چشم‌انداز مدیریت مالی و حسابداری
شماره ۱ ـ بهار ۱۳۹۰
ص‌ص ۹۵- ۶۷

بهینه‌سازی الگوهای مدیریت ریسک مارکویتز، ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک احتمالی پارامتریک با استفاده از الگوریتم‌های محلی و سراسری در بورس اوراق بهادار تهران

مسعود ملائی*، محمد جواد شیخ، سعید خدامرادی*****

چکیده

امروزه مدیریت ریسک به همان اندازه کسب حداکثر بازده برای سرمایه‌گذاران مهم و حیاتی است؛ لذا بررسی الگوها و ابزار مدیریت ریسک برای سرمایه‌گذاران سودمند و قابل توجه است. این مطالعه به دنبال آن است تا با استفاده از دو روش الگوریتم بهینه‌سازی محلی و سراسری و با تکیه بر الگوهای مدیریت ریسک مارکویتز، ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک احتمالی، اوزان بهینه پورتفوی‌ها را با هدف حداقل کردن ریسک در سطوح مختلف بازده بیابد، مرزهای کارای آن را رسم کند و مورد مقایسه قرار دهد. برای این منظور، پس از آزمون نرمال بودن توزیع بازده شرکت‌های انتخاب‌شده، الگوهای برنامه‌ریزی غیرخطی پارامتریک برای هر سه الگوی مدیریت ریسک معرفی شده و با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی "حداقل‌سازی محدودیت‌دار" نرم‌افزار Matlab، تابع بهینه‌سازی بر اساس روش گرادیان و الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت مرزهای کارا رسم و مورد مقایسه قرار گرفته است. یافته‌های تحقیق نشان می‌دهند که تفاوتی در استفاده از الگوهای مارکویتز، ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک احتمالی (در حالت پارامتریک) وجود ندارد، مرزهای کارای آنها بر روی یکدیگر قرار می‌گیرد، ضرایب بهینه پورتفوی یکسان است و در نتیجه نتایج مشابهی را ارائه می‌دهند. همچنین، توصیه می‌شود برای بهینه‌سازی الگوهای مدیریت ریسک از روش‌های سراسری در کنار روش‌های محلی جهت اطمینان بیشتر استفاده‌شده و در صورتی که هدف سرمایه‌گذار، بهینه‌سازی در حداقل زمان ممکن باشد، جهت دستیابی به اوزان بهینه از روش‌های محلی استفاده شود.

کلیدواژه‌ها: مدیریت‌ریسک، بهینه‌سازی پورتفوی، مرزهای کارا، الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۱۰/۵، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۰/۰۲/۱۳.

* محقق مدیریت ریسک، دانشگاه شاهد(نویسنده مسئول).

E-mail:mollaee@shahed.ac.ir

** استادیار گروه مدیریت، دانشگاه شاهد.

*** استادیار گروه مدیریت، دانشگاه شاهد.

مقدمه

مهم‌ترین مفاهیم در تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاری (در پرتفوی)، بازده و ریسک می‌باشند. رابطه میان بازده و ریسک یک رابطه "مستقیم" است [۳]. از این روست که الگوهای انتخاب پرتفوی و معیارهای اندازه‌گیری ریسک مختلفی توسط صاحبنظران مالی ارائه شده است که با داشتن جزئیات مربوط به بازده و ریسک پرتفوی، در جستجوی نقاط بهینه قابل دستیابی و کارا (از تلفیق بازده و ریسک) می‌باشند. این نقاط بهینه روی منحنی "مرز کارا" قرار می‌گیرند [۲]. از همین جاست که مفهوم " مدیریت ریسک "مطرح می‌شود، مدیریت ریسک همان فرایندی است که از طریق آن یک سازمان یا سرمایه‌گذار با روشی بهینه در مقابل انواع ریسک‌ها از خود واکنش نشان می‌دهد [۳]. در این تحقیق سعی‌شده است تا با معرفی مهم‌ترین و جدیدترین الگوهای تشکیل پرتفوی و معیارهای اندازه‌گیری ریسک، در جهت انتخاب کاراترین پرتفوی به سرمایه‌گذاران کمک و مرزهای کارای آنها رسم شود. معیار و الگوی مدیریت ریسک ارزش در معرض ریسک احتمالی برای اولین بار جهت تشکیل پورتفوی بهینه و بهینه‌سازی اوزان در ایران معرفی‌شده و برای اولین بار از الگوریتم بهینه‌یابی "شبیه‌سازی بازپخت" در حوزه مدیریت مالی جهت دستیابی به اوزان بهینه، استفاده شده است.

ادبیات تحقیق

مروری بر پیشینه تحقیق

پژوهش‌های داخلی

در ایران پژوهش‌های بسیاری در مورد الگوی مارکویتز صورت گرفته است اما در مورد الگوی "ارزش در معرض ریسک" در اولین تحقیق به وسیله فرهاد حنیفی [۵]، ارزش در معرض ریسک شرکت‌های مختلف در ایران و چند کشور خارجی با استفاده از رویکرد شبیه‌سازی تاریخی و روش واریانس-کوواریانس، محاسبه و مورد مقایسه قرار گرفته است. اما شبیه‌سازی تاریخی از آن جهت که بر اطلاعات تاریخی قبلی استوار است، دارای نقایصی می‌باشد که از دقت و صحت آن تا حد زیادی می‌کاهد. در نتیجه، تحقیقاتی در پی اصلاح الگوی سنتی صورت گرفت. محمد اقبال‌نیا [۱] نیز با استفاده از مفهوم" ارزش در معرض ریسک" به جای استفاده از الگوهای اتورگرسیون گارچ از الگوهای پیشنهادی به وسیله ریسک ماتریسی استفاده کرده است که در آن کوشیده به ضرایب مناسب الگوهای اتورگرسیون گارچ برای محاسبه و پیش‌بینی ریسک دست یابد. در پایان، ضرایب توصیه‌شده به وسیله الگوی ریسک ماتریسی به عنوان ضرایب مناسب در بازار بورس تهران معرفی شده است. همچنین، مریم کریمی [۶] با استفاده از یکی از روش‌های بهینه‌سازی محلی، به مقایسه مرزهای کارایی الگوهای مارکویتز و " ارزش در معرض

ریسک" اقدام کرده و با توجه به قرارگیری مرزهای کارایی الگوی " ارزش در معرض ریسک" بالاتر از الگوی مارکویتز، این الگو را نسبت به الگوی مارکویتز کاراتر معرفی کرده است. در خصوص الگوی ارزش در معرض ریسک احتمالی، تحقیقی در داخل کشور صورت نگرفته است.

پژوهش‌های خارجی

الگوی مارکویتز در سال ۱۹۵۷ به وسیله هری مارکویتز معرفی شده و تحقیقات زیادی در این مورد صورت گرفته است. اما الگوی "ارزش در معرض ریسک در اواسط دهه نود میلادی به عنوان ابزاری جهت مدیریت ریسک معرفی شد و از آن زمان به بعد، صدها مقاله و پایان‌نامه در این زمینه ارائه شده است که به چند مورد مهم آن اشاره می‌شود. در سال ۱۹۹۹ آرتزنر [۱۱] با اشاره به ویژگی عدم انسجام معیار ارزش در معرض ریسک، ناکارامدی این معیار را برای بهینه کردن پورتفوی اعلام و معیار جدیدی با نام "ریسک مورد انتظار" را به جای آن معرفی کرد که معیاری منسجم می‌باشد. این مقاله از آن جهت که نقاط ضعف و ویژگی‌های معیار و الگوی ارزش در معرض ریسک را معرفی می‌کند، اهمیت زیادی دارد و این الگو و معیار را که تا آن زمان جزو الگو و معیارهای پر کاربرد مدیریت ریسک و پورتفوی به حساب می‌آمد، با چالش‌هایی مواجه کرد. به خصوص، ویژگی‌های عدم تحدب و عدم جمع‌پذیری ریسک این الگو و معیار مدیریت ریسک را دچار ابهامات زیادی کرد. اوریاسف با انتشار مقاله‌ای [۱۶] این معیار را به طور کامل معرفی و نحوه حداقل کردن آن را با استفاده از الگوی برنامه‌ریزی خطی ارائه کرد. این مقاله مطرح‌ترین و اساسی‌ترین مقاله در مورد ارزش در معرض ریسک احتمالی می‌باشد. در این مقاله (که در فصول بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد) الگوی برنامه‌ریزی خطی جهت به دست آوردن مقادیر ارزش در معرض ریسک احتمالی و اوزان بهینه آن ارائه شده است.

مؤلفه‌های مدیریت ریسک

دو مولفه اساسی مدیریت ریسک، بازده و ریسک و توازن بین این دو مفهوم است. در این تحقیق برای محاسبه بازده روزانه از فرمول زیر و اطلاعات روزانه شاخص قیمت و بازده نقدی شرکت‌های بورس اوراق بهادار استفاده شده است.، تغییرات این شاخص نشانگر بازده کل بورس بوده است و از تغییرات قیمت و بازده نقدی پرداختی تاثیر می‌گیرد:

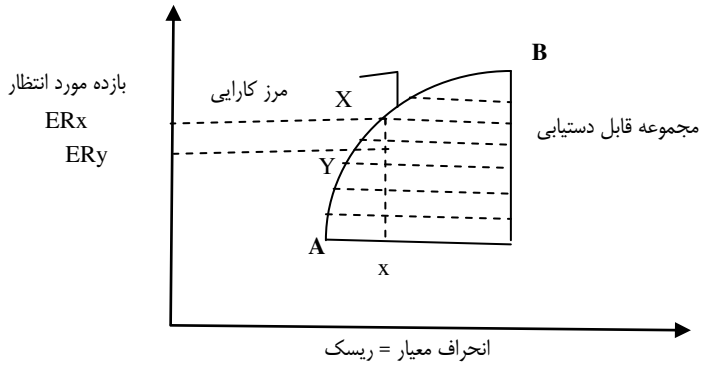
$$R_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} \qquad (۱)$$

که در آن R_t بازده روزانه سهام i، P_t شاخص قیمت و بازده نقدی در روز t ام و P_{t-1} شاخص قیمت و بازده نقدی روز t-1 ام می‌باشد. ریسک که به عنوان نوسان‌های احتمالی منفی بازدهی

اقتصادی در آینده (ریسک نامطلوب) تعریف می‌شود [۱] نیز با توجه به سه الگوی مارکویتز، ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک احتمالی به ترتیب انحراف معیار، مقدار عددی ارزش در معرض ریسک و مقدار عددی ارزش درمعرض ریسک احتمالی معرفی شده است که در ادامه به بررسی آنها می‌پردازیم.

تعیین پرتفوی کارا و مرزهای کارا

در نمودار ۱، مفاهیم اصلی یک مجموعه پرتفوی کارا را نشان می‌دهد، محور عمودی، بازده مورد انتظار و محور افقی ریسک است که توسط انحراف معیار (و یا هر نماینده دیگر ریسک) نشان داده‌شده است. در صورتی که اوراق بهادار مورد نظر را در ترکیب‌های مختلف ترکیب کنیم تعداد نامحدودی از جایگزینهای پرتفوی امکان پذیر خواهد شد. این گزینه‌های نامحدود در شکل نشان داده‌شده است و شامل تمامی‌مناطق سایه‌دار است و نشان‌دهنده ترکیب‌های زیادی از بازده مورد انتظار و ریسکی است که از طریق تشکیل پرتفوی قابل دستیابی است. در نظریه پرتفوی به این مناطق، مناطق قابل دسترسی پرتفوی گفته می‌شود. این پرتفوی‌ها امکان‌پذیر هستند، ولی ضرورتاً قابل ترجیح نیستند.



نمودار ۱. رابطه میان بازده و ریسک

در نمودار فوق، منحنی AB مجموعه‌ای کارا (مرز کارایی) از پرتفوی را نشان می‌دهد. نقاط روی این منحنی با توجه به ریسک معین، دارای بازده مورد انتظار بیشتری هستند و یا ریسک آنها با توجه به بازده مورد انتظار، کمترین است[۲].

آزمون نرمال بودن توزیع بازده شرکت‌های انتخاب‌شده

جهت مشخص شدن نرمال بودن توزیع بازده شرکت‌های انتخاب‌شده از نرم‌افزار SPSS و آزمون کولموگروف–اسمیرنوف (نیکویی برازش) استفاده شده است. برای این منظور، فرض نرمال بودن توزیع بازده را به عنوان فرض H_0 در نظر گرفته شده و بر اساس سطح پذیرش ۰/۰۵، نتایج زیر به دست آمده است:

H_0 : توزیع بازده شرکت‌های منتخب نرمال است.
H_1 : توزیع بازده شرکت‌های منتخب نرمال نیست.

جدول۱. آزمون کولموگروف– اسمیرنوف

		Returns
N		35
Normal Parameters a,b	Mean	.00075751
	Std. Deviation	.000642582
Most Extreme Differences	Absolute	.114
	Positive	.103
	Negative	-.114
Kolmogorov-Smirnov Z		.674
Asymp. Sig. (2-tailed)		.754

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

از آنجایی کـه $Sig \geq P$ $(p=۰/۰۵)$ و همچنـین $Z_{\alpha} \leq Z_{ks}$، بنـابراین فـرض صـفر رد نمی‌شود.

بر اساس یافته‌های آزمون، پذیرفته می‌شود که توزیع بازده شرکت‌های انتخاب‌شـده، نرمـال است. در نتیجه در استفاده از الگوهای مدیریت ریسک که در ادامه می‌آید، این موضـوع در نظـر گرفته شده و در سرتاسر این مقاله فرض پارامتریک اعمال شده است.

الگوهای مدیریت ریسک

الگوی مارکویتز

مطابق این الگو، ریسک با نوسان‌های بازده مرتبط است و نوسان‌ها توسط واریانس بازده اندازه‌گیری می‌شود.نرخ بازده یک پرتفوی، متشکل از دارایی‌های مختلف، از میانگین موزون بازده دارایی‌های منفرد تشکیل دهنده آن پرتفوی حاصل می‌شود:

$$r_p = \sum_{i=1}^{N} x_i r_i \qquad (۲)$$

در رابطه بالا، r_p نرخ بازده پرتفوی، r_i نرخ بازده دارایی i ، x_i وزن دارایی i در پرتفوی (نسبت ارزش روز دارایی i به ارزش روز کل پرتفوی) و N تعداد دارایی‌های موجود در پرتفوی است.
ریسک پرتفوی مورد نظر نیز از رابطه زیر به دست می‌آید :

$$\delta_p^2 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_i x_j \rho_{ij} \delta_i \delta j = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_i x_j Cov_{ij} \qquad (۳)$$

دررابطه بالا، δ_p^2 واریانس پرتفوی، δ_i و δ_j به ترتیب انحراف معیار دارایی‌های i و j، ρ_{ij} ضریب همبستگی میان دارایی‌های i و j، همچنین x_i و x_j به ترتیب وزن دارایی‌های i و j در پرتفوی و i و N تعداد دارایی‌های موجود در پرتفوی می‌باشد [۲].
برای بهینه‌سازی پورتفوی بر مبنای الگوی مدیریت ریسک مارکویتز از الگوی برنامه‌ریزی غیرخطی زیر استفاده می‌کنیم [۳] :

$$\begin{aligned} &Min\ Z = \delta_p^2 \\ &S.T:\ \bar{r}_p = \sum_{j=1}^{M} x_j \bar{r}_j \\ &\sum_{j=1}^{M} x_j = 1 \\ &x_j \geq 0 \end{aligned} \qquad (۴)$$

از جمله مزایای الگوی مارکویتز که موجب استفاده زیاد آن شده است، همانا دو پارامتری بودن و نسبت‌های متنوعی است که برای محاسبه کارایی آن معرفی شده‌اند. این الگو همچنین دارای کاستی‌هایی از جمله، پیچیدگی زیاد در حل الگوی غیرخطی آن، مشکل منطقی افزایش ریسک ناشی از رشد کمّی اعداد و ارقام، عدم درک درست از واریانس در مقابل سایر معیارهای ریسک و نگاه یکسان واریانس به تغییرات مثبت و منفی را می‌توان نام برد [۱۵].

الگو و معیار "ارزش در معرض ریسک"

این معیار آماری، حداکثر زیان احتمالی پورتفوی را در یک دوره زمانی مشخص با بیان کمّی و در قالب عدد بیان می‌کند. به عبارت دیگر، ارزش در معرض ریسک مبلغی از ارزش پورتفوی را که انتظار می‌رود ظرف مدت یک دوره زمانی مشخص و با میزان احتمال معین (سطح اطمینان $1-\alpha$ ٪) از دست برود، مشخص می‌کند. انواع روش‌های محاسبه ارزش در معرض ریسک عبارتند از روش پارامتریک (واریانس-کوواریانس)، شبیه‌سازی تاریخی و شبیه‌سازی مونت کارلو که دو روش آخر بیشتر مبتنی بر اطلاعات تاریخی هستند و براساس روش‌های هیوریستیک و

سناریوسازی محاسبه می‌شوند و فرمول خاصی ندارند. از آنجا که در این تحقیق به دنبال بهینه‌سازی (کمینه‌سازی) مقادیر ریسک هستیم، در نتیجه به روشی مبتنی بر فرمول نیاز داریم که می‌تواند پارامتریک نیز باشد. در نتیجه برای محاسبه ارزش در معرض ریسک، از روش پارامتریک واریانس –کوواریانس استفاده می‌شود.

روش پارامتریک (واریانس-کوواریانس) محاسبه ارزش در معرض ریسک

این روش دارای دو فرض اساسی توزیع نرمال بازده دارایی‌ها و رابطه خطی بین عوامل بازار و ارزش دارایی می‌باشد. با تفسیر فوق، احتمال اینکه ارزش پرتفوی با انحراف معیار بازدهی مشخص و با سطح اطمینان معین از ارزش مفروض کمتر باشد، از طریق معادله زیر قابل اندازه‌گیری است :

$$VaR = M.Z_{\alpha}.\delta\sqrt{T} - \mu.x_i = M.Z_{\alpha}.\delta\sqrt{T} - r_p \quad (۵)$$

این رابطه برای دوره‌های بلندمدت می‌باشد [۱۸]. از آنجا که در این تحقیق دوره مورد بررسی ۱۱ سال می‌باشد و از اطلاعات روزانه ۱۱ سال استفاده شده است، در نتیجه دوره بلندمدت به حساب آمده و از این فرمول استفاده شده است. برای دوره‌های کوتاه‌مدت با فرض میانگین صفر $r_p=0$ ، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم :

$$VaR = M.Z_{\alpha}.\delta\sqrt{T} \quad (۶)$$

در این معادله با دانستن انحراف معیار روزانه δ، انحراف معیار T روز از رابطه $\delta\sqrt{T}$ قابل محاسبه است. M ارزش بازار دارایی، $1-\alpha$ سطح اطمینان و T طول دوره زمانی محاسبه بازده می‌باشد. این مقدار بیان می‌دارد که احتمال اینکه زیان در یک دوره T روزه بیش از ارزش در معرض ریسک باشد، α٪ است [۳]. در این تحقیق برای محاسبه واریانس از رابطه زیر استفاده می‌کنیم :

$$\delta_p^2 = x' * vc * x \quad (۷)$$

که در آن x' ماتریس سطری ضرایب پرتفوی، vc ماتریس مربعی واریانس-کوواریانس و x ماتریس ستونی ضرایب پرتفوی می‌باشد [۲]. در این تحقیق از الگوی زیر برای بهینه‌سازی ارزش در معرض ریسک (VaR) استفاده می‌شود:

$$Min\ Z = Z_{\alpha}.\delta_p - \bar{r}_p$$
$$S.T:\ \bar{r}_p = \sum_{j=1}^{M} x_j \bar{r}_j \quad (۸)$$
$$\sum_{j=1}^{M} x_j = 1\ ,\ x_j \geq 0$$

نقاط قوت و ضعف الگوی ارزش در معرض ریسک

از جمله نقاط قوت این معیار آن است که می‌تواند در یک عدد خلاصه شود، نوسان‌های منفی بازده را محاسبه کند، تحت تاثیر بازده‌های بزرگ قرار نمی‌گیرد، قابل کاربرد برای محاسبه ریسک دارایی‌هایی با توزیع بازده غیرخطی همچون اختیار خریدها و غیره می‌باشد، به راحتی می‌تواند برای "آزمون به عقب" مورد استفاده قرار گیرد و همچنین، معیار ریسک استانداردی به حساب می‌آید [۱۰]. علاوه بر این، تغییرات ارزش بازار دارایی‌ها را لحاظ می‌کند، متغیرهای بازار را برای افق زمانی کوتاه‌تری پیش‌بینی می‌کند (این امر به برآورد دقیق‌تر ریسک کمک می‌کند، زیرا پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت نسبت به پیش‌بینی‌های بلندمدت آسان‌تر و دقیق‌تر هستند)، نگاه رو به جلو دارد (یعنی ریسک کل پرتفوی موجود را برای دوره آتی برآورد می‌کند) و می‌توان از آن برای پرتفوی‌های شامل چندین دارایی مالی مختلف (همانند سهام، اوراق قرضه و ابزار مشتقه و غیره) استفاده کرد [۱]. همچنین، این معیار در کنار نقاط قوتش دارای ضعف‌هایی است؛ از جمله توانایی محاسبه مقادیر ریسک بیشتر و فراتر از ارزش در معرض ریسک را ندارد، کاهش ارزش در معرض ریسک ممکن است منجر به امتداد یافتن دنباله‌های فراتر از ارزش در معرض ریسک شود و سرانجام اینکه ویژگی عدم جمع‌پذیری ریسک در مورد آن مصداق دارد:

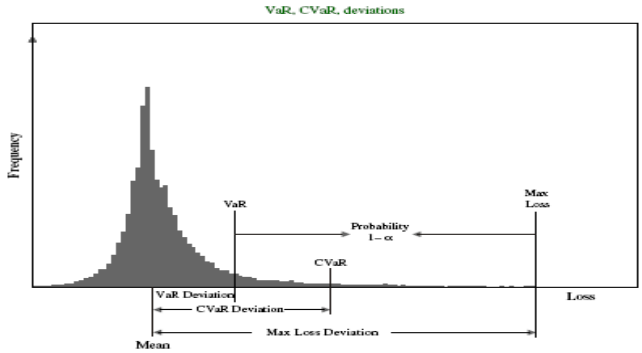
$$(VaR(A+B) \geq VaR(A) + VaR(B)) \qquad (۹)$$

در نتیجه، تنوع‌زایی نه فقط موجب کاهش ریسک، بلکه موجب افزایش ریسک می‌شود. ویژگی عدم تحدب در مورد آن مصداق دارد، یعنی دارای اکسترمم (حداقل‌ها و حداکثرهای) محلی زیادی است و در نتیجه کمینه کردن آن بسیار مشکل است و برای توزیع‌های غیر نرمال، کنترل و بهینه‌سازی آن بسیار دشوار می‌باشد و در نهایت، بر اساس دیدگاه آرتزنر فاقد ویژگی انسجام است [۱۰].

الگو و معیار "ارزش در معرض ریسک احتمالی"

با توجه به کاستی‌ها و نقاط ضعف ارزش در معرض ریسک، آرتزنر [۱۱] با معرفی معیار ارزش در معرض ریسک احتمالی، معیاری را معرفی کرد که نارسایی‌های ارزش در معرض ریسک را پوشش دهد. این الگو و معیار که به نام‌های ریسک مورد انتظار و واریانس دنباله‌دار نیز شهرت دارد، تمام ویژگی‌هایی که ارزش در معرض ریسک را با کاستی‌هایی مواجه می‌کرد،ا به خوبی در بر می‌گیرد [۱۱]. این معیار به شرح زیر تعریف شده است؛ میانگین وقوع ریسک‌هایی که بزرگتر و فراتر از ارزش در معرض ریسک می‌باشند [۲۰]. به عبارت دیگر، $\alpha\%$ از میانگین توزیع بازده

متغیر تصادفی بزرگتر از ارزش در معرض ریسک. در نمودار ۲، تعاریف ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک احتمالی به صورت شماتیک نمایش داده شده است.



نمودار ۲. ارزش در معرض ریسک (VaR) و ارزش در معرض ریسک احتمالی (CVaR)

انواع روش‌های محاسبه ارزش در معرض ریسک احتمالی عبارتند از روش واریانس-کوواریانس، شبیه‌سازی تاریخی، شبیه‌سازی مونت کارلو که به معرفی روش اول (بر اساس دلایلی که پیش از نیز گفته شد) می‌پردازیم.

روش پارامتریک (واریانس-کوواریانس) برای محاسبه ارزش در معرض ریسک احتمالی

ارزش در معرض ریسک احتمالی از طریق معادله زیر برای دوره‌های کوتاه‌مدت قابل اندازه‌گیری است:

$$CVaR = \frac{e^{-\frac{Z_{\alpha}^{2}}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}}\delta_p - \bar{r}_p \qquad (۹)$$

برای دوره‌های بلندمدت از فرمول زیر استفاده می‌کنیم؛ یعنی همانند ارزش در معرض ریسک برای دوره‌های بلندمدت $\mu \neq 0$ را در نظر می‌گیریم. بنابراین داریم:

$$CVaR = \frac{e^{-\frac{Z_{\alpha}^{2}}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}}\delta_p - \mu w_i = \frac{e^{-\frac{Z_{\alpha}^{2}}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}}\delta_p - \bar{r}_p \qquad (۱۰)$$

این مقدار بیان می‌دارد احتمال اینکه زیان در یک دوره T روزه بیش از ارزش در معرض ریسک احتمالی باشد، $\alpha\%$ می‌باشد [۲۰]. در صورتی که توزیع بازده نرمال باشد، داریم:

$$\min CVaR_{\alpha}[-f(x,\zeta)] \quad \Leftrightarrow \quad \min k_1(\alpha)\sigma(\alpha) - R \tag{۱۱}$$

و یا به صورت ساده‌تر (آنچه که در این تحقیق مورد استفاده قرار می‌گیرد)[۱۹]:

$$\begin{aligned} &Min\ Z = \frac{e^{-\frac{Z_{\alpha}^2}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}}\delta_p - \bar{r}_p \\ &S.T:\ \bar{r}_p = \textstyle\sum_{j=1}^{M} x_j \bar{r}_j \\ &\sum_{j=1}^{M} x_j = 1 \\ &x_j \geq 0 \end{aligned} \tag{۱۲}$$

ویژگی‌های ارزش در معرض ریسک احتمالی

این معیار همچنین ویژگی‌های معیار منسجم را دارد (برخلاف ارزش در معرض ریسک) [۱۲] و بدین لحاظ یک الگو و معیار ریسک مطلوب به شمار می‌آید [۱۴]. از سوی دیگر، معیاری منسجم است که دارای ویژگیهای زیر باشد:

الف) یکنواختی:

$$X \in V, X \geq 0 \implies \rho(X) \leq 0$$

ب) جمع پذیری :

$$X, Y, X+Y \in V \implies \rho(X+Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$$

ج) همگنی مثبت :

$$X \in V, h \geq 0, hX \in V \implies \rho(hX) = h\rho(X)$$

د) انتقال یکسان :

$$X \in V, a \in \mathbb{R} \implies \rho(X+a) = \rho(X) - a$$

نقاط قوت ارزش در معرض ریسک احتمالی

از جمله نقاط قوت این معیار می‌توان به مواردی چند اشاره کرد؛ توانایی آن در محاسبه ریسک‌های نامطلوب برای توزیع‌های نامتقارن، امکان محاسبه ریسک‌های فراتر از ارزش در معرض ریسک، داشتن یک اکسترمم و در نتیجه حداقل‌سازی ساده‌تر و سریع‌تر، دارای ویژگی‌های معیار ریسک منسجم از دیدگاه آرتزنر است، تخمین آماری پایدارتری است (ارزش در معرض ریسک احتمالی در مقایسه با ارزش در معرض ریسک دارای ویژگی‌های منسجم‌تری است)، در مقایسه با ارزش در معرض ریسک در سطح α پیوسته و در سطوح مختلف سازگار می‌باشد، با دیدگاه مارکویتز سازگاری دارد، برای توزیع‌های غیرنرمال قابل کنترل و بهینه‌سازی

است، با استفاده از این معیار توزیع زیان‌ها قابل شکل‌دهی است، این معیار برای توزیع‌های پیوسته معمولاً بر ریسک مورد انتظار منطبق است، اما برای توزیع‌های ناپیوسته این انطباق وجود ندارد و سرانجام اینکه معیار مذکور دارای ویژگی ریاضی "همگرایی بدون علامت" می‌باشد [۱۹].

روش‌های بهینه‌سازی محلی و سراسری

روش‌های بهینه‌سازی را براساس قابلیت کاربرد آنها به انواع گوناگونی تقسیم‌بندی کرده‌اند. یکی از این تقسیم‌بندی‌ها، محلی و سراسری است. روش‌های بهینه‌سازی با تکرارهای زیاد به دنبال مقدار بهینه‌ای بر اساس گرادیان در هر تکرار هستند. این روش‌ها نمی‌توانند توابعی را که محدب هستند (توابعی که دارای حداقل و حداکثرهای محلی زیادی هستند) و در اصطلاح به آنها محدب می‌گویند، بهینه کنند. راه‌حل این موضوع، بهینه‌سازی با استفاده از روش‌های سراسری است. به طور کلی دو دسته روش‌های بهینه‌سازی سراسری وجود دارد که عبارتند از روش‌های قطعی و احتمالی. در روش‌های قطعی، فضای جستجوی جواب به صورت قطعی برای یک مقدار بهینه مورد جستجو قرار می‌گیرد (مانند روش MCS). در روش‌های احتمالی، فضای جواب به شکل هیورستیک و به طور اتفاقی مورد جستجو قرار می‌گیرد. مهم‌ترین روش‌های احتمالی عبارتند از شبیه‌سازی بازپخت که رفتار بازپخت مورد استفاده در الگوریتم‌های علم متالوژی فلزات را الگوبرداری می‌کند و روش الگوریتم ژنتیک که بر مبنای تکامل زیستی است. در کنار روش‌های محلی، روش‌های سراسری نیز وجود دارند از جمله استفاده از جعبه ابزار تابع "مینیمم‌سازی با محدودیت" در نرم‌افزار Matlab که بر مبنای جستجوی گرادیان برای بهینه‌سازی مسائل چندمتغیره و غیرخطی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این روش از الگوهای برنامه‌ریزی متوالی درجه دوم[1] و روش نیوتن (بسته به اندازه مسئله) استفاده می‌کند. از ویژگی‌های این روش سرعت بالای آن است [۱۳]. از دیگر ویژگی‌های دیگر این روش همانند سایر روش‌های محلی، ناتوانی آن در بهینه‌سازی توابع محدب می‌باشد.

جامعه و نمونه مورد تحقیق

جامعه آماری کلیه شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران که اطلاعات قیمت و شاخص قیمت و بازده نقدی آنها در سازمان بورس بین تاریخ‌های ۱۳۷۶/۰۷/۰۱ تا ۱۳۸۷/۰۷/۰۱ثبت‌شده است. نمونه آماری در این تحقیق ۳۵ شرکت از شرکت‌های فعال در بورس هستند که اطلاعات بازده روزانه این شرکت‌ها در فاصله زمانی پیش‌گفته ثبت شده است.

1. Quadric Sequentinal Programming

در بین این شرکت‌ها، مواردی که تعداد مشاهدات کمتر از ۱۰۰ باشند و یا شرکت‌هایی کـه دارای میانگین بازده منفی زیادی بودند (میانگین بازده هر سهم توسط نرم‌افزار اکسل تعیین مـی‌شـود)، حذف شده‌اند. در پایان، ۳۵ شرکت از میان شرکت‌های حاضر در بورس که اطلاعات آنهـا بـرای تحقیق کافی بود، انتخاب شدند.

اهداف و پرسش‌های تحقیق

اهداف کلی این تحقیق، کمک به سرمایه‌گذاران برای تصمیم‌گیری بهتر در سرمایه‌گـذاری در چارچوب معرفی معیار جدید "ارزش در معرض خطر احتمالی" و تشریح ویژگی‌های برتر این الگو نسبت به الگوهای "مارکویتز" و " ارزش در معرض خطر" می‌باشد که در ایـن راسـتا مرزهـای کارایی الگوی " ارزش در معرض احتمـالی " در مقایسـه بـا الگـوی " مـارکویتز" و "ارزش در معرض خطر" ترسیم شده و در سطوح اطمینان مختلف مورد مقایسه قرار گرفته است. همچنین، ضرایب پورتفوی بهینه‌شده بر اساس کاراترین الگـو از میـان سـه الگـوی یـادشـده و در سـطوح مختلف اطمینان نیز تعیین شده است.

پرسش‌های اصلی که این تحقیق سعی در پاسخ به آنهـا دارد، عبارتنـد از اینکـه آیـا مرزهـای کارایی الگوی ارزش در معرض خطر احتمالی بالاتر از مرزهای کارایی الگـوی" مـارکویتز" قـرار می‌گیرد؟ آیا مرزهای کارایی الگوی ارزش در معرض ریسک احتمالی بـالاتر از مرزهـای کـارایی الگوی ارزش در معرض ریسک قرار می‌گیرد؟ و به طور کلی وضـعیت مرزهـای کـارایی الگـوی ارزش در معرض ریسک احتمالی نسبت بـه الگوهـای ارزش در معـرض ریسـک و مـاکویتز در تشکیل پورتفوی چگونه است؟

الگوسازی و روش تحقیق

در این تحقیق مقایسه دو به دوی سه الگـوی مـدیریت ریسـک مـارکویتز، ارزش در معـرض ریسک و ارزش در معرض ریسک احتمالی با در نظر گرفتن نرمال بودن تابع توزیع بازده (دیدگاه پارامتریک) الگوسازی شده است. بـدین منظـور، بـرای نمونـه ۳۵ تـایی انتخـاب‌شـده از سـهام شـرکت‌هـای حاضـر در بـورس اوراق بهـادار تهـران، بـازده روزانـه بـا اسـتفاده از فرمـول $R_t = Ln\frac{P_t}{P_{t-1}}$ در طول سال‌های ۱۳۷۶ تا ۱۳۸۷ به کمک نرم‌افزار اکسل محاسـبه شـده اسـت. همچنین، ماتریس کوواریانس بازده سهام شرکت‌های انتخاب‌شده نیز جهـت محاسـبه واریـانس سهام‌ها توسط اکسل مورد محاسبه قرار گرفته است. جهت الگوسازی دو به دوی ایـن الگوهـا، از الگوهای برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی (۴)، (۸) و (۱۲) که از نظر گذشت و بهینه‌سـازی آنهـا بـا

استفاده از دو روش غیرخطی جعبه ابزار نرم‌افزار Matlab که روشی محلی است و الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت که الگوریتمی‌سراسری است، استفاده شده است.

الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت

مراحل اجرای الگوریتم به صورت زیر می‌باشد:

مرحله اول، انتخاب دمای اولیه و انتخاب یک نقطه در ناحیه کاوش به صورت تصادفی است. مرحله دوم، محاسبه تابع هدف به ازای نقطه مورد نظر است. مرحله سوم، پذیرش نقطه در صورت بهبود در مقدار تابع هدف (نقطه اول همواره پذیرفته می‌شود) می‌باشد و در صورت عدم بهبود، نقطه با یک احتمالی پذیرفته می‌شود. مرحله چهارم، آزمون شرط خاتمه الگوریتم است. در صورت برقراری شرط، خروج از برنامه و در غیر این صورت الگوریتم دنبال می‌شود. مرحله پنجم، آزمون تعادلی سیستم است؛ در صورت متعادل بودن سیستم، دما بر اساس تابع دما کاهش می‌یابد. مرحله ششم، ایجاد یک نقطه جدید و ادامه کار از مرحله ۲ می‌باشد. جهت درک بهتر روند فوق، معرفی متغیرهای الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت ضروری است که در ادامه به آن می‌پردازیم.

متغیرهای الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت

در الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت، مجموعه‌ای از متغیرها مطرح هستند که می‌توان آنها را به دو گروه تقسیم کرد. گروه اول متغیرهایی هستند که نحوه تولید نقاط و شیوه پذیرش آنها را مشخص می‌کنند و گروه دوم، شیوه سرد کردن را مشخص می‌کنند. در زیر به معرفی این متغیرها می‌پردازیم.

۱- **تابع چگالی احتمال پذیرش:** تابع چگالی احتمال پذیرش نقطه جدید (y) در مرحله ۳ الگوریتم را می‌توان به صورت زیر بیان کرد :

$$A_x(y) = \begin{cases} 1 & , f(y) \leq f(x) \\ exp\left(-\frac{f(y)-f(x)}{T_k}\right) & , f(y) > f(x) \end{cases} \qquad (۱۳)$$

که در آن x نقطه قبلی، f(x) مقدار تابع هدف بازای نقطه x، y نقطه جدید که پذیرش ویا عدم پذیرش آن بررسی می‌شود، f(y) مقدار تابع هدف بازای نقطه y و T_k دمای آن مرحله از الگوریتم می‌باشد.

۲- **تابع چگالی احتمال تولید:** تابع چگالی احتمال تولید $g_x(y)$، احتمال تولید نقطه y در محدوده S_x را تعیین می‌کند (مرحله ۶ الگوریتم). در حالت استاندارد، احتمال تولید در محدوده همسایگی S_x یکنواخت است.

$$g_x(y) = \begin{cases} \frac{1}{|S_x|} , & y \in S_x \\ 0 , & y \notin S_x \end{cases} \qquad (۱۴)$$

$$|S_x| = \prod_{i=1}^{D} B_i$$

که در آن گروه دوم از متغیرها که برنامه سرد کردن را تشکیل می‌دهند، می‌توان به طور خلاصه و به صورت زیر بیان کرد:

۱. **مقدار اولیه متغیر دما:** انتخاب مقدار اولیه دما باید به گونه‌ای صورت گیردکه در مراحل اولیه، تعداد زیادی از جواب‌های نامطلوب پذیرفته شوند. همچنین می‌توان از روابط زیر و با استفاده از یک مجموعه تکرار با تعویض‌های تصادفی برای تغییر تابع هدف و استفاده از نتایج این تکرار، مقدار حداقل تغییر تابع هدف $\Delta f_{\min}$ و مقدار ماکزیمم تغییر تابع هدف Δf_{Max} را محاسبه و با استفاده از این دو مقدار T_0 و T_f (مقدار نهایی دما) تعیین می‌شود که ضابطه تعیین را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$T_0 = \Delta f_{min} + \frac{1}{10}(\Delta f_{max} + \Delta f_{min}) \qquad T_f = \Delta f_{min} \qquad (۱۵)$$

در این روش برای تعیین مقدار حداقل و حداکثر تابع هدف، تعداد تکرار اولیه ۵۰ می‌باشد. این تعداد تکرار هیچ ارتباطی به نوع تابع هدف ندارد. در این تحقیق از مقدار دمای اولیه ۳۰ درجه استفاده شده است.

۲. **تابع تغییرات دمایی:** برای اینکه احتمال پذیرش جواب‌های نامناسب (نقاطی که مقادیر بزرگ برای تابع نتیجه دهند) کاهش یابد، باید مقدار دما را کاهش داد. چگونگی تغییر این متغیر بر اساس تابع تغییرات دمایی و بر اساس ضوابط خاصی انجام می‌گیرد. این مقدار معمولاً بین ۰/۸ تا ۰/۹۹ می‌باشد که در این تحقیق از مقدار ۰/۹۷ استفاده‌شده است.

۳. **تعداد تکرارها برای اجرا در هر دما:** برای به دست آوردن پاسخ‌های بهتر، لازم است در هر دما تعدادی تکرار صورت گیرد تا جواب بهتری نسبت به جواب قبلی حاصل شود. ولی این تعداد تکرارها باید به صورتی تعیین شود که زمان اجرای محاسباتی به حداقل برسد و در عین حال، کیفیت جواب حاصل در حد مطلوب باشد. در این تحقیق از رابطه $N_k = C / \log(T_k)$ برای این منظور استفاده می‌شود. N_k تعداد تکرار در دمای T_k را نشان می‌دهد و C مقداری ثابت است. در این تحقیق از تعداد تکرار ۵۰ استفاده شده است.

۴. **معیار توقف:** ضوابطی که می‌توان به عنوان معیار توقف در نظر گرفت، عبارتند از اینکه کل تکرارها به پایان و به دمای نهایی رسیده باشد و یا آن که تعداد تغییرات ردشده در کل تکرارها به مقدار معینی رسیده باشد. تعداد کل تکرارها معمولاً با ضابطه مشخصی تعیین می‌شود که بستگی به بعد مساله دارد. این معیار می‌تواند به صورت $M = 50 \times D(D-1)/2$ بیان شود.همچنین، تعداد تغییرات ردشده در کل تکرارها طبق رابطه $MaxFail = D(D-1)/100$ تعیین می‌گردد که بستگی به اندازه مساله دارد.

۵. **آزمون تعادلی سیستم:** برای اینکه تغییر مقدار تابع هدف در تکرارهای متوالی کنترل شود، آزمون تعادلی لازم است. این کار سبب تعیین روند تغییر مقدار تابع هدف می‌شود. تعادل به معنای عدم تغییر متوسط تابع هدف به ازای نقاط مختلف در یک دما است. زمانی که سیستم به حالت تعادلی رسیده باشد، مقدار دما کاهش می‌یابد و در غیر این صورت روند تولید نقاط جدید در همان دما دنبال می‌شود. در عمل، تعادل به طور نسبی با تولید چندین نقطه مطابق با روابطی که پیش از این از نظر گذشت، به دست می‌آید [۱۷].

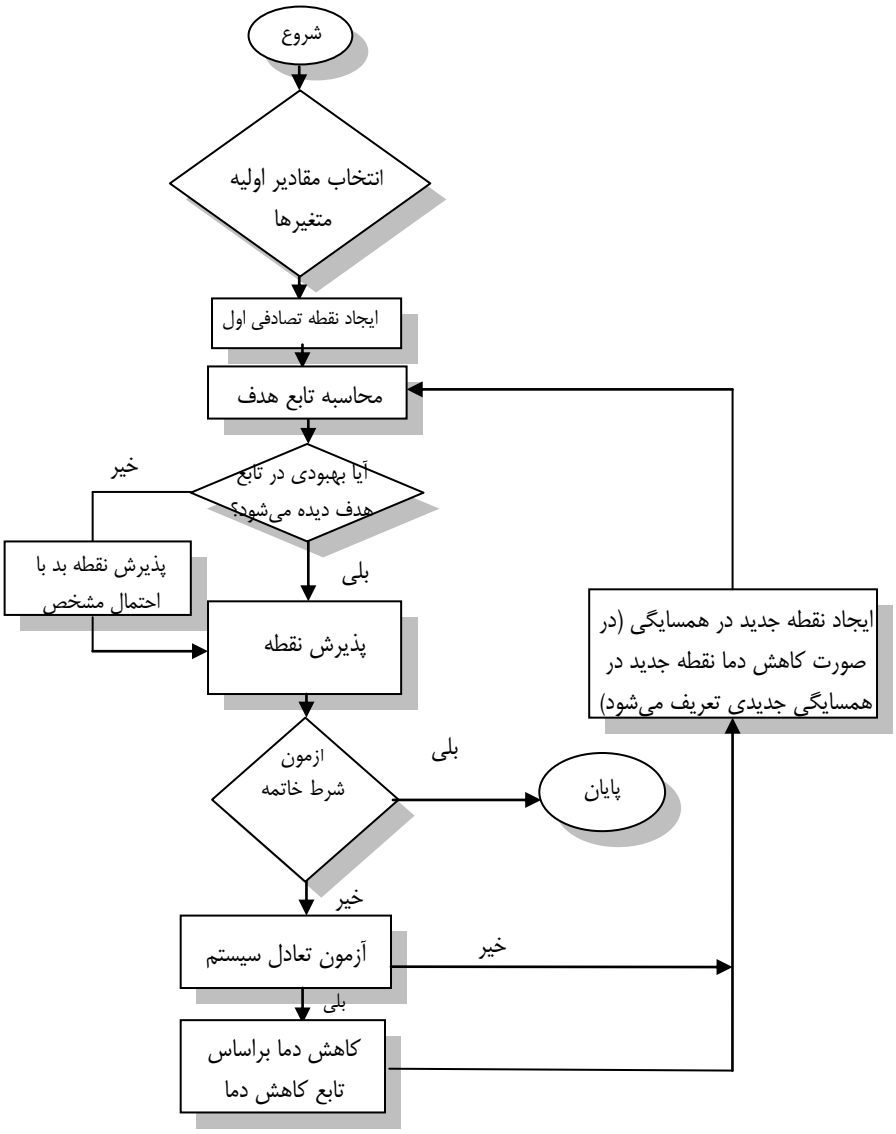
فرایند و فلوچارت کلی الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت استفاده‌شده

از این الگوریتم بهینه‌سازی به عنوان روشی سراسری در مقابل دستور محلی *fmincon* استفاده می‌شود، این الگوریتم در نمودار ۳ به نمایش در آمد است.

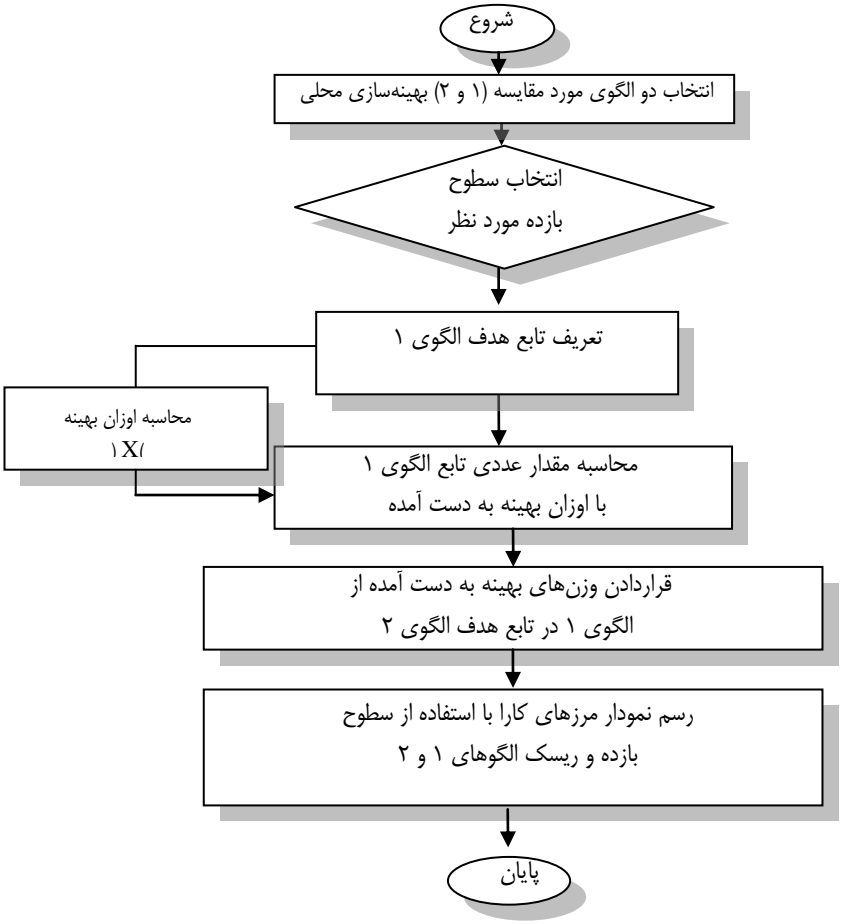
الگوریتم بهینه‌سازی با استفاده از تابع بهینه‌سازی غیرخطی جعبه ابزار Matlab

برای حل برنامه‌های به شکل کلی زیر از تابع بهینه‌سازی کمینه‌سازی "چندمتغیره غیرخطی با محدودیت" استفاده می‌شود. دستورات و اطلاعات کلی استفاده از این تابع در قسمت راهنمای نرم‌افزار Matlab و در جعبه ابزار بهینه‌سازی وجود دارد. فلوچارت کلی برنامه‌های نوشته‌شده توسط این دستور به قرار زیر است (نمودار ۴):

$$\begin{aligned} &\min f(x) \\ &\text{Sub: } c(x) \le 0 \\ &Ceq(x) = 0 \\ &Aeq.x = beq \\ &lb \le x \le ub \\ &A.x \le b \end{aligned} \qquad (۱۶)$$



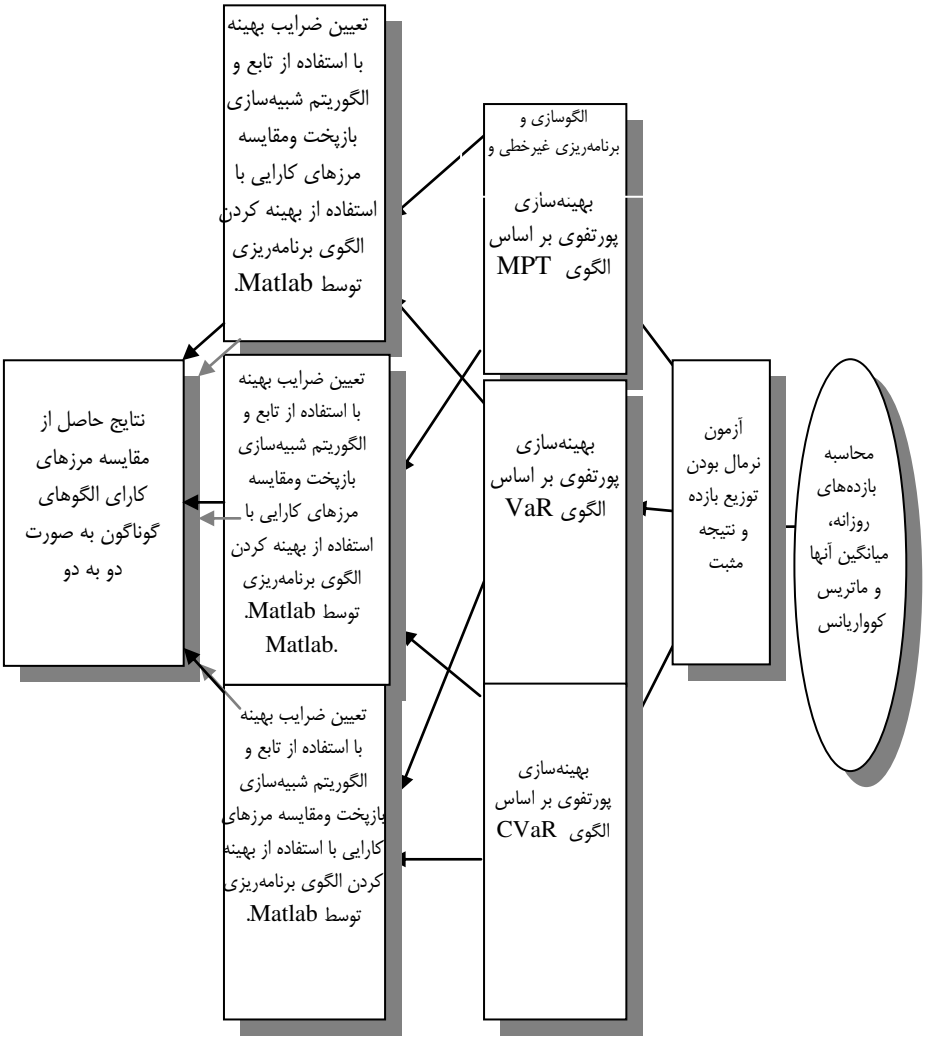
نمودار ۳. فلوچارت کلی الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت



نمودار ۴. فلوچارت کلی الگوریتم بهینه‌سازی براساس تابع بهینه‌سازی غیرخطی

فرایند کلی مقایسه الگوها

در نمودار ۵ فرایند مقایسه دوبه دوی الگوهای مدیریت ریسک تشریح شده است.



نمودار ۵. فرایند کلی مقایسه میان الگوهای مدیریت ریسک معرفی‌شده

با استفاده از مفاهیم برنامه‌های غیرخطی ذکرشده در بالا:

الف) مبنای عملکرد سرمایه‌گذار، معیار ارزش در معرض ریسک احتمالی است. ابتدا بهینه‌سازی پرتفوی بر اساس ارزش در معرض ریسک احتمالی انجام می‌شود و بدین ترتیب، وزن هر سهم

در پرتفوی بهینه به دست می‌آید. سپس با داشتن بازده پرتفوی و میزان ارزش در معرض ریسک احتمالی مرز کارا در نموداری که محور افقی آن مقادیر ارزش در معرض ریسک احتمالی و محور عمودی آن بازده پرتفوی است، رسم می‌شود. با داشتن وزن هر سهم در پرتفوی‌های بهینه، میزان بازده و واریانس پرتفوی نیز قابل محاسبه است. حال با داشتن این اطلاعات، مرز کارای الگوی مارکویتز نیز بر روی همان نمودار رسم می‌شود.

ب) مبنای عملکرد سرمایه‌گذار، الگوی مارکویتز و واریانس است. ابتدا بهینه‌سازی پرتفوی بر اساس الگوی مارکویتز انجام می‌شود و بدین ترتیب، وزن هر سهم در پرتفوی بهینه به دست می‌آید. سپس با داشتن بازده پرتفوی و میزان واریانس مرز کارا در نموداری که محور افقی آن مقادیر واریانس و محور عمودی آن بازده پرتفوی است، رسم می‌شود. با داشتن وزن هر سهم در پرتفوی‌های بهینه، میزان بازده و ارزش در معرض ریسک احتمالی پرتفوی نیز قابل محاسبه است. حال با داشتن این اطلاعات، مرز کارای ارزش در معرض ریسک احتمالی نیز بر روی همان نمودار رسم می‌شود. این فرایند مقایسه به صورت دو به دو برای هر سه الگوی در نظر گرفته‌شده است.

طراحی الگوها برای مقایسه دو به دو الگوها

مقایسه مرزهای کارایی الگوی مارکویتز و الگوی ارزش در معرض ریسک احتمالی پارامتریک با استفاده از تابع محلی *fmincon* برای به دست آوردن پرتفوی حداقل واریانس و حداقل ارزش در معرض ریسک احتمالی، برای یک سطح خاصی از بازده، با در نظر گرفتن توزیع نرمال بازده لازم است معادلات برنامه‌ریزی غیرخطی (۴) و (۱۲) حل شود.

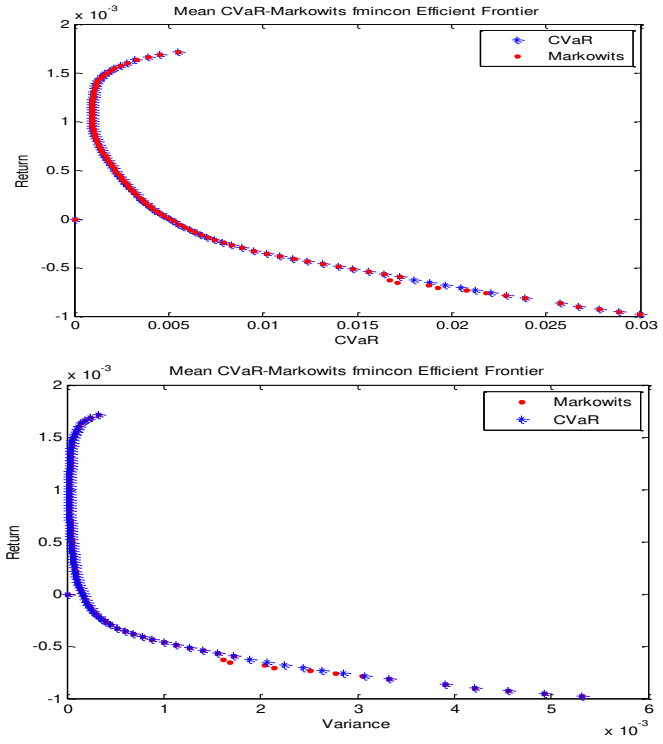
مقایسه مرزهای کارایی الگوی مارکویتز و الگوی ارزش در معرض ریسک احتمالی پارامتریک با استفاده از الگوریتم سراسری شبیه‌سازی بازپخت برنامه‌های مورد استفاده این قسمت، دقیقاً مشابه قسمت قبل می‌باشد؛ با این تفاوت که با روش سراسری شبیه‌سازی بازپخت حل شده است.

همان‌طور که پیش از این نیز گفته شد، این مقایسه به صورت دو به دو بین الگوها جهت الگوسازی انجام شده و سرانجام به ۶ نتیجه (۳ مقایسه دو به دوی الگوها با دو روش متفاوت) منتج شده است. نتایج مزبور، در زیر مورد بررسی قرار گرفته است.

یافته‌ها و نتایج تحقیق

با استفاده از برنامه‌های *Matlab* رسم نمودارهای مرزهای کارای الگوهای مقایسه‌ای دو به دوی بالا، نمودار و نتایج زیر به دست آمده است:

مقایسه مرزهای کارایی الگوی مارکویتز و الگوی ارزش در معرض ریسک احتمالی پارامتریک با استفاده از تابع محلی *fmincon*



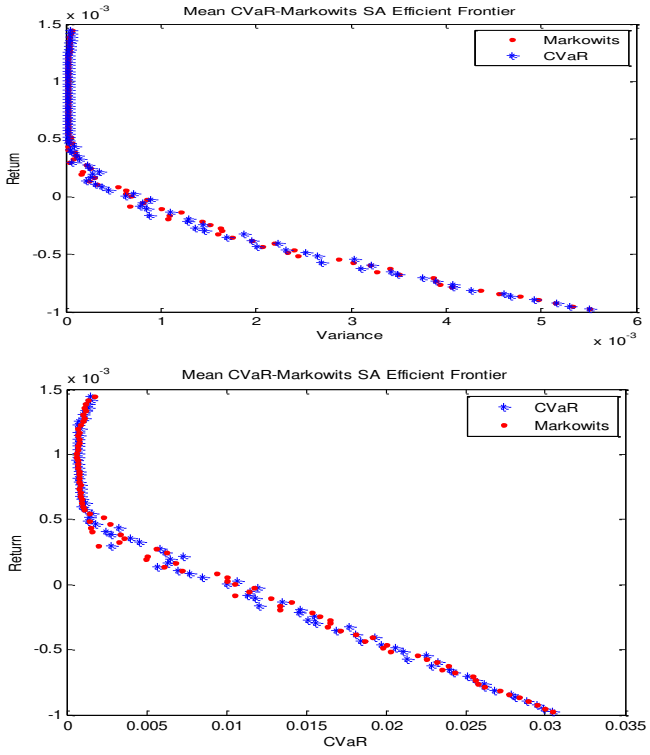
نمودارهای ۶ و ۷. مرزهای کارایی الگوی مارکویتز و الگوی ارزش در معرض ریسک احتمالی پارامتریک با استفاده از تابع محلی *fmincon*

نتایج

در این حالت، نمودارهای کارایی دقیقاً بر یکدیگر منطبق می‌شوند و در نتیجه در سطوح مختلف بازده، ریسک یکسانی به دست می‌آید و تفاوتی در استفاده از این دو الگو وجود ندارد. دلیل این یکسانی نتایج آن است که هر دو الگو، ریسک‌های یکسانی را با توجه به فرض پارامتریک مورد محاسبه قرار داده‌اند، ریسک‌های واقعی در دنباله‌ها توسط هر دو الگو مورد محاسبه قرار نگرفته است.

مقایسه مرزهای کارایی الگوی مارکویتز و الگوی ارزش در معرض ریسک احتمالی پارامتریک با استفاده از تابع سراسری شبیه‌سازی بازپخت

:

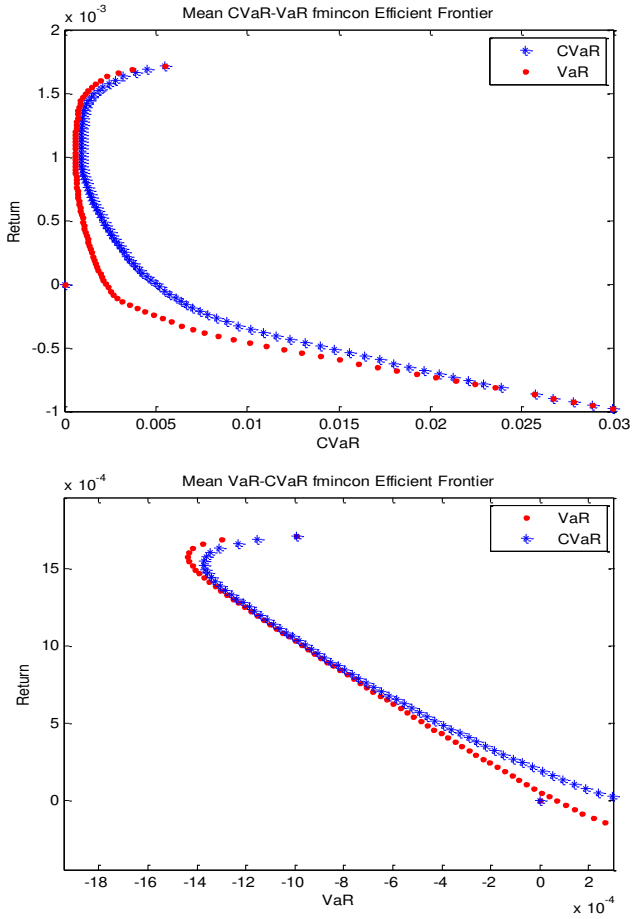


نمودارهای ۸ و ۹: مرزهای کارایی الگوی مارکویتز و الگوی ارزش در معرض ریسک احتمالی پارامتریک با استفاده ازتابع سراسری شبیه‌سازی بازپخت

نتایج

در صورتی که از روش سراسری الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت نیز برای بهینه‌سازی استفاده شود، نمودارهای کارایی دقیقاً بر یکدیگر منطبق می‌شوند و بدین ترتیب، نتایج قسمت قبل که از روش بهینه‌سازی محلی "حداقل‌سازی محدودیت‌دار" استفاده شده بود، تأیید می‌شود.

مقایسه مرزهای کارایی الگوی ارزش در معرض ریسک و الگـوی ارزش در معـرض ریسـک احتمالی پارامتریک با استفاده از تابع محلی *fmincon*



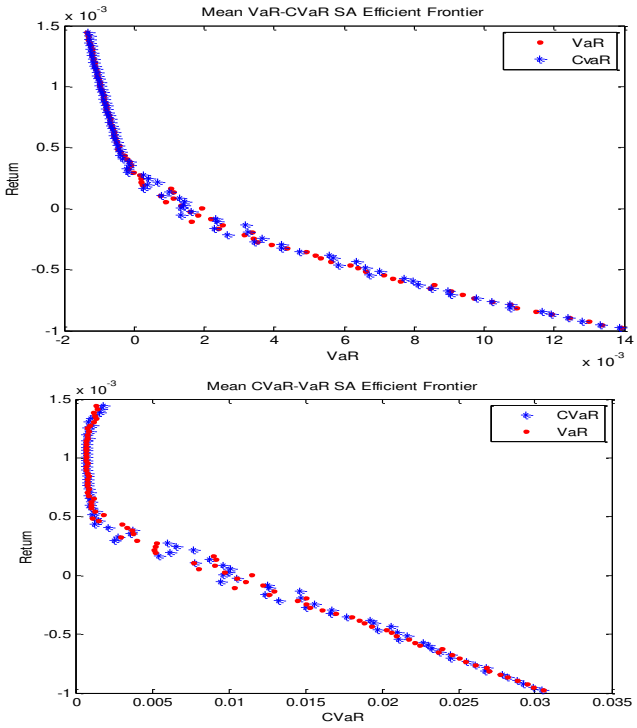
نمودارهای ۱۰و ۱۱. مرزهای کارایی الگوی ارزش در معرض ریسک و الگوی ارزش در معرض ریسک احتمالی پارامتریک با استفاده از تابع محلی *fmincon*

نتایج

همان‌طور که مشخص است، در این دو نمـودار کـارایی، مرزهـای کـارایی "ارزش در معـرض ریسک" بالاتر از مرزهای کارایی "ارزش در معرض ریسک احتمالی" قرار گرفته است. امـا ایـن به معنای کارایی بالاتر ارزش در معرض ریسک نسبت به ارزش در معرض ریسک احتمالی نبوده و دلیل آن است که تابع ارزش در معرض ریسک دارای اکسترمم‌های (حداقل و حـداکثر) محلـی

زیادی بوده است و در نتیجه، روش‌های محلی (از جمله تابع حداقل‌سازی محدودیت‌دار) توانایی بهینه‌سازی کامل آن را ندارد. در نتیجه به طور کلی توابع و روش‌های بهینه‌سازی محلی (از جمله حداقل‌سازی محدودیت‌دار) روش‌های مناسبی برای بهینه‌سازی توابع با تعداد زیادی اکسترمم محلی نیستند. بنابراین جهت اطمینان از نتایج به دست‌آمده از الگوریتم شبیه‌سازی باز پخت نیز جهت بهینه‌سازی استفاده می‌کنیم.

مقایسه مرزهای کارایی الگوی ارزش در معرض ریسک و الگوی ارزش در معرض ریسک احتمالی پارامتریک با استفاده از تابع سراسری شبیه‌سازی بازپخت



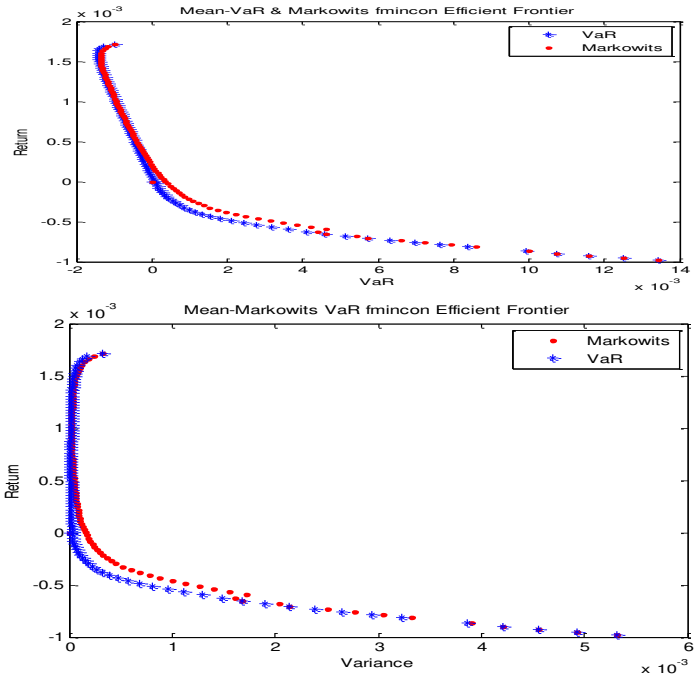
نمودارهای ۱۲و ۱۳. مرزهای کارایی الگوی ارزش در معرض ریسک و الگوی ارزش در معرض ریسک احتمالی پارامتریک با استفاده ازتابع سراسری شبیه‌سازی بازپخت

نتایج

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، نمودارهای کارایی در این حالت بر یکدیگر منطبق شده‌اند و در نتیجه مشخص می‌شود که در صورت استفاده از یک روش (یا تابع) سراسری، نتایج بهتری برای توابع با اکسترمم‌های محلی زیادی (همانند ارزش در معرض ریسک) به دست می‌آید. از آنجا که

این الگوریتم سراسری از نظر بهینه‌سازی نقاط بیشتری را برای حداقل‌سازی جستجو کرده است و مشکلات روش‌های بهینه‌سازی محلی را ندارد، درنتیجه نتایج قسمت قبل حاصل از استفاده روش محلی را رد کرده و در نتیجه استفاده از هر دو الگوی پارامتریک نتایج یکسانی را شامل شده است. دلیل این یکسانی نتایج آن است که هر دو الگو ریسک‌های یکسانی را با توجه به فرض پارامتریک مورد محاسبه قرار داده‌اند و ریسک‌های واقعی در دنباله‌ها به وسیله هر دو الگو مورد محاسبه قرار نگرفته است.

مقایسه مرزهای کارایی الگو مارکویتز و الگوی ارزش در معرض ریسک پارامتریک با استفاده از تابع محلی *fmincon*



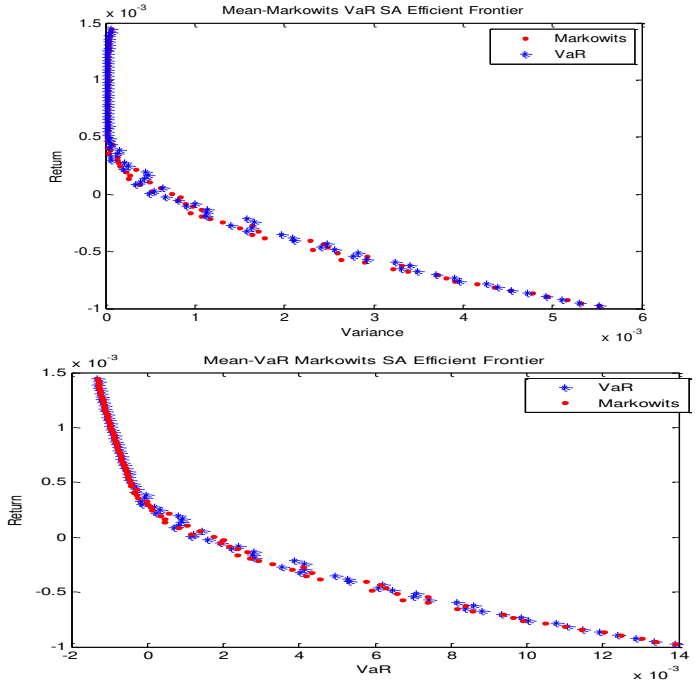
نمودارهای ۱۴و ۱۵. مرزهای کارایی الگوی مارکویتز و الگوی ارزش در معرض ریسک پارامتریک با استفاده از تابع محلی *fmincon*

نتایج

همان‌طور که مشخص است، در این دو نمودار کارایی، مرزهای کارایی "ارزش در معرض ریسک" بالاتر از مرزهای کارایی "مارکویتز" قرار گرفته است. اما این به معنای کارایی بالاتر

ارزش در معرض ریسک نسبت به الگوی مارکویتز نیست و دلیل آن این است که تابع ارزش در معرض ریسک، دارای اکسترمم‌های (حداقل و حداکثر) محلی زیادی است و در نتیجه، روش‌های محلی (از جمله تابع حداقل‌سازی محدودیت‌دار) توانایی بهینه‌سازی کامل آن را ندارد. پس به طور کلی، توابع و روش‌های بهینه‌سازی محلی (از جمله تابع حداقل‌سازی محدودیت‌دار) روش‌های مناسبی برای بهینه‌سازی توابع با تعداد زیادی اکسترمم محلی نیستند.

مقایسه مرزهای کارایی الگوی مارکویتز و الگوی ارزش در معرض ریسک پارامتریک با استفاده از تابع سراسری شبیه‌سازی بازپخت



نمودارهای ۱۶و ۱۷. مرزهای کارایی الگوی مارکویتز و الگوی ارزش در معرض ریسک پارامتریک با استفاده ازتابع محلی *fmincon*

نتایج

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، نمودارهای کارایی در این حالت بر یکدیگر منطبق شده‌اند و در نتیجه مشخص می‌شود که در صورت استفاده از یک روش (یا تابع) سراسری، نتایج بهتری برای توابع با اکسترمم‌های محلی زیاد (همانند ارزش در معرض ریسک) به دست می‌آید. از آنجا که این الگوریتم سراسری، از نظر بهینه‌سازی نقاط بیشتری را برای حداقل‌سازی جستجو کرده است

و مشکلات روش‌های بهینه‌سازی محلی را ندارد، پس نتایج قسمت قبل حاصل از کاربرد روش محلی را رد کرده است. بنابراین، استفاده از هر دو الگوی پارامتریک موجب نتایج یکسانی شده است که تفاوتی با یکدیگر ندارند. دلیل این یکسانی نتایج آن است که هر دو الگو ریسک‌های یکسانی را با توجه به فرض پارامتریک مورد محاسبه قرار داده‌اند و ریسک‌های واقعی در دنباله‌ها توسط هر دو الگو مورد محاسبه قرار نگرفته است.

نتایج کلی

با تحلیل نمودارهایی که از نظر گذشت و همچنین اوزان به دست آمده از فرایندهای بهینه‌سازی، می‌توان به نتایج زیر اشاره کرد :

۱. براساس دیدگاه پارامتریک، تفاوتی در استفاده از الگوهای مارکویتز، ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک احتمالی وجود ندارد، مرزهای کارای آنها بر یکدیگر قرار گرفته و ضرایب بهینه پورتفوی یکسان است؛ بنابراین، نتایج مشابهی را ارائه می‌دهند.

دلیل این امر نیز آن است که با فرض پارامتریک توزیع بازده، زیان‌های دنباله‌ها به طور دقیق محاسبه نشده و کمتر از مقدار واقعی آن برآورد شده است. در نتیجه برای محاسبات اوزان بهینه در این حالت، می‌توان از ساده‌ترین الگو از سه الگو بیان‌شده استفاده کرد. از آنجا که الگوهای ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک احتمالی دارای مفاهیم پیچیده‌تری هستند، اگر هدف سرمایه‌گذار فقط تعیین اوزان بهینه می‌باشد، بهتر است از الگوی مارکویتز استفاده کند. اما در صورتی که هدف سرمایه‌گذار و یا سایر نهادهای مالی و پولی از جمله بانک‌ها و بیمه‌ها به دست آوردن تخمینی از حداکثر زیان مورد توجه آنها و یا به عبارتی محاسبه مقدار عددی ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک احتمالی باشد، استفاده از الگوهای ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک احتمالی علاوه بر ارائه اوزان بهینه، حداکثر ریسک تهدیدکننده سرمایه‌گذار حقیقی یا حقوقی را نیز محاسبه و تعیین می‌کند.

۲. برای کسب نتایج بهتر و دقیق‌تر برای بهینه‌سازی ارزش در معرض ریسک، باید از روش‌های سراسری (همانند شبیه‌سازی بازپخت، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم‌های شبکه‌های عصبی و غیره) و برای بهینه‌سازی ارزش در معرض ریسک احتمالی باید از روش‌های محلی (همانند *fmincon* یا روش‌های گرادیان دیگر) استفاده کرد. به این دلیل که الگوی ارزش در معرض ریسک دارای اکسترمم‌های محلی (حداقل و حداکثر محلی) زیادی است، روش‌های محلی با شروع از نقطه فرضی اولیه در جهت یافتن اولین و نزدیکترین اکسترمم بهینه حرکت می‌کند و در صورت یافتن آن، آن نقطه را به عنوان نقطه بهینه معرفی می‌کند؛ حال

آنکه روش‌های سراسری به صورت تصادفی در تکرارهای زیاد به دنبال یافتن بهترین نقطه اکسترمم می‌باشند و با پرش از نقطه‌ای به نقطه دیگر، سعی در یافتن بهترین و بهینه‌ترین نقطه دارند و جواب‌های بهینه‌ای را ارائه می‌دهد. از آنجا که تابع *fmincon* محلی است و فقط در یافتن نقطه حداقل و یا حداکثر توانایی بالایی دارد، درنتیجه برای یافتن جواب‌های بهینه، الگوی ارزش در معرض ریسک احتمالی نتایج بسیار بهتر و قابل قبول‌تری نسبت به روش‌های سراسری ارائه می‌دهد.

۳. استفاده از تابع حداقل‌سازی محدودیت‌دار جعبه ابزار نرم‌افزار Matlab، بهینه‌سازی را در زمان بسیار کوتاه‌تری نسبت به الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت انجام می‌دهد و در نتیجه اگر هدف سرمایه‌گذار بهینه‌سازی در حداقل زمان ممکن باشد، این روش بهینه‌سازی نسبت به شبیه‌سازی بازپخت ارجحیت دارد.

به طور کلی بهینه‌سازی با استفاده از روش‌های حل برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی نرم‌افزار Matlab نسبت به روش‌های سراسری از جمله شبیه‌سازی بازپخت، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم شبکه‌های عصبی و غیره از نظر زمانی بسیار کوتاه‌تر است.

۴. نتایج تحقیق خانم مریم کریمی [۶] مبنی بر برتری الگوی ارزش در معرض ریسک نسبت به الگوی مارکویتز، مورد تردید قرار می‌گیرد و از این پس توصیه می‌شود برای بهینه‌سازی از روش‌های بهینه‌سازی سراسری در کنار روش‌های محلی نیز استفاده شود تا از صحت نتایج اطمینانی بیش از پیش حاصل شود.

پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آتی

پیشنهاد می‌شود از الگوهای ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک احتمالی برای بودجه‌بندی ریسک و تخصیص منابع مالی مورد نیاز برای پوشش ریسک تهدیدکننده در بانک‌ها، شرکت‌های بیمه و در طراحی سبدهای سرمایه‌گذاری استفاده شود. همچنین می‌توان در قالب طرح تحقیقاتی از الگوی ارزش در معرض ریسک احتمالی برای بهینه‌سازی سایر اوراق بهادار از جمله اوراق قرضه و غیره استفاده کرد. بررسی روش‌های دیگر برنامه‌ریزی تحقیق در عملیات و الگوسازی‌ها جهت بهینه‌سازی و کمینه‌سازی ارزش در معرض ریسک احتمالی نیز می‌تواند مورد تحقیق قرار گیرد.

منابع

۱. اقبال نیا، محمد (۱۳۸۴)، *طراحی مدلی برای مدیریت ریسک سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مفهوم ارزش در معرض ریسک*، پایان‌نامه کارشناسی ارشد مدیریت مالی، دانشگاه شهید بهشتی.

۲. تهرانی، رضا (۱۳۸۶)، *مدیریت سرمایه‌گذاری*، تهران: نگاه دانش.

۳. راعی، رضا. و تلنگی، احمد (۱۳۸۳)، *مدیریت سرمایه‌گذاری پیشرفته*، تهران: سمت.

۴. راعی، رضا. و سعیدی، علی (۱۳۸۵)، *مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک*، تهران: سمت.

۵. حنیفی، فرهاد (۱۳۸۰)، *بررسی میزان ریسک پذیری شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران از طریق سنجه ارزش در معرض خطر*، رساله دکتری مدیریت بازرگانی (گرایش مالی)، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات.

۶. کریمی، مریم (۱۳۸۶)، *بهینه سازی پرتفوی با استفاده از مدل ارزش در معرض خطر VaR در بورس اوراق بهادار تهران*، پایان‌نامه کارشناسی ارشد مدیریت بازرگانی، دانشگاه الزهرا.

7. Acerbi, C., Tasche, D. (2002). *"Expected Shortfall; a natural Coherent alternative to Value at Risk"*. Economic Notes, 31(2), 379-388.

8. Acerbi, C. & Claudia, S. (2008). *"Expected Shortfall as a Tool for Financial Risk Management"*, Working Paper, Abaxbank, Italy.

9. Acerbi, C. (2003). *"Coherent Representations of Subjective Risk Aversion"*. In Proceedings of the Abaxbank 2003 Seminar in Essex University. Retrieved from http://www.essex.ac.uk/ccfea/NewsEvents/seminarsetc/seminars/200607/presentations/Acerbi2.pdf.

10. Anca, M. (2003). *The Efficient Conditional Value-at-Risk/Expected Return Frontier* (M.Sc. Dissertation). The Academy of Economic Studies, Bucharest, Romania.

11. Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., & Heath, D. (1999). *"Coherent Measures of Risk"*. Journal of Mathematical Finance , 9, 203-228.

12. Borca, B. (2005). *Multi-period Constrained Portfolio Optimization Using Conditional Value at Risk* (M.Sc. Thesis), University of Lausanne, Switzerland.

13. Bostrom, P. & Jerker, B. (2005). *"Optimisation-Based Black-Box Testing of Assertions in Simulink Models"*. Techincal Report No.711, Turku Center for Computer Science, Turku, Finland.

14. Courvoisier, N. & Schraner, R. (2005). *Composition of fund of hedge funds A Mean-CVaR allocation with an option-based constraint*. (Unpublished M.Sc. Dissertation). University of Lausanne, Switzerland.

15. Hajizadeh, I. (2007). *"Portfolio Selection with Bounded Loss"*. In the proceedings of the 3rd International Conference on Hedge Funds & 2nd International Workshop on Multi-Attribute Portfolio Selection, Montreal, Canada.

16. Rockafellar, R.T.& Uryasev, S. (2000). *"Optimization of conditional Value-at-Risk"*. Journal of Risk, 2(3), 21–41.

17. Romejn, H.E. & Smith, R. L. (1994). *"Simulated Annealing for Constrained Global Optimization"*. Journal of Global Optimization, 5, 101-126.

18. Saita, F. (2007). *Value at Risk & Bank Capital Management*. New York: Elsevier.
19. Uryasev, S. (2007). *Optimization Using Cv@r* , "Algorithms & Applications, Stochastic Optimization", ESI 6912 Industrial & Manufacturing Engineering Class Notes ,University of Florida , USA.
20. Yamai, Y. & Yoshiba, T. (2002). *"On the Validity of Value-at-Risk: Comparative Analyses with Expected Shortfall"*. Montary and Economic Studies, 20, 57-85.