کنفرانس فیزیک ریاضی ایران ۱۳۹۵
۲۲ آبان ۱۳۹۵
دانشگاه صنعتی قم

شماره مقاله: 118
شماره نهایی: P4

بنام ایزدیکتا

گواهی می شود سرکار خانم زینب کبیری مقدم ای با عنوان
«رابطه بین فرکانس قطع و فرکانس ویژه در اتم های قلیایی»
و نویسندگان: هادیان سیمان، زیبا، کبیری، زینب
با رهبری و برگزار کنفرانس فیزیک ریاضی ایران، ۲۲ آبان ۱۳۹۵
در دانشگاه صنعتی قم ارائه کرده اند.

دبیر کنفرانس

The relation between cut-off and special frequency in alkali atoms

Ebrahimian, Neda; Kabiri, Zeinab

Department of Physics, Shahed University, Tehran

Abstract

By writing the Hamiltonian of the system in second quantize and solving the Bogoliubov equation, the energy of the superfluid phase of fermionic alkali atoms, is obtained. Then, by using the concept of the expectation value of the spin current and also using the Fourier transform , the relation between cut-off and special frequency ,by numerical calculations, in BCS region, is obtained.

PACS No. 74

کنفرانس فیزیک ریاضی ایران
۲۲ آبان ۱۳۹۵، دانشگاه صنعتی قم
Iranian Conference on Mathematical Physics

رابطه بین فرکانس قطع و فرکانس ویژه در اتم های قلیایی

ابراهیمیان، ندا-کبیری، زینب

دانشکده علوم گروه فیزیک، دانشگاه شاهد، تهران

چکیده

با نوشتن همیلتونی سیستم در فرکانس مورد مطالعه دوم‌کوانتیده، اندرژی فاز اسفراره‌ی یک اتم فرمیونی قلیایی فرمیونی سه دمت آورده شده است. سپس با استفاده از مفهوم جریان اسپینی و همچنین استفاده از اندیشه‌ی فوریه، ارتباط میان فرکانس قطع و فرکانس ویژه، با محاسبات عددی، در ناحیه BCS به دست آورده شده است.

مقدمه

سه پدیده ابررسانایی، ابرشارگی و چگالش بوز-انیشتین از پدیده‌های مهم در فیزیک سیستم‌های سرد دارد که این مستند بر این پدیده‌ها در دماهای پایین رخ می دهند و همراهی دیده شده در آن‌ها از پدیده های مهم فیزیک کوانتومی می باشد. به لحاظ تاریخی کشف ابررسانایی اولین بار در جیوه توسط کامرلینگ- اونس مشاهده شد[1]. جزئیات کامل این پدیده بعدها توسط باردین، کوپر و شریفر بیان شد[2] از طرفی به موازات کشف این پدیده، پیشگویی تئوری چگالش بوز-انیشتین در گازهای رقیق در حال گسترش بود. اولین چگالش بار در مایع ^4He مشاهده شد و توجیه خواص آن توسط وجود دارد[3]. از آن جایی که این مدل با پارامتر طول پراکندگی مرتبط است، در این مقاله سیستم مورد بررسی ما یک گاز قلیایی فرمیونی است. با فرض مدل سیستم تحت یک پتانسیل برداری پیدای که وابسته به زمان، ارتباط میان فرکانس قطع و فرکانس ویژه ظاهر شده، نمودارهای عددی کمل سیستم به میدان را مورد بررسی قرار می دهیم. لازم به ذکر است که محاسبات در محدوده ناحیه BCS انجام شده است[4] در ناحیه BCS طول پراکندگی منفی و سایز جفت های کوپر $\frac{1}{k_F|a|}$ بیش من دوه اِی بزرگ می‌باشد[5].

محاسبات تحقیق :

سیستم مورد بررسی یک گاز اتم قلیایی است که با ابرشاره های معمولی متفاوت است. در این سیستم دو گونه فرمیونی با حالت های اسپینی متفاوت و پتانسل های شیمیایی $\mu_\sigma = \mu_{\bar{\sigma}} = \mu$ در نظر می گیریم[6] از آن جایی که میدان فشایع و در نتیجه $\mu_\sigma \neq \mu_{\bar{\sigma}}$ به با استفاده از میدان قابل تنظیم است، تقش مهم و اساسی در سیستم اتم گازهای قلیایی دارد. مفهوم جدیدی با عنوان پتانسل شیمیایی موثر، $\mu_e = (\mu_\sigma - \mu_{\bar{\sigma}})/2$ ، و پتانسل شیمیایی غیر تعادلی، $h_e = (\mu_\sigma + \mu_{\bar{\sigma}})/2$ ، تعریف می گیم تعداد ذرات با اسپین های متفاوت یکسان نیست. لذا ما یک گاز قلیایی فضایه در کلاز داریم همیلتونی سیستم مورد نظر در کوانتش دوم به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\hat{H} = \hat{H}^{(0)} + \hat{H}^{(2)} \qquad (1)$$

که در آن $\hat{H}^{(0)}$ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\hat{H}^{(0)} = \int d^3r\, \hat{\psi}^\dagger(\vec{r}) \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \frac{\hbar e E_0}{Bc}\hat{V}\right)\hat{\psi}(\vec{r}) \qquad (2)$$

و $\hat{V}$ اپیتیمای موثر به اسپین هستند. در سیستم مورد نظر ما در گونه فرمیونی با اسپین های بالا و پایین و $\hat{V}$ دو گونه فرمیونی با اسپین های بالا و پایین و $\hat{V}$ دو گونه فرمیونی متفاوت در نظر گرفته می شود لذا در اصطلاح $m_{\uparrow\downarrow} = 2m_\uparrow m_\downarrow / m_\uparrow \pm m_\downarrow$ در این سیستم ها استفاده می کنیم. بنابراین داریم:

$$\hat{V}^{(0)} = \frac{1}{2}\left[\hat{\sigma}_z \int d^3r\, \hat{\psi}^\dagger(\vec{r})\hat{\psi}^\dagger(\vec{r})\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})\right] \qquad (3)$$

محاسبات تحقیق :

سیستم مورد بررسی یک گاز اتم قلیایی است که با ابرشاره های معمولی متفاوت است. در این سیستم دو گونه فرمیونی با حالت های اسپینی متفاوت و پتانسل های شیمیایی $\mu_\sigma = \mu_{\bar{\sigma}} = \mu$ در نظر می گیریم[6] از آن جایی که میدان فشایع و در نتیجه $\mu_\sigma \neq \mu_{\bar{\sigma}}$ به با استفاده از میدان قابل تنظیم است، تقش مهم و اساسی در سیستم اتم گازهای قلیایی دارد. مفهوم جدیدی با عنوان پتانسل شیمیایی موثر، $\mu_e = (\mu_\sigma - \mu_{\bar{\sigma}})/2$ ، و پتانسل شیمیایی غیر تعادلی، $h_e = (\mu_\sigma + \mu_{\bar{\sigma}})/2$ ، تعریف می گیم تعداد ذرات با اسپین های متفاوت یکسان نیست. لذا ما یک گاز قلیایی فضایه در کلاز داریم همیلتونی سیستم مورد نظر در کوانتش دوم به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\hat{H} = \hat{H}^{(0)} + \hat{H}^{(2)} \qquad (1)$$

که در آن $\hat{H}^{(0)}$ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\hat{H}^{(0)} = \int d^3r\, \hat{\psi}^\dagger(\vec{r}) \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \frac{\hbar e E_0}{Bc}\hat{V}\right)\hat{\psi}(\vec{r}) \qquad (2)$$

و $\hat{V}$ اپیتیمای موثر به اسپین هستند. در سیستم مورد نظر ما در گونه فرمیونی با اسپین های بالا و پایین و $\hat{V}$ دو گونه فرمیونی متفاوت در نظر گرفته می شود لذا در اصطلاح $m_{\uparrow\downarrow} = 2m_\uparrow m_\downarrow / m_\uparrow \pm m_\downarrow$ در این سیستم ها استفاده می کنیم. بنابراین داریم:

$$\hat{V}^{(0)} = \frac{1}{2}\left[\hat{\sigma}_z \int d^3r\, \hat{\psi}^\dagger(\vec{r})\hat{\psi}^\dagger(\vec{r})\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})\right] \qquad (3)$$

$\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})$ و $\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})$ عملگرهای مرسوم بلوری و عملگر $\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})$ و $\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})$ عملگرهای مرسوم بلوری و عملگر $\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})$ و $\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})$ عملگرهای مرسوم بلوری و عملگر $\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})$ و $\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})$ عملگرهای مرسوم بلوری و عملگر

$$\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r}') + \hat{\psi}^{(0)}(\vec{r}')\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r}) = 0 \qquad (4)$$

$$\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r}') + \hat{\psi}^{(0)}(\vec{r}')\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r}) = \delta_{\sigma\sigma'}\delta^3(\vec{r}-\vec{r}')$$

همچنین فرض می‌کنیم $E^{(2)}$ متقابل از زمان است. لذا شکل برهم‌کنش دو ذره را به صورت زیر فرض می‌کنیم:

$$E^{(2)}(\vec{r},\vec{r}') = -V\delta^3(\vec{r}-\vec{r}') \qquad (5)$$

در رابطه بالا V مثبت است و این به مفهوم جاذب بودن پتانسل است از طرفی در روش میدان‌های خودسازگار معمولا بایستی به دنبال پیدا کردن یک حل تقریبی برای سیستم سه‌بدنه‌ای برحسب همیلتونی موثر یک الکترون باشیم. از آنجایی که بهترین همیلتونی آن است که انرژی آزاد کل سیستم را مینیمم کند. همیلتونی موثر صورت زیر تعریف می‌شود

$$\hat{H}_e = \int d^3r \left(\sum_{\sigma'} \hat{\psi}^\dagger(\vec{r})\hat{H}(\vec{r})\hat{\psi}(\vec{r}) + U(\vec{r})\hat{\psi}^\dagger(\vec{r})\hat{\psi}(\vec{r})\right) + \Delta(\vec{r})\,\hat{\psi}^\dagger(\vec{r})\hat{\psi}^\dagger(\vec{r}) + \Delta^*(\vec{r})\,\hat{\psi}(\vec{r})\hat{\psi}(\vec{r}) \qquad (6)$$

$\hat{H}_e$ همیلتونی موثر یک الکترون است. $U(\vec{r})$ و $\Delta(\vec{r})$ به صورت زیر تعریف می‌شود

$$U(\vec{r}) = \sum_{\sigma'} \langle \hat{H}_e, \hat{\psi}^\dagger(\vec{r})\hat{\psi}(\vec{r}) \rangle$$

$$\Delta(\vec{r}) = -\Delta^*(\vec{r}) = \langle \hat{H}_e, \hat{\psi}(\vec{r})\hat{\psi}(\vec{r}) \rangle$$

و همچنین نوشتن عملگرهای میدان به صورت سیستم سه‌بدنه‌ای برحسب همیلتونی موثر یک الکترون بگوییم زیر را به دست می آوریم:

$$\Delta_e(\mathbf{r}) = \delta\hat{H}(\mathbf{r})\hat{\psi}(\mathbf{r}) + \int d^3r'\, \Gamma(\mathbf{r},\mathbf{r}')\hat{\psi}(\mathbf{r}')\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}')\hat{\psi}(\mathbf{r}') + \Delta(\mathbf{r})\,\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r})\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r})$$

$$\Delta_e(\mathbf{r}) = -\delta\hat{H}(\mathbf{r})\hat{\psi}(\mathbf{r}) - \int d^3r'\, \Gamma(\mathbf{r},\mathbf{r}')\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}')\hat{\psi}(\mathbf{r}')\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}') + \Delta^*(\mathbf{r})\,\hat{\psi}(\mathbf{r})\hat{\psi}(\mathbf{r}) \qquad (7)$$

و $\Gamma(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ همیلتونی برگشوب نام دارند. انرژی شده فرد در ناحیه ابرشاره سیستم فرمیونی با حل معادله بوگلیوب به صورت زیر به دست می آید[4]:

$$\begin{cases} E_{k_\uparrow} = -\mu_e + \frac{\hbar^2}{2m_\uparrow}k^2 + \sqrt{\left(\frac{\hbar^2}{2m_\uparrow}k^2 - \mu_e\right)^2 + \Delta^2} \\ E_{k_\downarrow} = -\mu_e + \frac{\hbar^2}{2m_\downarrow}k^2 - \sqrt{\left(\frac{\hbar^2}{2m_\downarrow}k^2 - \mu_e\right)^2 + \Delta^2} \end{cases} \qquad (8)$$

در اولین عبارات توشته شده رابطه 14 اسپین بالا را به فرد و اسپین پایین را به حفره نسبت می دهیم (شکل 1) و β ، در ادامه محاسبات ما از انرژی مربوط به حالت σ استفاده می کنیم از طرفی بنابرتی پایه چنین سیستمی به پتانسل پیمانه ای کافی است که از مفهوم مقدار متوسط موثر استفاده می کنیم. با استفاده از فرمول اسپینی، $\Delta U(t) = J_x(t) - J_y(t)$ ، استفاده کنیم که در بخش وابسته به زمان و غیر وابسته به زمان ، $\Delta U = \Delta U_0 + \Delta U_1 \cos\omega t$ ، تشکیل یافته است. بخش غیر وابسته به زمان بخش وابسته به زمان ، $\Delta U_1 = \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} \left(\frac{-\hbar^2}{2m_\sigma}\left(\frac{\pi}{L_x}\right)^2 + \frac{\hbar^2}{2m_\sigma}\left(\frac{\pi}{L_y}\right)^2\right)$ است. با استفاده از فرمول کوپر $\Delta U_0 = -V\int d\vec{r}\, \left\langle \left[\hat{\psi}_\uparrow(t), \hat{H}^\dagger(t)\right] \right\rangle$ و رابطه مربوط به همیلتونی که با نوشته شده در صورت تحقیق انجام می دهیم، وقتی از این پس برای سیم نمودار از محاسبات عددی استفاده می کنیم.

رسم نمودار و نتیجه گیری

با رسم نمودار مربوط به کمل سیستم (با استفاده از روابط ذکر شده در بخش قبل و همچنین استفاده از مقادیر عددی برای طول های پراکندگی مجاز در ناحیه BCS برحسب فرکانس زاویه ای خوجه میشویم که فرکانس زاویه می گویم و در بالاتر از آن نمی توانند داشته باشد برای فرکانس دهد. از طرفی در نقطه ای که آن را فرکانس ویژه نام گذاری می کنیم خواص فیزیکی سیستم عوض می شود. بدین صورت که رابطه میان پاسخ سیستم و طول پراکندگی ، در بالا و پایین این نقطه ویژه دقیقا عکس هم است. با استفاده از

[1] H. K. Onnes, Akad. van Wetenschappen, 14, 113 (۱۹۱۱).
[2] J Bardeen, L. N. Cooper and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. 108 ۱۱۷۵ (۱۹۵۷).
[3] H. Feshbach, Ann. Phys. ۴, ۲۸۷ (۱۹۵۸).
[4] B. Van Schaafmeek and A. Lazarides, Phys. Rev. A. ۷۹, ۰۳۳۶۲۵ (۲۰۰۹).
[5] D. Forster, Hydrodynamic Fluctuations, Broken Symmetry, and Correlation Functions (W. A. Benjamin, Reading, Mass., ۱۹۷۴)

کنفرانس فیزیک ریاضی ایران
۲۲ آبان ۱۳۹۵، دانشگاه صنعتی قم
Iranian Conference on Mathematical Physics

رابطه بین فرکانس قطع و فرکانس ویژه در اتم های قلیایی

ابراهیمیان، ندا-کبیری، زینب

دانشکده علوم گروه فیزیک، دانشگاه شاهد، تهران

چکیده

با نوشتن همیلتونی سیستم در فرکانس مورد مطالعه دوم‌کوانتیده، اندرژی فاز اسفراره‌ی یک اتم فرمیونی قلیایی فرمیونی سه دمت آورده شده است. سپس با استفاده از مفهوم جریان اسپینی و همچنین استفاده از اندیشه‌ی فوریه، ارتباط میان فرکانس قطع و فرکانس ویژه، با محاسبات عددی، در ناحیه BCS به دست آورده شده است.

مقدمه

سه پدیده ابررسانایی، ابرشارگی و چگالش بوز-انیشتین از پدیده‌های مهم در فیزیک سیستم‌های سرد دارد که این مستند بر این پدیده‌ها در دماهای پایین رخ می دهند و همراهی دیده شده در آن‌ها از پدیده های مهم فیزیک کوانتومی می باشد. به لحاظ تاریخی کشف ابررسانایی اولین بار در جیوه توسط کامرلینگ- اونس مشاهده شد[1]. جزئیات کامل این پدیده بعدها توسط باردین، کوپر و شریفر بیان شد[2] از طرفی به موازات کشف این پدیده، پیشگویی تئوری چگالش بوز-انیشتین در گازهای رقیق در حال گسترش بود. اولین چگالش بار در مایع ^4He مشاهده شد و توجیه خواص آن توسط وجود دارد[3]. از آن جایی که این مدل با پارامتر طول پراکندگی مرتبط است، در این مقاله سیستم مورد بررسی ما یک گاز قلیایی فرمیونی است. با فرض مدل سیستم تحت یک پتانسل برداری پیدای که وابسته به زمان، ارتباط میان فرکانس قطع و فرکانس ویژه ظاهر شده، نمودارهای عددی کمل سیستم به میدان را مورد بررسی قرار می دهیم. لازم به ذکر است که محاسبات در محدوده ناحیه BCS انجام شده است[4] در ناحیه BCS طول پراکندگی منفی و سایز جفت های کوپر $\frac{1}{k_F|a|}$ بیش من دوه اِی بزرگ می‌باشد[5].

محاسبات تحقیق :

سیستم مورد بررسی یک گاز اتم قلیایی است که با ابرشاره های معمولی متفاوت است. در این سیستم دو گونه فرمیونی با حالت های اسپینی متفاوت و پتانسل های شیمیایی $\mu_\sigma = \mu_{\bar{\sigma}} = \mu$ در نظر می گیریم[6] از آن جایی که میدان فشایع و در نتیجه $\mu_\sigma \neq \mu_{\bar{\sigma}}$ به با استفاده از میدان قابل تنظیم است، تقش مهم و اساسی در سیستم اتم گازهای قلیایی دارد. مفهوم جدیدی با عنوان پتانسل شیمیایی موثر، $\mu_e = (\mu_\sigma - \mu_{\bar{\sigma}})/2$ ، و پتانسل شیمیایی غیر تعادلی، $h_e = (\mu_\sigma + \mu_{\bar{\sigma}})/2$ ، تعریف می گیم تعداد ذرات با اسپین های متفاوت یکسان نیست. لذا ما یک گاز قلیایی فضایه در کلاز داریم همیلتونی سیستم مورد نظر در کوانتش دوم به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\hat{H} = \hat{H}^{(0)} + \hat{H}^{(2)} \qquad (1)$$

که در آن $\hat{H}^{(0)}$ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\hat{H}^{(0)} = \int d^3r\, \hat{\psi}^\dagger(\vec{r}) \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \frac{\hbar e E_0}{Bc}\hat{V}\right)\hat{\psi}(\vec{r}) \qquad (2)$$

و $\hat{V}$ اپیتیمای موثر به اسپین هستند. در سیستم مورد نظر ما در گونه فرمیونی با اسپین های بالا و پایین و $\hat{V}$ دو گونه فرمیونی متفاوت در نظر گرفته می شود لذا در اصطلاح $m_{\uparrow\downarrow} = 2m_\uparrow m_\downarrow / m_\uparrow \pm m_\downarrow$ در این سیستم ها استفاده می کنیم. بنابراین داریم:

$$\hat{V}^{(0)} = \frac{1}{2}\left[\hat{\sigma}_z \int d^3r\, \hat{\psi}^\dagger(\vec{r})\hat{\psi}^\dagger(\vec{r})\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})\right] \qquad (3)$$

$\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})$ و $\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})$ عملگرهای مرسوم بلوری و عملگر $\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})$ و $\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})$ عملگرهای مرسوم بلوری و عملگر $\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})$ و $\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})$ عملگرهای مرسوم بلوری و عملگر $\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})$ و $\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})$ عملگرهای مرسوم بلوری و عملگر

$$\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r}') + \hat{\psi}^{(0)}(\vec{r}')\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r}) = 0 \qquad (4)$$

$$\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r})\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r}') + \hat{\psi}^{(0)}(\vec{r}')\hat{\psi}^{(0)}(\vec{r}) = \delta_{\sigma\sigma'}\delta^3(\vec{r}-\vec{r}')$$

همچنین فرض می‌کنیم $E^{(2)}$ متقابل از زمان است. لذا شکل برهم‌کنش دو ذره را به صورت زیر فرض می‌کنیم:

$$E^{(2)}(\vec{r},\vec{r}') = -V\delta^3(\vec{r}-\vec{r}') \qquad (5)$$

در رابطه بالا V مثبت است و این به مفهوم جاذب بودن پتانسل است از طرفی در روش میدان‌های خودسازگار معمولا بایستی به دنبال پیدا کردن یک حل تقریبی برای سیستم سه‌بدنه‌ای برحسب همیلتونی موثر یک الکترون باشیم. از آنجایی که بهترین همیلتونی آن است که انرژی آزاد کل سیستم را مینیمم کند. همیلتونی موثر صورت زیر تعریف می‌شود

$$\hat{H}_e = \int d^3r \left(\sum_{\sigma'} \hat{\psi}^\dagger(\vec{r})\hat{H}(\vec{r})\hat{\psi}(\vec{r}) + U(\vec{r})\hat{\psi}^\dagger(\vec{r})\hat{\psi}(\vec{r})\right) + \Delta(\vec{r})\,\hat{\psi}^\dagger(\vec{r})\hat{\psi}^\dagger(\vec{r}) + \Delta^*(\vec{r})\,\hat{\psi}(\vec{r})\hat{\psi}(\vec{r}) \qquad (6)$$

$\hat{H}_e$ همیلتونی موثر یک الکترون است. $U(\vec{r})$ و $\Delta(\vec{r})$ به صورت زیر تعریف می‌شود

$$U(\vec{r}) = \sum_{\sigma'} \langle \hat{H}_e, \hat{\psi}^\dagger(\vec{r})\hat{\psi}(\vec{r}) \rangle$$

$$\Delta(\vec{r}) = -\Delta^*(\vec{r}) = \langle \hat{H}_e, \hat{\psi}(\vec{r})\hat{\psi}(\vec{r}) \rangle$$

و همچنین نوشتن عملگرهای میدان به صورت سیستم سه‌بدنه‌ای برحسب همیلتونی موثر یک الکترون بگوییم زیر را به دست می آوریم:

$$\Delta_e(\mathbf{r}) = \delta\hat{H}(\mathbf{r})\hat{\psi}(\mathbf{r}) + \int d^3r'\, \Gamma(\mathbf{r},\mathbf{r}')\hat{\psi}(\mathbf{r}')\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}')\hat{\psi}(\mathbf{r}') + \Delta(\mathbf{r})\,\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r})\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r})$$

$$\Delta_e(\mathbf{r}) = -\delta\hat{H}(\mathbf{r})\hat{\psi}(\mathbf{r}) - \int d^3r'\, \Gamma(\mathbf{r},\mathbf{r}')\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}')\hat{\psi}(\mathbf{r}')\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}') + \Delta^*(\mathbf{r})\,\hat{\psi}(\mathbf{r})\hat{\psi}(\mathbf{r}) \qquad (7)$$

و $\Gamma(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ همیلتونی برگشوب نام دارند. انرژی شده فرد در ناحیه ابرشاره سیستم فرمیونی با حل معادله بوگلیوب به صورت زیر به دست می آید[4]:

$$\begin{cases} E_{k_\uparrow} = -\mu_e + \frac{\hbar^2}{2m_\uparrow}k^2 + \sqrt{\left(\frac{\hbar^2}{2m_\uparrow}k^2 - \mu_e\right)^2 + \Delta^2} \\ E_{k_\downarrow} = -\mu_e + \frac{\hbar^2}{2m_\downarrow}k^2 - \sqrt{\left(\frac{\hbar^2}{2m_\downarrow}k^2 - \mu_e\right)^2 + \Delta^2} \end{cases} \qquad (8)$$

در اولین عبارات توشته شده رابطه 14 اسپین بالا را به فرد و اسپین پایین را به حفره نسبت می دهیم (شکل 1) و β ، در ادامه محاسبات ما از انرژی مربوط به حالت σ استفاده می کنیم از طرفی بنابرتی پایه چنین سیستمی به پتانسل پیمانه ای کافی است که از مفهوم مقدار متوسط موثر استفاده می کنیم. با استفاده از فرمول اسپینی، $\Delta U(t) = J_x(t) - J_y(t)$ ، استفاده کنیم که در بخش وابسته به زمان و غیر وابسته به زمان ، $\Delta U = \Delta U_0 + \Delta U_1 \cos\omega t$ ، تشکیل یافته است. بخش غیر وابسته به زمان بخش وابسته به زمان ، $\Delta U_1 = \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} \left(\frac{-\hbar^2}{2m_\sigma}\left(\frac{\pi}{L_x}\right)^2 + \frac{\hbar^2}{2m_\sigma}\left(\frac{\pi}{L_y}\right)^2\right)$ است. با استفاده از فرمول کوپر $\Delta U_0 = -V\int d\vec{r}\, \left\langle \left[\hat{\psi}_\uparrow(t), \hat{H}^\dagger(t)\right] \right\rangle$ و رابطه مربوط به همیلتونی که با نوشته شده در صورت تحقیق انجام می دهیم، وقتی از این پس برای سیم نمودار از محاسبات عددی استفاده می کنیم.

رسم نمودار و نتیجه گیری

با رسم نمودار مربوط به کمل سیستم (با استفاده از روابط ذکر شده در بخش قبل و همچنین استفاده از مقادیر عددی برای طول های پراکندگی مجاز در ناحیه BCS برحسب فرکانس زاویه ای خوجه میشویم که فرکانس زاویه می گویم و در بالاتر از آن نمی توانند داشته باشد برای فرکانس دهد. از طرفی در نقطه ای که آن را فرکانس ویژه نام گذاری می کنیم خواص فیزیکی سیستم عوض می شود. بدین صورت که رابطه میان پاسخ سیستم و طول پراکندگی ، در بالا و پایین این نقطه ویژه دقیقا عکس هم است. با استفاده از

[1] H. K. Onnes, Akad. van Wetenschappen, 14, 113 (۱۹۱۱).
[2] J Bardeen, L. N. Cooper and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. 108 ۱۱۷۵ (۱۹۵۷).
[3] H. Feshbach, Ann. Phys. ۴, ۲۸۷ (۱۹۵۸).
[4] B. Van Schaafmeek and A. Lazarides, Phys. Rev. A. ۷۹, ۰۳۳۶۲۵ (۲۰۰۹).
[5] D. Forster, Hydrodynamic Fluctuations, Broken Symmetry, and Correlation Functions (W. A. Benjamin, Reading, Mass., ۱۹۷۴)

کنفرانس فیزیک ریاضی ایران
۲۲ آبان ۱۳۹۵، دانشگاه صنعتی قم
Iranian Conference on Mathematical Physics

شکل۱-فرکانس قطع ω_c برحسب فرکانس ω_s در ماده و نسبت جرم‌ها

همان طور که مشاهده می کنیم با افزایش فرکانس قطع فرکانس ویژه نیز افزایش می یابد. بنابراین در چنین سیستم هایی با استفاده از میدان مغناطیسی شناخته شرایط با طول پراکندگی مثبت و در نتیجه فرکانس قطع و فرکانس ویژه را می توان کنترل کرد. از طرفی با استفاده از میدان مغناطیسی شناخته شرایط با طول پراکندگی منفی و فرکانس ویژه را می توان کنترل کرد. با تغییر فرکانس قطع و فرکانس ویژه در یک سیستم می توان به رفتاری برسد که در آن سیستم از حالت فرمیونی به بوزونی تبدیل شود. بنابراین می توان به رفتارهای دلخواه در یک سیستم دست پیدا کرد.

مراجع مورد استفاده:
[1] H. K. Onnes, Akad. van Wetenschappen, 14, 113 (۱۹۱۱).
[2] J Bardeen, L. N. Cooper and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. 108 ۱۱۷۵ (۱۹۵۷).
[3] H. Feshbach, Ann. Phys. ۴, ۲۸۷ (۱۹۵۸).
[4] B. Van Schaafmeek and A. Lazarides, Phys. Rev. A. ۷۹, ۰۳۳۶۲۵ (۲۰۰۹).
[5] D. Forster, Hydrodynamic Fluctuations, Broken Symmetry, and Correlation Functions (W. A. Benjamin, Reading, Mass., ۱۹۷۴)