

شبیه‌سازی دیود ویرکاتور یک‌بعدی و مقایسه نتایج آن با مدل‌های تحلیلی

فلاحی، وحید^{۱*}؛ نظری گلشن، اکبر^۲

^۱ گروه مهندسی اپتیک و لیزر، دانشگاه بناب، آذربایجان شرقی، ایران

^۲ گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شاهد، تهران، ایران

چکیده

در این مقاله، نوسانگر کاتد مجازی (ویرکاتور) که شامل یک دیود و فضای رانش است، به صورت یک بعدی مدل‌سازی شده و نتایج تحلیلی آن با نتایج شبیه‌سازی صورت گرفته توسط کد MAGIC با باریکه الکترونی 400 keV مورد مقایسه قرار می‌گیرد. به منظور دستیابی به همگرایی چگالی جریان به مقدار تحلیلی، تعداد سلول مناسب انتخاب شده و شرایط اولیه و مرزی مناسب برای شبیه‌سازی دیود در یک بعد معین می‌شوند. سپس، دیود ویرکاتور یک‌بعدی را شبیه‌سازی کرده و دو فرکانس‌های رفلکس و نوسان مکان کاتد مجازی، با مقادیر تحلیلی شان مورد مقایسه قرار می‌گیرند. نشان داده می‌شود که نتایج بدست آمده از روابط تحلیلی و شبیه‌سازی PIC توافق بسیار خوبی با یکدیگر دارند.

Simulation of One-Dimensional Vircator Diode along with Comparing the Results with Analytical Models

Fallahi, Vahid^{1*}; Nazari-Golshan, Akbar²

¹ Department of Laser and Optical Engineering, University of Bonab, East-Azerbaijan, Iran, Email: v.fallahi@bonabu.ac.ir

² Physics Department, Shahed University, Tehran, Iran

Abstract

In this paper, a Virtual Cathode Oscillator (Vircator) consisted of a diode and a drift tube is modeled as a one dimensional problem. The obtained analytical results have been compared with the results of the simulations done by MAGIC code considering the 400keV electron beam. In order to achieve the convergence of the current density to the analytical value, the appropriate number of cells has been chosen and the proper initial and boundary conditions to study the one-dimensional diode are determined. Then, the one-dimensional vircator diode is simulated, and two reflex and virtual cathode frequencies are compared with their analytical values. The comparisons display an excellent agreement between the results of analytical models and the PIC simulations.

مقدمه

شده از سطح کاتد باشد، آنگاه الکترون‌ها به سمت کاتد بازگشته و مانع شارش الکترون‌ها از کاتد به آند می‌شوند. ابر بار فضایی با پتانسیل کافی برای بازتابش الکترون‌های ورودی، به عنوان کاتد مجازی شناخته می‌شود.

اخیراً مطالعات بسیار زیادی بر روی چگونگی تشکیل کاتد مجازی و گسیل امواج میکروویو به دلیل نوسان موضع کاتد مجازی و بازتاب الکترون‌های گیرافتاده در پتانسیل بین کاتدهای حقیقی و مجازی از هر دو لحاظ نظری و تجربی صورت گرفته است [۱-۳]. در سال‌های ۱۹۶۰ و ۱۹۷۰ میلادی، عبارت تحلیلی مناسبی برای

مولد ویرکاتور به طور ساده از یک دیود ولتاژ بالا که باریکه الکترونی نسبتی را تولید می‌کند، و یک موجبر که باریکه الکترونی در درون آن شارش می‌یابد، تشکیل شده است. الکترون‌ها که از کاتد به سمت آند حرکت می‌کنند، باعث تولید بار فضایی در سمت آند شده و موجب رانده شدن الکترون‌های بعدی که از کاتد شارش می‌یابند، می‌شوند. این دافعه به دلیل تشکیل سد پتانسیل توسط بار فضایی است که به این پتانسیل، پتانسیل بار فضایی اطلاق می‌گردد. اگر پتانسیل بار فضایی بزرگتر از انرژی جنبشی الکترون‌های گسیل

بدست می‌آید که در آن $\gamma_0 = 1 + eV_0/m_e c^2$ است.

برای شبیه‌سازی دیود ویرکاتور در یک بعد (راستای x) توسط نرم‌افزار MAGIC، از دستگاه مختصات $x-y$ استفاده می‌شود که برای از بین بردن محور y تنها یک سلول در این راستا ایجاد نموده و برای تشکیل یک دیود با حد بینهایت در راستای محور y ، مرزهای بالا و پایین به صورت پریودیک تنظیم می‌گردد. البته بایستی توجه کرد که اگر از دستور FOIL برای توری‌آند استفاده شود، باید حداقل از دو سلول در راستای محور استفاده نمود.

برای بررسی همگرایی چگالی جریان، تعداد سلول‌ها در راستای محور x را به تدریج افزایش می‌دهیم. پارامترهای شبیه‌سازی، از قبیل

گاف بین آند و کاتد (d_{Gap})، ولتاژ اعمالی به دیود که به صورت

$$V_0(t) = V_{max}(1 - e^{-t/\tau}), \quad (4)$$

است و همچنین مدت زمان شبیه‌سازی در جدول ۱ داده شده است. با استفاده از این مقادیر و همچنین با استفاده از قانون چایلد-

لانگمویر چگالی جریان برابر $10^7 \times 29517 \text{ A/m}^2$ بدست می‌آید.

نتایج شبیه‌سازی در جدول ۲ به ازای مقادیر مختلف (تعداد سلول‌ها در راستای محور x) ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌کنید با افزایش تعداد سلول‌ها (N_x) نتایج شبیه‌سازی به سرعت به مقدار تحلیلی بدست آمده همگرا می‌شود. بایستی توجه داشت که در شبیه‌سازی یک بعدی، اگر دستور POISSON بدون حدس اولیه بکار رود، نتایج نادرستی را بدنبال خواهد داشت بطوری که با تغییر تعداد سلول‌ها نتایج متفاوتی حاصل می‌شود.

جدول ۱: پارامترهای شبیه‌سازی دیود یک‌بعدی

مدت زمان شبیه‌سازی	τ	V_{max}	d_{Gap}
۴ ns	۰/۲ ns	۱۰۰ kV	۵ mm

جدول ۲: نتایج روابط تحلیلی و مقایسه آن با مقادیر شبیه‌سازی شده برای چگالی

جریان حد بار فضایی

N_x	$dx [10^{-3} \text{ m}]$	$j_{num} [10^7 \text{ A/m}^2]$	$\frac{j_{num} - j_{an}}{j_{an}} \times 100$
۵	۱/۰	۰/۳۳۱۲۴	درصد ۱۲/۲
۱۰	۰/۵	۰/۳۱۲۳۱	درصد ۵/۸۱
۲۰	۰/۲۵	۰/۳۰۱۸۸	درصد ۲/۲۷
۲۵	۰/۲	۰/۲۹۹۶۲	درصد ۱/۵۱
۴۰	۰/۱۲۵	۰/۲۹۶۰۱	درصد ۰/۲۸
۵۰	۰/۱۰۰	۰/۲۹۴۷۳	درصد ۰/۱۵

جریان حدی بار فضایی در یک دیود مسطح با فضای رانش متفاوت به دست آمد [۴]. شبیه‌سازی‌های عددی نشان داده است که کاتد مجازی تشکیل شده، زمانی که جریان باریکه الکترونی از جریان حدی بار فضایی تجاوز می‌کند، ناپایدار است [۵]. آزمایشات و شبیه‌سازی‌های زیادی برای بررسی اثر فاصله گاف دیودی بر روی تابش امواج میکروویو انجام شده است [۶،۷]. همچنین، مقایسه کمی و کیفی از نتایج بدست آمده توسط روش‌های تحلیلی و شبیه‌سازی‌های عددی و اعتبارسنجی آن به عمل آمده است [۸،۹]. در این مقاله، ما با استفاده از دو روش تحلیلی و شبیه‌سازی توسط کد MAGIC به بررسی دیود یک‌بعدی و مقایسه نتایج بدست آمده برای جریان حدی بار فضایی در هر دو روش می‌پردازیم. سپس با مدل‌سازی یک دیود ویرکاتور، فرکانس‌های میکروویو بدست آمده توسط فرمول‌های تحلیلی و نیمه‌تجربی را با نتایج شبیه‌سازی مقایسه می‌کنیم.

شبیه‌سازی PIC دیود یک‌بعدی توسط MAGIC

دیود یک‌بعدی را می‌توان در شکل بسیار ساده‌ای به صورت دو صفحه موازی در ابعاد بینهایت با اختلاف پتانسیل V_0 در نظر گرفت. اعمال این اختلاف پتانسیل موجب شارش جریان الکترونی بین صفحات می‌شود. بزرگترین چگالی جریانی که می‌تواند بدون هیچ مانعی در دیود شارش یابد، به جریان حدی بار فضایی معروف است که توسط قانون چایلد-لانگمویر تعیین می‌شود. این قانون برای دیود یک‌بعدی به صورت

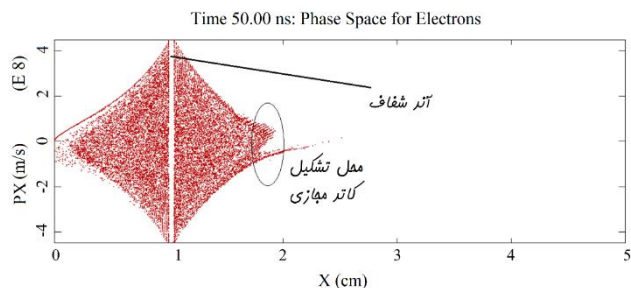
$$j_{SCL} = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m_e}} \frac{V_0^{3/2}}{d^2}, \quad (1)$$

است که در آن j_{SCL} چگالی جریان حدی بار فضایی، ϵ_0 گذردهی خلاء، e و m_e به ترتیب بار و جرم الکترون، V_0 ولتاژ دیود و d فاصله گاف بین الکترودها است. این عبارت برای انرژی‌های غیرنسبیتی بوده و تنها برای $V_0 < 500 \text{ kV}$ برقرار است. برای پتانسیل‌های $V_0 \geq 500 \text{ kV}$ بایستی عبارت نسبیتی

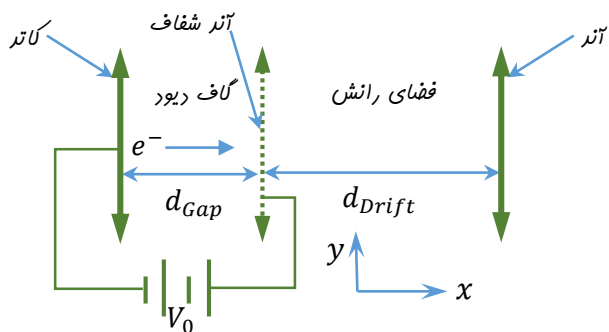
$$j_{SCL} = \frac{\epsilon_0 m_e c^3}{ed^2} \frac{[G(\gamma_0)]^2}{2}, \quad (2)$$

را بکار برد که در آن c سرعت نور بوده و $G(\gamma_0)$ توسط رابطه

$$G(\gamma_0) = \int_1^{\gamma_0} \frac{d\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/4}}, \quad (3)$$



شکل ۲: فضای فاز $X-P_x$ برای الکترون‌های گسیل شده از کاتد؛ الکترون‌ها حول آند شفاف (توری) در حال رفت و برگشت هستند.



شکل ۳: هندسه ویرکاتور یک-بعدي

با در نظر گرفتن مقادیر داده شده و ولتاژ اعمالی $V_0 = 400 \text{ kV}$ ، انتظار می‌رود فرکانس رفلکس الکترون‌ها و در نتیجه فرکانس موج الکترومغناطیسی تولید شده برابر $f_{\text{Reflex}} \approx 3/98 \text{ GHz}$ بدست آید. البته این فرکانس بدست آمده تنها تقریبی از فرکانس واقعی است و برای تعیین نسبتاً دقیق فرکانس تابشی می‌توان از فرمول [۱۱]

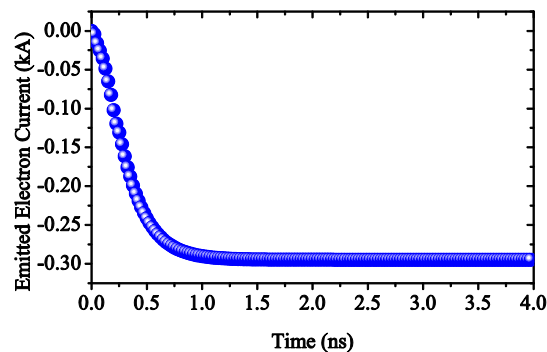
$$f_{\text{Reflex}} = \frac{c}{2\pi d} \cosh^{-1}(\gamma_0) \quad (6)$$

استفاده نمود. با استفاده از مقادیر قبلی و $\gamma_0 = 1/\sqrt{8}$ فرکانس رفلکس الکترون‌ها برابر $f_{\text{Reflex}} \approx 5/64 \text{ GHz}$ بدست می‌آید.

مکانیسم دیگری که در تیوب ویرکاتور اتفاق می‌افتد، نوسان مکان کاتد مجازی است که می‌تواند منجر به تولید موج الکترومغناطیسی شود. تعیین این فرکانس کار ساده‌ای نیست و تنها می‌توان طیف ممکن از مقادیر را برای آن مشخص کرد [۱۲]:

$$\frac{e}{4} \sqrt{\frac{3n_b}{2\gamma_0 m_e \epsilon_0}} < f_{\text{VC}} < \frac{6}{5} \frac{e}{4} \sqrt{\frac{3n_b}{2\gamma_0 m_e \epsilon_0}}, \quad (7)$$

که در آن n_b چگالی بیم الکترونی بوده و توسط عبارت $n_b = j_b / ev_e$ (j_b چگالی جریان وارد شده به فضای رانش) قابل تعیین است. پارامتر v_e سرعت الکترون‌ها است. ماکزیمم سرعت الکترون‌ها را می‌توان با استفاده از اصل بقای انرژی نسبی بدست



شکل ۱: پروفایل جریان بر حسب زمان در یک دیود یک‌بعدي

پروفایل جریان بر حسب زمان به صورت شکل ۱ است که مقدار ماکزیمم جریان $294/7 \text{ A}$ است. از آن جایی که این شبیه‌سازی با در نظر گرفتن $N_x = 50$ انجام شده است، و پهنای عرضی کاتد برابر $w = d/N_x = 10^{-4} \text{ m}$ است، در نتیجه ماکزیمم چگالی جریان برابر با $0.29473 \times 10^7 \text{ A/m}^2$ بدست می‌آید. همانطور که مشاهده می‌کنید، نتیجه بدست آمده توسط شبیه‌سازی PIC با جواب تحلیلی مطابقت کامل دارد.

شبیه‌سازی PIC ویرکاتور یک‌بعدي توسط MAGIC

اگر جریان شارش یافته در یک دیود بزرگتر از جریان حدی بار فضایی باشد، کاتد مجازی شکل ۲ تشکیل می‌شود که مانع از شارش جریان در دیود می‌شود. کاتد مجازی بدون حضور یک آند شفاف شکل نمی‌گیرد. به عبارت دیگر، اگر جریان اجازه عبور از آند را داشته باشد و وارد فضایی به اصطلاح «فضای رانش» شود، کاتد مجازی شکل می‌گیرد. در این حالت، انرژی جنبشی اولیه الکترون‌های وارد شده به فضای رانش تقسیم بر بار الکترون می‌تواند جایگزین ولتاژ اعمالی در قانون چاپلند-لانگمویر شود. با اضافه کردن آند شفاف (فویلی به ضخامت $1/0 \mu\text{m}$) به کد MAGIC نوشته شده برای دیود یک‌بعدي، مسأله مجدداً مورد بررسی قرار می‌گیرد. در کد جدید، ولتاژ اعمالی برابر 400 kV ، فاصله گاف دیودی مطابق شکل ۳ برابر $d_{\text{Gap}} = 10 \text{ mm}$ و ابعاد فضای رانش برابر $d_{\text{Drift}} = 50 \text{ mm}$ در نظر گرفته می‌شود.

فرکانس رفلکس الکترون‌ها که نتیجه رفت و برگشت الکترون‌ها از آند شفاف می‌باشد، را می‌توان با استفاده از قانون دوم نیوتن به طریق زیر بدست آورد [۱۰]:

$$f_{\text{Reflex}} = \frac{\sqrt{V_0}}{4d} \sqrt{\frac{ec^2}{2m_e c^2 + eV_0}} \quad (8)$$

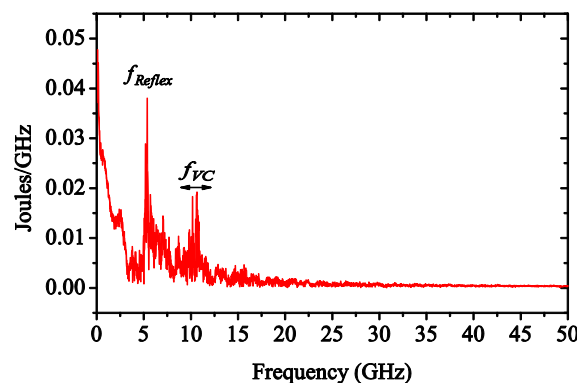
تقریباً برابر 100 keV است. در نتیجه سرعت متوسط الکترون‌ها با استفاده از فرمول انرژی جنبشی نسبی برای $v_e/c = 0/55$ بوده که کمتر از مقدار ماکزیمم پیش‌بینی شده توسط عبارت‌های تحلیلی است. این عدم تطبیق ناشی از آن است که در مدل تحلیلی از برخوردهای بین الکترون‌ها و همچنین اتلاف انرژی الکترون‌ها در عبور از کاتد مجازی صرف‌نظر شده است.

نتیجه گیری

شبیه‌سازی دیود ویرکاتور با باریکه الکترونی 400 keV توسط کد MAGIC به صورت یک‌بعدی انجام شد. ثابت شد که فرکانس تولید شده توسط تیوب ویرکاتور ناشی از دو مکانیسم رفلکس الکترون‌ها ($5/36 \text{ GHz}$) و نوسان کاتد مجازی ($10/6 \text{ GHz}$) است که این نتایج با دقت بسیار خوبی با نتایج پیش‌بینی شده توسط معادلات تحلیلی سازگار است.

مرجع‌ها

- [۱] W. Jiang, and M. Kristiansen, "Theory of the virtual cathode oscillator," *Phys. Plasmas* **8**, 3781–3787 (2001).
- [۲] R. Kumar, R. R. Puri, and D. Biswas, "On the relation between the frequency of oscillation of a virtual cathode and injected current in one-dimensional grounded drift space," *Phys. Plasmas* **11**, 324–327 (2004).
- [۳] D. J. Sullivan, J. E. Walsh, and E. A. Coutsias, "Virtual Cathode Oscillator (Vircator) Theory, in High Power Microwave Sources" Vol. 13, Artech House Microwave Library (1987).
- [۴] J. Benford, J. A. Swegle, and E. Schamiloglu, "High Power Microwaves"; 2nd edition, CRC Press, Taylor & Francis Group (2007).
- [۵] C. K. Birdsall, and W. B. Bridges; "Space-Charge Instabilities in Electron Diodes and Plasma Converters"; *J. Appl. Phys.* **32** (1961) 2611–2618.
- [۶] C. S. Hwang, M. W. Wu, P. S. Song, and W. S. Hou; "High Power Microwave Generation from a Tunable Radially Extracted Vircator"; *J. Appl. Phys.* **69**, No. 3 (1991) 1247–1252.
- [۷] W. Jeon, J. E. Lim, M. W. Moon, K. B. Jung, W. B. Park, H. M. Shin, Y. Seo, and E. H. Choi; "Output Characteristics of the High-Power Microwave Generated from a Coaxial Vircator With a Bar Reflector in a Drift Region"; *IEEE Trans. Plasma Sci.* **34**, No. 3 (2006) 937–944.
- [۸] Z. Yang, G. Liu, H. Shao, C. Chen, and J. Sun, "Generalized space-charge limited current and virtual cathode behaviors in one-dimensional drift space," *Phys. Plasmas* **20** (2013) 103122.
- [۹] X. Chen, J. Dicken, L. L. Hatfield, E. Choi, and M. Kristiansen, "Approximate analytical solutions for the space-charge-limited current in one-dimensional and two-dimensional cylindrical diodes," *Phys. Plasmas* **11** (2004) 3278–3283.
- [۱۰] P. V. Betzios, and N. K. Uzunoglu; "Investigation of the Dynamic Behaviour of a Vircator, Based on an Analytical Model and Experimental Observations"; *Mikrotalasna Revija* **15**, No. 2 (2009) 24–28.
- [۱۱] C. S. Hwang, M. W. Wu, P. S. Song, and W. S. Hou; "High Power Microwave Generation from a Tunable Radially Extracted Vircator"; *J. Appl. Phys.* **69**, No. 3 (1991) 1247–1252.
- [۱۲] A. Kadish, R. J. Faehl, and C. M. Snell; "Analysis and Simulation of Virtual Cathode Oscillations"; *Phys. Fluids* **29**, No. 12 (1986) 4192–4203.



شکل ۴: تبدیل فوریه انرژی میدان الکترومغناطیسی در فضای رانش

آورد که با در نظر گرفتن $V_0 = 400 \text{ kV}$ ماکزیمم سرعت الکترون‌ها برابر $v_e/c = 0/828$ بدست می‌آید.

چگالی الکترون‌ها در فضای رانش را می‌توان با شبیه‌سازی یک‌بعدی توسط نرم‌افزار MAGIC بدست آورد. هندسه ویرکاتور مطابق شکل ۳ بوده و تعداد سلول‌ها در راستای محور x برابر ۱۰۰ و در راستای محور y برابر ۲ انتخاب شده است. با اعمال پارامترهای داده شده، میانگین بار الکتریکی در فضای رانش (ابعادی در صفحه $x-y$ به اندازه $40 \times 0/1 \text{ mm}^2$) برابر $Q = 485 \text{ nC}$ بدست می‌آید. از آنجائیکه در نرم‌افزار MAGIC اندازه بعد سوم (محور z) برابر $1/0 \text{ m}$ در نظر گرفته می‌شود، در نتیجه چگالی بار الکترونی در واحد حجم برابر $\rho = 0/12 \text{ Cm}^{-3}$ و نتیجتاً چگالی تعداد الکترون‌ها در فضای رانش برابر $n_b = 7/58 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$ بدست می‌آید. با احتساب مقدار فوق در عبارت بدست آمده برای فرکانس کاتد مجازی (f_{vc})، نتیجه می‌گیریم فرکانس نوسانات کاتد مجازی در بازه $f_{vc} \in [11/93-14/3] \text{ GHz}$ قرار دارد.

برای تعیین فرکانس مایکروویو بدست آمده توسط نرم‌افزار MAGIC، انرژی میدان الکترومغناطیسی را درون فضای رانش بدست آمده و تبدیل فوریه آن در شکل ۴ ترسیم شده است. همانطور که دیده می‌شود، بیشترین انرژی امواج الکترومغناطیسی مربوط به فرکانس $5/36 \text{ GHz}$ است که بسیار نزدیک به مقدار پیش‌بینی شده توسط معادلات تحلیلی می‌باشد. همچنین بازه فرکانسی مربوط به نوسان کاتد مجازی با تقریب بسیار خوبی توسط کد MAGIC پیش‌بینی می‌شود. با استفاده از انرژی الکترون‌ها در ناحیه رانش، می‌توان سرعت متوسط الکترون‌ها را تعیین کرد. به توجه به نتایج بدست آمده توسط کد MAGIC، انرژی جنبشی متوسط الکترون‌ها