مستقیم معادله انتگرالی ترابرد ارائه گردید. حل این معادله با توجه به منتج شدن به شار عددی نسبت به شار زاویه‌ای دارای متغیرهای کمتری خواهد بود.

ادامه این مقاله به صورت زیر سازمان یافته است. در بخش دوم معادلات احتمال برخورد بیان می‌گردد. بخش سوم به اعتبار سنجی نتایج حاصله می‌پردازد. بخش چهارم نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

۲- احتمال برخورد در حل معادله ترابرد نوترون

معادله انتگرالی ترابرد برای گروه g به قرار زیر بیان می‌گردد [۵].

$$\phi_g(\vec{r}) = \int ds' \frac{n' \Omega \phi_g(r_s', \Omega)}{|r - r_s'|^2} e^{-\tau_g(r, r_s')} + \int dV' \frac{e^{-\tau_g(r, r')}}{4\pi|r - r'|^2} Q_g(\vec{r}') \quad (1)$$

پارامترهای این رابطه در انتهای مقاله بیان گردیده است. اولین جمله سمت راست این معادله معرف نوترون‌های وارد شده از مرز و دومین جمله سهم شار زاویه‌ای به دلیل چشمه‌های نوترونی موجود در داخل سیستم می‌باشد. با توجه به معادله فوق $|\vec{r} - \vec{r}'|$ فاصله بین محل محاسبه شار و چشمه، همچنین $|\vec{r} - \vec{r}_s'|$ فاصله محل محاسبه شار و مرز سیستم است. در این رابطه مسیر اپتیکی^۳ به صورت زیر تعریف می‌گردد [۴].

$$\tau_g(r, r - R' \Omega, E) = \int_0^{R'} dR'' \Sigma_g(r - R'' \Omega, E) \quad (2)$$

معادله ترابرد را می‌توان برحسب احتمال‌های برخورد به صورت زیر بیان کرد.

^۳ optical path

۱۶ و ۱۷ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

$$V_i \Sigma_{t,g,i} \phi_{g,i} = \sum_j V_j Q_{g,j} P_{g,ij} + \sum_s S_s J_{g,s}^{in} P_{g,is} \quad (3)$$

این رابطه را می‌توان با تعریف احتمال برخورد اصلاح شده به قرار زیر نوشت.

$$V_i \phi_{g,i} = \sum_j V_j Q_{g,j} \tilde{p}_{g,ij} \quad (4)$$

احتمال اصلاح شده موجود در رابطه **Error! Reference source not found.** بر حسب احتمال برخورد، فرار، انتقال و ضریب آلوده به قرار زیر است.

$$\tilde{p}_{g,ij} = p_{g,ij} + \frac{\beta_g}{1 - \beta_g P_{g,ss}} P_{g,si} P_{g,js} \quad (5)$$

که احتمال فرار از رابطه حاصل می‌شود.

$$P_{g,si} = 1 - \sum_{j=1}^I P_{g,ji} \Sigma_{g,j} \quad (6)$$

در این رابطه احتمال برخورد $P_{g,ij}$ است. احتمال برخورد برای هندسه حلقوی (شکل ۱) به صورت زیر بیان می‌گردد.

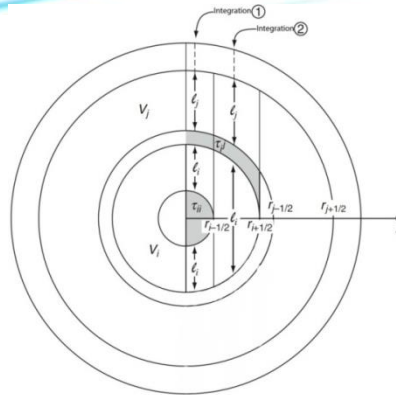
$$P_{g,ij} = \frac{2}{A_i} \left\{ \sum_{k=1}^i \int_{r_{k-1/2}}^{r_{k+1/2}} dh \frac{1}{\Sigma_{g,j} \Sigma_{g,i}} \left[\begin{array}{l} K_3(\tau_{g,ii} + \Sigma_{g,i} l_i + \tau_{g,ij}) - K_3(\tau_{g,ii} + 2\Sigma_{g,i} l_i + \tau_{g,ij}) \\ -K_3(\tau_{g,ii} + \Sigma_{g,i} l_i + \tau_{g,ij} + \Sigma_{g,j} l_j) + K_3(\tau_{g,ii} + 2\Sigma_{g,i} l_i + \tau_{g,ij} + \Sigma_{g,j} l_j) \\ +K_3(\tau_{g,ij}) - K_3(\Sigma_{g,i} l_i + \tau_{g,ij}) - K_3(\tau_{g,ij} + \Sigma_{g,j} l_j) \\ +K_3(\Sigma_{g,i} l_i + \tau_{g,ij} + \Sigma_{g,j} l_j) \end{array} \right] \right\}$$

که K_3 توابع بایکلی مرتبه سوم است که به نحو زیر تعریف می‌گردد.

$$K_3(\tau) = \int_0^{\pi/2} d\theta \sin^2 \theta e^{-\tau/\sin \theta} \quad (8)$$

انتگرال موجود در رابطه **Error! Reference source not found.** به صورت عددی و با استفاده از روش گوس-ژاکوب اعمال می‌گردد.

۱۶ و ۱۷ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد



شکل (۱). انتگرال‌گیری احتمال برخورد در هندسه استوانه‌ای یک بعدی

احتمال اینکه نوترون وارد شده از مرزهای پیرامونی اولین برخورد را درون ناحیه داشته باشد، به قرار زیر است.

$$p_{g, is} = \frac{P_{g, is}}{\sum_{g, i} P_{g, si}} = \frac{4V_i}{S} P_{g, si} \quad (9)$$

و احتمال انتقال با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$P_{g, ss} = 1 - \sum_{i=1}^I p_{g, is} \sum_{g, i} \quad (10)$$

چشمه موجود در رابطه **Error! Reference source not found.** در واقع حاصل جمع جمله پراکندگی و شکافت است که به صورت زیر است.

$$Q_{g, j} = \sum_{g'} \sum_{g', j}^s \phi_{g', j} + \frac{1}{k} \nu \sum_{g, j}^f \phi_{g, j} \quad (11)$$

۳- نتایج و بحث

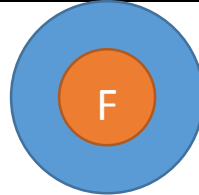
در این بخش نتایج پیاده سازی روش احتمال برخورد برای حل معادله ترابرد نوترون ارائه شده است. برای اعتبار سنجی نتایج، یک سلول بحرانی شامل یک میله سوخت و کند کننده آب بررسی شده است (شکل ۲). شعاع قلب ۳/۳۹۷۶۱ و بازتابنده ای به شعاع ۳/۰۶۳۷۲۵ سانتی متر است. ثوابت گروهی این سیستم در جدول ۲ قید شده است.

جدول (۱). مشخصات سلول سوخت

Material	$\Sigma_t (cm^{-1})$	$\Sigma_s (cm^{-1})$	$\nu \Sigma_f (cm^{-1})$
Pu-239	0.32640	0.225216	0.231744

۱۶ و ۱۷ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

H2O	0.32640	0.293760	0.0
-----	---------	----------	-----



شکل (۲). سلول سوخت

مقادیر ضریب تکثیر محاسبه شده بر حسب مقادیر مختلف مش در جدول ۲ آورده شده است. همانطور که مشخص است، ضریب تکثیر دارای اختلاف ناچیزی با مقدار مرجع است.

جدول (۲). ضریب تکثیر موثر محاسبه شده

No. Elements:	10-10	50-50	100-100
CP	0.9980716	0.9999254	0.9999843
Error (PCM)	192	7.46	1.57

ضریب نامطلوبیت سلول که نسبت شار متوسط کندکننده به سوخت می‌باشد، از طریق رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$\xi = \frac{\bar{\phi}_M}{\bar{\phi}_F} \quad (12)$$

در این رابطه مقادیر متوسط شار در سوخت و کند کننده به ترتیب روابط زیر محاسبه می‌گردد.

$$\bar{\phi}_F = \frac{\sum_{i \in F} V_i \phi_i}{\sum_{i \in F} V_i}, \quad \bar{\phi}_M = \frac{\sum_{i \in M} V_i \phi_i}{\sum_{i \in M} V_i} \quad (13)$$

بنابراین برای ضریب نامطلوبیت سلول برای به صورت زیر است.

جدول (۳). ضریب نامطلوبیت سلول محاسبه شده

Method	DF
CP	0.708238
DRAGON	0.708233

۴- نتیجه گیری

روش احتمال برخورد یکی از روش‌های بسیار دقیق در حل معادله ترابرد به شمار می‌آید. این روش در بسیاری از کدها از جمله کدهای محاسبات سلولی از قبیل WIMS استفاده شده است. نتایج پیاده سازی حاکی از دقت بسیار بالای روش و کد نوشته در محاسبه ضریب تکثیر سیستم و شار است. در این مقاله همچنین ضریب نامطلوبیت سلول محاسبه شده توسط روش فوق دارای هم خوانی خوبی است.

اصطلاحات

احتمال برخورد اصلاح شده ناحیه i به j در گروه g	$\tilde{P}_{g,ij}$	سطح مقطع کل در گروه g	Σ_g
احتمال انتقال در گروه g	$P_{g,ss}$	حجم ناحیه i	V_i
احتمال فرار از ناحیه i در گروه g	$P_{g,si}$	شار نوترونی گروهی	ϕ_g
احتمال برخورد ناحیه i به j در گروه g	$P_{g,ij}$	چشمه نوترونی گروهی	Q_g
مسیر اپتیکی در گروه g	τ_g	سطح s	S_s
تابع بایکلی مرتبه سوم	K_3	جریان نوترونی ورودی	J^{in}
شار متوسط در کند کننده	$\bar{\phi}_M$	سطح مقطع شکافت در گروه g و ناحیه j	$\Sigma_{g,j}^f$
شار متوسط در سوخت	$\bar{\phi}_F$	سطح مقطع پراکندگی گروهی در ناحیه j	$\Sigma_{gg',j}^s$
ضریب نامطلوبیت سلول	ξ	ضریب آبدو در گروه g	β_g

مراجع

- [1] Newmarch DA. Errors due to the cylindrical cell approximation in lattice cell calculations. Technical Report, AEEW-R34, Winfrith, UK, 1960.
- [2] Amouyal A, Benoist P, Horowitz J. Nouvelle methode de determination du facteur cellule. J Nucl Energy 1957;6:79-98. d'utilisation thermique d'une
- [3] Nanneh MM, Williams MMR. A diFusion-transport theory hybrid method for calculating in slab lattices. Atomkernenergie-Kerntechnik 1985;47:221-4. neutron @ux distributions
- [4] Stamm'ler RJJ, Abbate MJ. Methods of steady-state reactor physics in nuclear design. New York: Academic Press, 1983.
- [5] E. E. Lewis & W. F. Miller Jr., Computational Methods of Neutron Transport, John Wiley & Son New York, 1984.