



اصلاح شبکه در مسائل ۳ بعدی شکل گیری و رشد ترک با استفاده از ترکیب مکانیک خرابی پیوسته و روش اجزا محدود بسط یافته

مهیار کاظمیان^۱، حمید مسلمی^{۲*}، مهدی شریفی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه شاهد

۲- استادیار گروه عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه شاهد

۳- دانشجوی دکتری سازه، دانشگاه صنعتی شریف

m.kazemian@shahed.ac.ir

خلاصه

تحلیل و پیش بینی گسیختگی قسمت های مختلف یک ماشین یا سازه، همواره یکی از اهداف علم مهندسی می باشد. امروزه روش اجزای محدود بسط یافته به عنوان یک روش موثر برای مدل سازی مسائل رشد ترک به کار می رود. معیار پیدایش و گسترش ترک ماکرو بر مبنای توزیع متغیر خرابی با استفاده از مدل مکانیک خرابی پیوسته انجام می شود. زمانی که منطقه تحت تاثیر ترک به میزان گسترده ای وارد منطقه پلاستیک شده باشد (مواد شکل پذیر) و به خصوص در مسائل سه بعدی، روش انتگرال J و یا المان های تماس چسبنده نمی توانند به دقت میدان های اطراف نوک ترک را مدل سازی نمایند. در چنین مواردی استفاده از مدل های خرابی، روش قابل اتکایی نشان داده است. با استفاده از الگوریتم اصلاح شبکه، می توان خطای ناشی از تجمع خرابی نوک ترک را در زمان بازشدگی و گسترش ترک کاهش داد. به منظور مدل سازی عددی از نرم افزار تجاری آباکوس استفاده شده و با بهره گیری از زیر برنامه یومت، می توان مدل خرابی-پلاستیسیته لمتر را کد نویسی کرد.

کلمات کلیدی: اجزا محدود بسط یافته، مکانیک خرابی پیوسته، اصلاح شبکه، پیدایش و گسترش ترک.

۱. مقدمه

گسیختگی مواد شکل پذیر در نتیجه یک فرآیند آسیب پیشرونده و تغییر شکل پلاستیک قابل توجهی می باشد که معمولاً در زمان شکست نهایی روی می دهد. پیش بینی عددی گسترش خرابی و رشد و پیدایش ترک را می توان با استفاده از رویکرد خرابی پیوسته توصیف کرد. مکانیک خرابی پیوسته در ابتدا برای توصیف گسیختگی خزشی مطرح شد. این رویکرد اولین بار توسط کچانوف [۱] به منظور بررسی اثرات توزیع ایزوتروپیک حفره های کروی روی جریان پلاستیک (plastic flow)، معرفی شد. رایس و تریسی [۲] بصورت تحلیلی به بررسی گسترش حفره های کروی در ساختار ماده با رفتار الاستوپلاستیک پرداختند. مدل پیشنهادی گرسون [۳] بر اساس نظریه الاستوپلاستیک خرابی نرم بود که بر مبنای متغیر خرابی اسکالر از رفتار حفره های کروی شکل موجود در ماده الاستوپلاستیک بدست آمده بود. آریاس و بلیچکو [۴] معادلات پیوسته خرابی را با فرمول های اجزای محدود بسط یافته به منظور مدل سازی پیدایش و گسترش ترک ترکیب کردند.

روش اجزای محدود توسعه یافته (XFEM) به عنوان یک روش موثر برای مدل سازی مسائل ترک به کار می رود. با استفاده از این روش نیازی به شبکه بندی مجدد دامنه ی مسئله و استفاده از المان های تکینه برای مدل سازی نوک ترک نخواهد بود، از این رو هزینه ی محاسبات بصورت قابل توجهی کاهش می یابد. با استفاده از این رویکرد می توان مدل سازی ترک در حالت الاستوپلاستیک را با اضافه کردن معادلات خرابی ارایه داد. در این روش به کمک مکانیک خرابی معیاری برای رشد ترک معرفی می شود و رشد ترک براساس بردار خرابی وزن دار قابل پیاده سازی می باشد.

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد سازه دانشگاه شاهد

^۲ نویسنده مسئول، استادیار گروه عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه شاهد

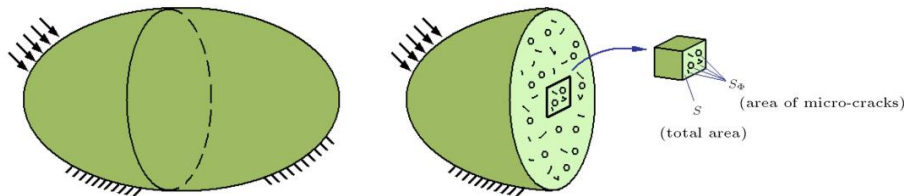
^۳ دانشجوی دکتری سازه دانشگاه صنعتی شریف

روش اجزای محدود تطابقی با بهره گیری از تقریب خطا به ارزیابی کیفیت نتایج و اصلاح شبکه می پردازد و با هدف دستیابی به راه حل تقریبی با درصد خطا مشخص نسبت به حل دقیق مسائل، مورد استفاده قرار می گیرد. زینکوویچ و همکاران [۵] با بررسی جواب اجزای محدود در شبکه، یک جواب بهبود یافته در شبکه پیشنهاد دادند که بر اساس آن می توان خطای موجود در بخش های مختلف شبکه را تخمین زد. زینکوویچ و ژو [۶] روش SPR را برای بهبود پاسخ اجزای محدود پیشنهاد کردند که مقدار خطا را به صورت دقیق تری پیش بینی می نمود. خوئی و همکاران [۷] روش SPR را به صورت وزن دار برای برآورد خطای شبکه ارائه کردند که به ویژه در مسائل ترک مقادیر خطا را به صورت واقعی تر برآورد می شود.

۲. معادلات الاستوپلاستیک - خرابی

در این مقاله برای حل مسائل الاستوپلاستیته در گیر با خرابی از معادلات رفتاری که توسط لمتر [۸] پیشنهاد شده، استفاده می شود. مبنای این مدل بر اساس فرضیه معادل سازی کرنش ها و استفاده از مفهوم تنش موثر خرابی می باشد. این مدل که در تست های آزمایشگاهی برای مواد شکل پذیر مدل بسیار قابل اتکایی نشان داده است، اثرات سخت شونده گی ایزوتروپیک را در مدل الاستوپلاستیته لحاظ کرده و نحوه رشد متغیر خرابی را در نقاط مختلف نشان می دهد. در این مدل، توزیع خرابی به صورت ایزوتروپیک در نظر گرفته شده و در نتیجه متغیر خرابی یک کمیت اسکالر می باشد. پارامترهایی که موثر بر خرابی هر نقطه تشخیص داده شده اند، مقدار کرنش پلاستیک و تنش هیدرواستاتیک آن نقطه می باشند. رابطه متغیر خرابی بر اساس حاصل تقسیم مساحت ریز ترک ها و حفره ها S_{ϕ} به سطح کل مقطع S با توجه به شکل ۱ بدست می آید:

$$D = \frac{S_{\phi}}{S} \quad (1)$$



شکل ۱- خرابی در المان

رابطه تنش موثر بصورت زیر تعریف می شود که در این رابطه D متغیر خرابی و σ_{eff} تنش موثر ماده می باشد:

$$\sigma_{eff} = \frac{1}{1-D} \sigma \quad (2)$$

با در نظر گرفتن ε^e به عنوان کرنش الاستیک و تانسور ضریب الاستیسیته D^e ، نیروی پیش برنده خرابی Y از مشتق چگالی انرژی کرنشی u نسبت به متغیر خرابی به دست می آید:

$$Y = \frac{\partial u}{\partial D} = -\frac{1}{2} \varepsilon^e : D^e : \varepsilon^e \quad (3)$$

و " : " نشانگر ضرب تانسوری مولفه به مولفه است، با جایگزین کردن تنش به جای کرنش و بسط تانسور ضرایب الاستیسیته خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} Y &= -\frac{1}{2(1-D)^2} \sigma : [D^e]^{-1} : \varepsilon^e \\ &= -\frac{1}{2E(1-D)^2} [(1+\nu)\sigma : \sigma - \nu(tr\sigma)^2] \\ &= -\frac{q^2}{2E(1-D)^2} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu)\left(\frac{p}{q}\right)^2 \right] \end{aligned} \quad (4)$$

در رابطه فوق، p تنش هیدرواستاتیک، q تنش معادل میسر، ν ضریب پواسون، E مدول الاستیسیته و علامت $tr\sigma$ جمع مقادیر قطر اصلی تانسور تنش می باشد. پارامتر Y که در واقع تغییرات چگالی انرژی کرنشی به ازای رشد خرابی را نمایش می دهد، نرخ رهایی انرژی خرابی نامیده می شود و معادل کمیت انتگرال J در مکانیک شکست است. در مدل خرابی لمتر، نرخ رشد متغیر خرابی بصورت رابطه ۵ در نظر گرفته می شود که I و S پارامترهای

مربوط به خصوصیات ماده می باشند و $\varepsilon_{eq}^p = \sqrt{2/3} \|\varepsilon_p\|$ کرنش پلاستیک معادل می باشد، $\dot{\gamma}$ شمارنده پلاستیک که برابر با نرخ کرنش پلاستیک معادل می باشد.

$$\dot{D} = \begin{cases} 0 & \varepsilon_{eq}^p \leq \varepsilon_D^p \\ \dot{\gamma} \frac{1}{1-D} \left(-\frac{Y}{r}\right)^s & \varepsilon_{eq}^p > \varepsilon_D^p \end{cases} \quad (5)$$

همچنین ε_D^p در رابطه بالا کرنش آستانه خرابی در نظر گرفته می شود که خرابی با رسیدن به این مقدار بحرانی شروع می شود. همانطور که رابطه بالا ملاحظه می شود، نرخ خرابی به وضعیت تنش، رشد کرنش پلاستیک و متغیر خرابی آتی بستگی دارد. رابطه مدول الاستیسیته موثر و تابع سطح تسلیم نیز بصورت زیر می باشند:

$$E_{eff} = (1-D)E^e \quad (6)$$

$$\Phi = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\|s\|}{(1-D)} - [\sigma_Y^0 + R(\varepsilon_{eq}^p)] \quad (7)$$

در روابط بالا E^e و E_{eff} مدول الاستیسیته قبل و بعد از خرابی می باشد، Φ تابع سطح تسلیم اصلاح شده، s تانسور تنش انحرافی و R تابع ایزوتروپیک رشد پلاستیسیت می باشد. به منظور پیاده سازی عددی معادلات خرابی با استفاده از روش اجزا محدود نیاز به یک الگوریتم دقیقی متناسب با مدل خرابی کمتر می باشد. این پروسه از دو بخش پیش بینی کننده الاستیک و تصحیح کننده پلاستیک تشکیل شده است. با استفاده از سابروتین یومت در نرم افزار آباکوس می توان معادلات خرابی کمتر را پیاده سازی نمود. در هر نقطه گاوس، مقادیر متغیرها شامل تانسور تنش σ_n ، تانسور کرنش پلاستیک ε_n^p ، کرنش پلاستیک معادل $(\varepsilon_{eq}^p)_n$ و متغیر خرابی D_n در ابتدای بازه مشخص هستند و با توجه به نمو کرنش $\Delta\varepsilon$ ، در انتهای بازه، محاسبه می شوند. معادله سطح تسلیم انتهای بازه بصورت زیر می باشد:

$$\Phi = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\|s_{n+1}\|}{(1-D_n)} - [\sigma_Y^0 + R(\varepsilon_{eq}^p)_n] \quad (8)$$

زمانی که $\Phi \leq 0$ باشد به این معناست که رفتار ماده در محدوده الاستیک می باشد و کرنش پلاستیک بدون تغییر باقی خواهد ماند و هنگامی که $\Phi > 0$ باشد، احتیاج به تصحیح پلاستیک وجود دارد و ۴ معادله شامل جریان پلاستیک، رشد کرنش پلاستیک معادل، رشد خرابی و سطح تسلیم بصورت همزمان مطابق روابط زیر بروز رسانی می شوند:

$$\varepsilon_p^{n+1} = \varepsilon_p^n + \frac{\Delta\gamma}{1-D_{n+1}} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{s_{n+1}}{\|s_{n+1}\|} \quad (9)$$

$$(\varepsilon_{eq}^p)_{n+1} = (\varepsilon_{eq}^p)_n + \Delta\gamma \quad (10)$$

$$D_{n+1} = D_n + \Delta\gamma \frac{1}{1-D_{n+1}} \left(-\frac{Y_{n+1}}{r}\right)^s \quad (11)$$

$$\Phi = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\|s_{n+1}\|}{(1-D_{n+1})} - [\sigma_Y^0 + R(\varepsilon_{eq}^p)_{n+1}] = 0 \quad (12)$$

حل همزمان ۴ معادله درگیر غیرخطی بالا از لحاظ محاسباتی سنگین می باشد، به همین منظور اشتینمن [۹] با ارائه راه حلی معادلات بالا را به یک معادله غیرخطی بصورت زیر تبدیل کرد:

$$\omega(\Delta\gamma) - \omega_n + \frac{\Delta\gamma}{\omega(\Delta\gamma)} \left(\frac{-Y(\Delta\gamma)}{r} \right)^s = 0 \quad (13)$$

که ω پارامتر یکپارچگی ماده می باشد که بصورت زیر محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} \omega_{n+1} &= 1 - D_{n+1} = \omega(\Delta\gamma) \\ &= \frac{3G\Delta\gamma}{\tilde{q}_{n+1}^{trial} - \sigma_Y(R_n + \Delta\gamma)} \end{aligned} \quad (14)$$

که \tilde{q}_{n+1}^{trial} معرف تنش معادل میسز می باشد که در مرحله پیش بینی کننده الاستیک محاسبه شده است. نرخ آزاد سازی انرژی خرابی بر اساس تابعی

از $\Delta\gamma$ بصورت زیر محاسبه می شود:

$$Y(\Delta\gamma) = \frac{[\sigma_Y(R_n + \Delta\gamma)]^2}{6G} + \frac{\tilde{p}_{n+1}^2}{2K} \quad (15)$$

متغیر \tilde{p}_{n+1} معرف تنش هیرواستاتیک در مرحله الاستیک می باشد که اثر خرابی روی آن لحاظ نشده است. G و K به ترتیب مدول برشی و مدول بالک ماده می باشند. معادله ۱۳ با استفاده از روش های تکراری مانند نیوتن-رافسون قابل حل می باشد. حدس اولیه برای رسیدن به نرخ همگرایی بسیار موثر می باشد، به همین منظور از رابطه دسوزا [۱۰] در این مقاله، بصورت زیر استفاده شده است:

$$\Delta\gamma^{(0)} = \frac{[\tilde{q}_{n+1}^{trial} - \sigma_Y(R_n)]\omega_n}{3G} \quad (16)$$

۳. اجزا محدود بسط یافته

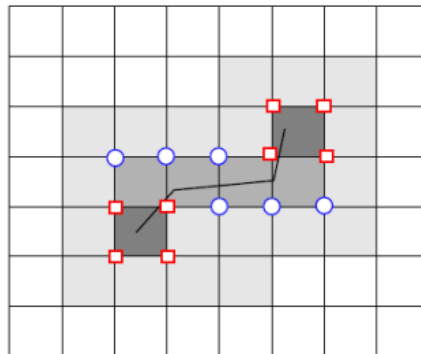
ایده اصلی روش اجزا محدود بسط یافته که بر مبنای اصل پاریشن وحدت می باشد توسط ملنک و بابوشکا [۱۱] ارائه گردید. بلیچکو [۱۲] با ارائه حداقل شبکه بندی مجدد پس از پیدایش یا رشد ترک بوسیله اضافه کردن تعدادی توابع غنی سازی در روش اجزا محدود استاندارد توانست روش جدیدی معرفی نماید، سرانجام مطالعات نهایی به منظور توسعه اقدامات بلیچکو توسط موئز و دالبو [۱۳] انجام گرفت و نهایتاً نام گذاری روش اجزا محدود بسط یافته صورت گرفت. بزرگترین مزیتی که روش اجزا محدود بسط یافته به روش اجزا محدود معمولی دارد این است که نیازی به انطباق ترک بر المان ها ندارد و در نتیجه نیازی به شبکه بندی و به روزرسانی مدل نمی باشد. به منظور مدل سازی ترک و رفتار آن در روش اجزا محدود بسط یافته بایستی از توابعی موسوم به توابع غنی سازی استفاده نمود. سانداراجان [۱۴] برای توابع غنی سازی توابع زیر را پیشنهاد نمود که این روابط برای مسائل ایزوتروپ قابل استفاده می باشد.

$$U = \sum_{i \in N} N_i(x)U_i + \sum_{i \in N_{cut}} N_i(x)H(x)a_i + \sum_{i \in N_{front}} \sum_{\alpha} N_i(x)B_{\alpha}(x)b_{i,\alpha} \quad (17)$$

در رابطه بالا N مجموعه ی نقاط موجود در روش اجزا محدود استاندارد می باشد. N_{cut} مجموعه نقاطی هستند که ترک از المان های آن ها عبور کرده است و در اصطلاح آن ها را بریده است این نقاط در شکل با دایره مشخص شده است. N_{front} مجموعه ی نقاطی است که نوک ترک در المان های آن ها قرار گرفته است این نقاط نیز در شکل با علامت مربع مشخص گردیده است (شکل ۲). N_i توابع شکل استاندارد در روش اجزا معمولی استاندارد می باشد. H تابع پرش هوسیاید می باشد که در این روش مقدار تابع برابر ۱ اگر X بالای ترک باشد و برابر -۱ اگر X زیر ترک باشد. تابع B_{α} به توابع مجانبی نوک ترک معروف هستند و به صورت زیر بیان می گردد:

$$H(x) = \begin{cases} +1 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \quad (18)$$

$$[B_{\alpha}] = [\sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta] \quad (19)$$

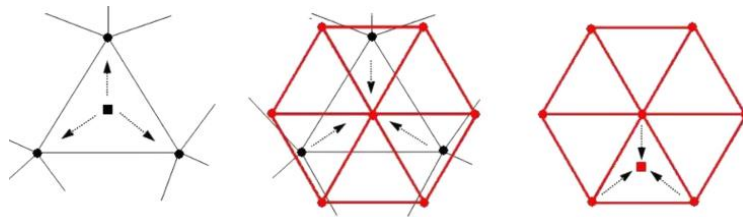


شکل ۲ - نقاط تحت تاثیر توابع عادی غنی سازی و توابع نوک ترک

۴. اجزا محدود تطابقی

اجزا محدود تطابقی یک رویکرد موثر برای یافتن بهترین شبکه بندی با استفاده از جواب های مساله می باشد. با استفاده از این تکنیک می توان مسائل مختلف روش اجزاء محدود را با دقت کافی و مناسب، محاسبه نمود. برای رسیدن به یک شبکه بندی مناسب ابتدا بایستی جواب های اجزا محدود ناشی از المان بندی دلخواه را با استفاده از میانگین گیری به روی گره های موجود برد. در واقع مقادیر خرابی به جای اینکه در المان ها بیان شوند در گره های اطراف المان بیان می شوند. سپس با استفاده از توابع شکل، جواب بهبود یافته در نقاط گاوس محاسبه می گردند. رابطه ی زیر شان دهنده ی نحوه محاسبه خرابی بهبود یافته با توجه به شکل ۳ می باشد.

$$D^* = N\bar{D}^* \quad (20)$$



شکل ۳ - مراحل انتقال اطلاعات از نقطه گاوس به گره

در رابطه بالا D^* متغیر خرابی بهبود یافته در نقاط گاوس، N تابع شکل و \bar{D}^* مقادیر خرابی در گره ها می باشد. به علت اینکه که جواب های بهبود یافته دارای دقت مناسب تری نسبت به جواب های واقعی مساله می باشد، بنابراین می توان از اختلاف دو جواب اولیه و ثانویه خطای تقریب e_D را بصورت زیر محاسبه نمود:

$$e_D = |D^* - \bar{D}| \quad (21)$$

که \bar{D} جواب اولیه در نقاط گاوس می باشد و حاصل تفاضل آن با جواب بهبود یافته پس از عملیات متوسط گیری و انتقال مقادیر خرابی از گره به نقاط گاوس با استفاده از توابع شکلی، مقدار خطا تقریبی می باشد. تعریف فوق مقدار خطای برآورد شده را در تک تک نقاط گاوس دامنه می دهد ولی برای ریزسازی شبکه معیار مناسبی نمی باشد. از این رو به جای خطای نقطه به نقطه، نرم خطا تعریف می شود که به صورت انتگرال عددی از تابع خطا روی دامنه است. یکی از معروفترین نرمهای خطا، نرم L_1 می باشد که در واقع همان جذر مجموع مربعات، ولی به صورت تابع پیوسته می باشد. رابطه نرم L_1 برای کل دامنه Ω و برای هر المان بصورت زیر تعریف می شود:

$$\|e_D\| = \|D^* - \bar{D}\| = \left(\int_{\Omega} (D^* - \bar{D})^T (D^* - \bar{D}) d\Omega \right)^{1/2} \quad (22)$$

$$\|e_D\|^2 = \sum_{i=1}^m \|e_{D,i}\|^2 \quad (23)$$

در رابطه بالا i نشان دهنده شماره المان و m تعداد کل المان ها می باشد. برای پیاده سازی روش اجزا محدود تطابقی می بایست بر اساس خطای بدست آمده برای هر گره، چگالی جدید المان ها را از رابطه زیر بدست آورد:

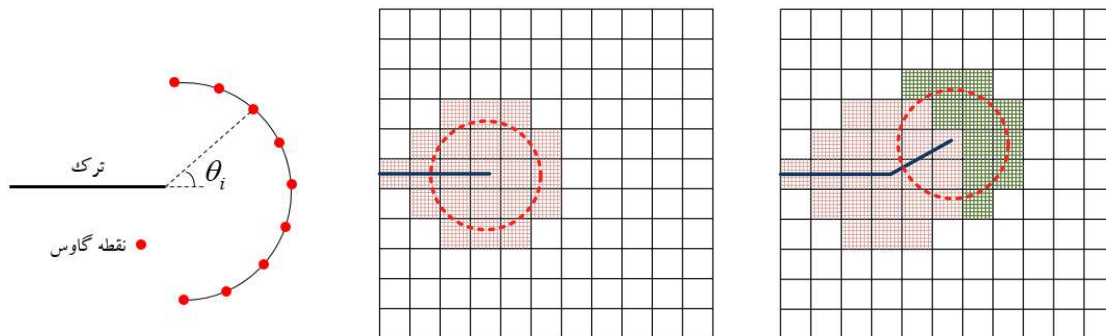
$$(h_i)_{new} = \left[\frac{\|e_{D,i}\|_{aim}}{\|e_{D,i}\|_{old}} \right]^{1/p} (h_i)_{old} \quad (24)$$

در رابطه بالا $\|e_{D,i}\|_{aim}$ خطای هدف مسئله می باشد که بستگی به دقت مورد نیاز در مسئله دارد، $\|e_{D,i}\|_{old}$ خطای موجود در هر گره می باشد، h طول ضلع المان ها و p درجه المان می باشد.

۵. اصلاح شبکه بندی با استفاده از ترکیب مکانیک خرابی پیوسته و روش اجزای محدود بسط یافته

با توجه به روابط خرابی که بر مبنای مدل ساده شده لمر می باشد، می توان برای هر المان متغیر خرابی را محاسبه نمود و جهت گسترش ترک را بر حسب بردار خرابی وزن دار محاسبه کرد که مطابق با رابطه زیر، θ_i متناظر با زاویه نقطه گاوس با نوک ترک، W_i حجم المان مورد نظر و D_i متناظر با خرابی المان می باشد که در نهایت زاویه رشد ترک (θ_d) محاسبه خواهد شد.

$$\theta_d = \sum_{i=1}^m \frac{W_i D_i \theta_i}{W_i D_i} \quad (25)$$



شکل ۴ - مسیر رشد ترک با استفاده از زاویه خرابی وزن دار

با توجه به اینکه در روش اجزای محدود بسط یافته نیاز به تولید مجدد شبکه برای دنبال کردن مسیر ترک با کمک توابع غنی سازی از بین می رود ولی همچنان مشکلاتی نظیر خطای شبکه در محل نوک ترک، تغییر شکل بیش از حد المان ها و به هم ریختن ساختار آن، نیاز به استفاده از عملیات تولید مجدد شبکه را ضروری می سازد. با در نظر گرفتن خطای هدف در روند تحلیل با توجه به هر مرحله رشد ترک، هنگامی که خطای مسئله از حد مجاز فراتر رود، شبکه قبلی اصلاح خواهد شد و شبکه جدید متناسب با وضعیت نوک ترک ایجاد می شود که در مثال پیش رو مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۶. نتایج مدل سازی عددی

برای بیان کارایی روش ارائه شده، در مثال پیش رو با دو روش استفاده از اصلاح شبکه و بدون آن، مسئله رشد ترک با استفاده از ترکیب مکانیک خرابی پیوسته و روش اجزای محدود بسط یافته مورد بررسی قرار می گیرد و مقدار خطای شبکه با توجه به رشد ترک محاسبه می گردد. همچنین زاویه رشد صفحه ترک در دو حالت مورد نظر بررسی می شود و با یکدیگر مقایسه می گردد.

۱.۶ نمونه مستطیلی ۳ بعدی کششی با ترک اولیه

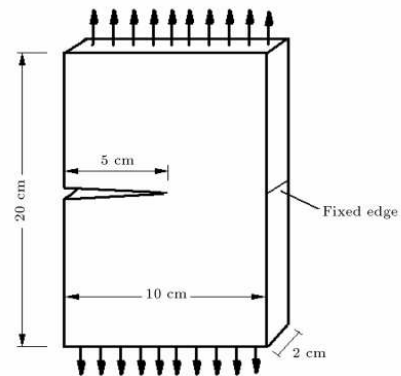
نمونه مستطیلی زیر از جنس آلومینیوم با ابعاد $20 \times 10 \times 2$ سانتیمتر که طول ترک اولیه آن ۵ سانتیمتر می باشد را مطابق شکل ۵ در نظر می گیریم. جابجایی به اندازه ۱.۱ میلیمتر به دو وجه بالایی و پایینی آن اعمال می شود. سایر اطلاعات مسئله در جدول ۱ موجود می باشد، تابع تنش تسلیم نمونه بر اساس کرنش سخت شوندگی بصورت زیر می باشد:

$$\sigma_Y = h_1 \varepsilon_{eq}^p + (h_1 - h_0) \exp(-m \varepsilon_{eq}^p) / m \quad (26)$$

مطابق شکل ۶ شبکه بندی اولیه و کانتور توزیع خرابی قبل از رشد ترک مشاهده می شود، طبیعتاً مقادیر خطا در ناحیه تجمع خرابی یعنی نوک ترک از سایر قسمت ها بیشتر می باشد. مقدار خطای بدست آمده در شبکه اولیه برابر با ۱۶.۹۰ درصد محاسبه شد، با توجه به چگالی نسبی شبکه اطراف نوک ترک، انتظار می رود با گسترش ترک، مقدار خطای شبکه بصورت چشمگیری افزایش یابد.

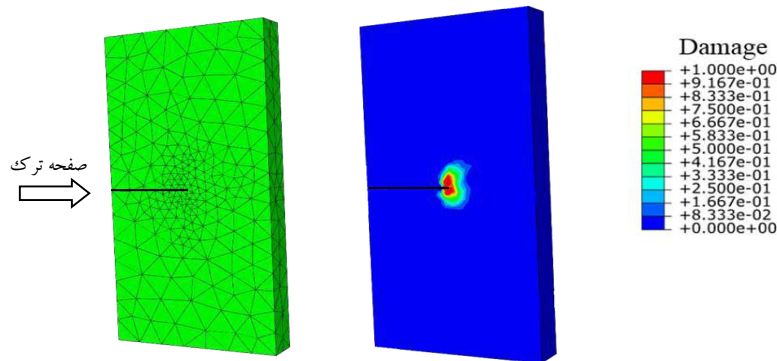
جدول ۱- مشخصات مکانیکی نمونه آلیاژ آلومینیوم

مقدار	پارامتر	خصوصیات ماده
72.4 GPa	E	مدول یانگ
0.32	ν	ضریب پواسون
25	m	ثابت سخت شوندگی
1150 GPa	h_0	ثابت سخت شوندگی اولیه
1670 GPa	h_1	ثابت سخت شوندگی نهایی
1.0	s	ثابت خرابی ۱
1.5	r	ثابت خرابی ۲



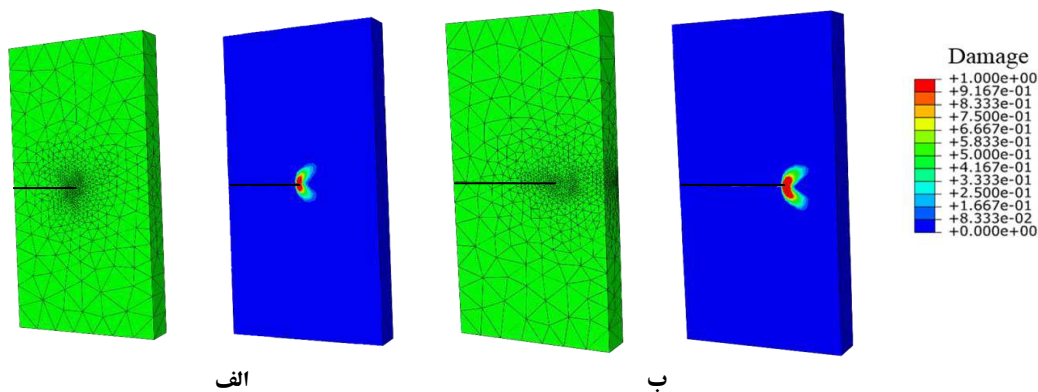
شکل ۵- شرایط مرزی نمونه ۳ بعدی مستطیلی

همچنین مقادیر زاویه رشد ترک با استفاده از بردار خرابی وزن دار در دو حالت استفاده از روش اصلاح شبکه و بدون آن، تفاوت چشم گیری دارد که نشان دهنده اهمیت شبکه بندی در مراحل مختلف در زمان رشد ترک دارد.



شکل ۶- شبکه بندی اولیه

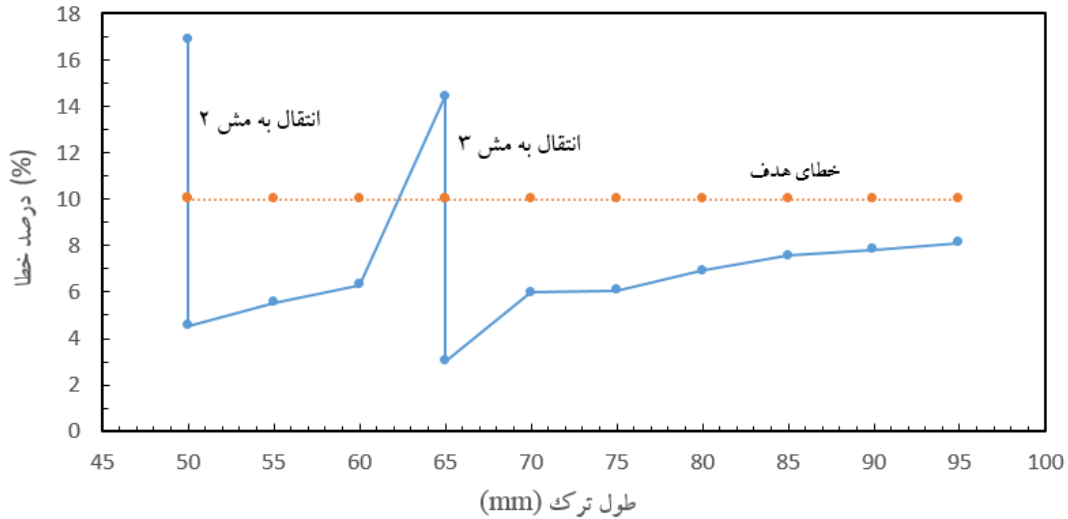
در ادامه، رشد صفحه ترک با استپ های ۵ میلیمتری انجام شد و در هر مرحله مقدار خطای شبکه محاسبه گردید. با توجه به خطای هدف ۱۰ درصدی که برای این مسئله در نظر گرفته شده، در شبکه اولیه و در زمانی که ترک به اندازه ۱۵ میلیمتر رشد می نماید، به علت عبور خطای شبکه از مقدار مجاز، شبکه جدید در دو مرحله مطابق شکل ۷ ایجاد گردید و نتایج هر مرحله در نمودار ۱ و جدول ۲ بصورت تفصیلی بیان شده است.



شکل ۷- (الف) مرحله اول اصلاح شبکه در ابتدا (ب) مرحله دوم اصلاح شبکه در زمان رشد ۱۵ میلیمتری ترک

در این مدل سازی از المان ۴ وجهی ۴ گرهی (Tetrahedral elements) استفاده گردید، خروجی خرابی در نقاط گاوس و اطلاعات شبکه قدیم از نرم افزار آباکوس استخراج گردید و با نرم افزار برنامه نویسی متلب، قسمتی از محاسبات مربوط به اصلاح شبکه انجام شد و همچنین ورودی

نرم افزار تولید مش GID برای هر گره که شامل چگالی جدید مسئله می باشد، ساخته شد. سپس با نرم افزار GID عملیات اصلاح شبکه صورت گرفت و خروجی آن به عنوان ورودی به نرم افزار آباکوس (input file) معرفی شد و به تعداد مراحل اصلاح شبکه، این عملیات تکرار گردید.



نمودار ۱ - تغییرات درصد خطا برحسب طول ترک با استفاده از اصلاح شبکه

جدول ۲- نتایج دو حالت استفاده از اصلاح شبکه و بدون آن

شماره مرحله	طول ترک	درصد خطا با اصلاح شبکه	درصد خطا بدون اصلاح شبکه	زاویه رشد ترک با اصلاح شبکه (درجه)	زاویه رشد ترک بدون اصلاح شبکه (درجه)
۱	50	16.90	16.90	-	10.064
۲ (اصلاح شبکه)	50	4.53	-	1.5976	-
۳	55	5.54	23.25	1.8951	-9.1026
۴	60	6.31	27.75	1.7218	-16.5106
۵	65	14.42	46.35	-	-11.5772
۶ (اصلاح شبکه)	65	3.03	-	-1.6841	-
۷	70	5.98	53.51	-0.4780	-9.6676
۸	75	6.06	71.31	-0.8213	16.2482
۹	80	6.92	76.10	0.5541	-1.1330
۱۰	85	7.56	118.56	1.5321	13.5215
۱۱	90	7.84	160.99	-1.6565	4.6353
۱۲	95	8.12	198.45	0.9626	-7.3421

۷. نتیجه گیری

استفاده از مدل مکانیک خرابی پیوسته به همراه روش اجزای محدود بسط یافته، روش موثری برای مدل سازی موادی می باشد که میدان اطراف ترک در آن ها بصورت گسترده وارد ناحیه پلاستیک شده است. با استفاده از بردار خرابی وزن دار، معیاری برای رشد ترک معرفی شد که تعیین کننده زاویه رشد صفحه ترک در هر مرحله می باشد. با توجه به نتایج بدست آمده، مشاهده شد که ثابت ماندن شبکه در زمان رشد ترک، باعث افزایش خطای چشمگیری در دقت شبکه و زاویه رشد صفحه ترک می شود که برای تحلیل دقیق تر، نیاز به اصلاح شبکه در چندین مرحله می باشد. با استفاده از درصد خطای هدفی که برای شبکه تعریف می شود، هر بار که این مقدار از حد مجاز بیشتر شد، شبکه اصلاح گردید.



۸. مراجع

۱. Kachanov, L., *Time of the rupture process under creep conditions*. Isv. Akad. Nauk. SSR. Otd Tekh. Nauk, 1958. 8: p. 26-31.
۲. Rice, J.R. and D.M. Tracey, *On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields**. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1969. 17(3): p. 201-217.
۳. Gurson, A.L., *Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I—Yield criteria and flow rules for porous ductile media*. Journal of engineering materials and technology, 1977. 99(1): p. 2-15.
۴. Areias, P. and T. Belytschko, *Analysis of three-dimensional crack initiation and propagation using the extended finite element method*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2005. 63(5): p. 760-788.
۵. Zienkiewicz, O.C. and J.Z. Zhu, *A simple error estimator and adaptive procedure for practical engineering analysis*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1987. 24(2): p. 337-357.
۶. Zienkiewicz, O.C. and J.Z. Zhu, *The superconvergent patch recovery and a posteriori error estimates. Part 1: The recovery technique*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1992. 33(7): p. 1331-1364.
۷. Khoei, A., H. Moslemi, and M. Sharifi, *Three-dimensional cohesive fracture modeling of non-planar crack growth using adaptive FE technique*. International Journal of Solids and Structures, 2012. 49(17): p. 2334-2348.
۸. Lemaitre, J., *A continuous damage mechanics model for ductile fracture*. Journal of engineering materials and technology, 1985. 107(1): p. 83-89.
۹. Steinmann, P., C. Miehe, and E. Stein, *Comparison of different finite deformation inelastic damage models within multiplicative elastoplasticity for ductile materials*. Computational Mechanics, 1994. 13(6): p. 458-474.
۱۰. de Souza Neto, E.A., D. Peric, and D.R.J. Owen, *Computational methods for plasticity: theory and applications*. 2011: John Wiley & Sons.
۱۱. Babuška, I. and J.M. Melenk, *The partition of unity method*. International journal for numerical methods in engineering, 1997. 40(4): p. 727-758.
۱۲. Belytschko, T. and T. Black, *Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing*. International journal for numerical methods in engineering, 1999. 45(5): p. 601-620.
۱۳. Moës, N. and T. Belytschko, *Extended finite element method for cohesive crack growth*. Engineering fracture mechanics, 2002. 69(7): p. 813-833.
۱۴. Natarajan, S., *Enriched finite element methods: advances & applications*. 2011, Institute of Mechanics.