IIEC 2012
The 8th International Industrial Engineering Conference
هشتمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع
دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران
26 و 27 بهمن 1390

کاربرد تحلیل پوششی داده ها در مکانیابی کارخانه با رویکرد برنامه ریزی چند هدفه

سید عباس حسینی جو[1]، مهدی بشیری [2]، علی جورسرا[3]، حمید داودپور[4]

[1] فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی دانشگاه شاهد؛ hosseinijou@shahed.ac.ir
[2] استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی دانشگاه شاهد؛ bashiri@shahed.ac.ir
[3] دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌های مدیریت، دانشگاه صنعتی امیرکبیر؛ ali.joursara@aut.ac.ir
[4] دانشیار، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌های مدیریت، دانشگاه صنعتی امیرکبیر؛ hamidp@aut.ac.ir

چکیده

به تازگی مفهوم کارایی تسهیلات ، به گونه ای که در تحلیل پوششی داده ها تعریف می شود، به عنوان یکی دیگر از اهداف مکانیابی مطرح شده است تا تاثیر گذاری مکان تسهیلات بر کارایی آنها در سرویس دهی به تقاضا ها نیز در مساله لحاظ شود. با ادغام همزمان تحلیل پوششی داده ها در مساله مکانیابی دو نوع کارایی بهینه می شود. یکی کارایی مکانی که با یافتن الگوی مکانی با حداقل هزینه بر آورده می شود و دیگری کارایی تسهیلات که با امتیازات بدست آمده از تکنیک تحلیل پوششی داده ها برای الگوی منتخب برآورده می شود. در این پژوهش ابتدا مفهوم ادغام کارایی در مسأله مکانیابی تبیین شده است. سپس مدلهای ادغام همزمان تحلیل پوششی داده ها در مکانیابی کارخانه که اخیراً پیشنهاد شده اند تحلیل شده و مطلوبیت آنها به چالش کشیده شده است. در مقابل مدلهای جدیدی با رویکرد ادغام سلسله مراتبی پیشنهاد شده است که نتایج مشابهی را ارائه می کنند در حالیکه معایب مدلهای پیشین را ندارند. عملکرد مدلهای ادغامی با ارائه مثالهایی تشریح شده است.

کلمات کلیدی

مکانیابی کارخانه، تحلیل پوششی داده ها، کارایی، برنامه ریزی چند هدفه

Application of Data Envelopment Analysis in Plant Location with Multiobjective Programming Approach

S.A. Hosseini Jou, M.Bashiri, A. Joursara, H. Davoudpour

ABSTRACT

Recently, the concept of efficiency as defined by data envelopment analysis is used as another location modeling objective to help provide insights into the performance of facilities at different potential sites. By combining the data envelopment analysis (DEA) model with the location problem two types of "efficiencies" are optimized: spatial efficiency - as measured by finding the least cost location and allocation patterns, and the facility efficiency in serving demands - as measured by the data envelopment analysis efficiency score. In this paper, first, the concept of combining efficiency in location problem is discussed. Then simultaneous combination models that were suggested recently are analyzed and their desirability is challenged. In contrast, new models with hierarchical combination approach are proposed which lead in same results without deficiencies of previous models. The proposed model is applied to a small hypothetical data set and the results are analyzed.

KEYWORDS: plant location, data envelopment analysis (DEA), efficiency, multiobjective programming

[i] سید عباس حسینی جو، تهران، چهارراه کالج، خ پورموسی، نبش بن بست آرژانتین، کد پستی 1599681167 تلفن 09355804951

1- مقدمه

در پژوهشهای حوزه مکانیابی، تا کنون انواع زیادی از مسائل مکانیابی – تخصیص بررسی شده اند تا بهترین الگوی مکانی تجهیزات را با توجه به معیارهای مختلفی ازجمله هزینه ، پوشش تقاضا، زمان و ... پیدا کنند. برخی از این مدلها در چهار چوب برنامه ریزی چند هدفه فرموله شده اند تا در بین اهداف نوعا متناقض به تعادلی دست یابندبه تازگی مفهوم کارایی تجهیزات به گونه ای که در تحلیل پوششی داده ها (DEA[1]) مطرح می شود به عنوان یکی دیگر از اهداف مکانیابی مطرح شده است تا تاثیر گذاری مکان تجهیزات بر کارایی آنها در سرویس دهی به تقاضا ها نیز در مساله لحاظ شود[1]. با ادغام تحلیل پوششی داده ها در مساله مکانیابی دو نوع کارایی بهینه می شود. یکی کارایی مکانی– که با یافتن الگوی مکانی با حداقل هزینه توسط تابع هدفهای سابق بر آورده می شود– و دیگری کارایی تجهیزات در سرویس دهی به تقاضاها - که با امتیازات بدست آمده از تکنیک تحلیل پوششی داده ها برای الگوی منتخب برآورده می شود. این رویکرد مخصوصا در جایی مفید است که کارایی تجهیزات و وسایل یکی از معیارهای مهم در انتخاب محل بهینه تجهیزات از نظر تصمیم گیرنده است و مشخصات مکانهای بالقوه برای استقرار تجهیزات ، نظیر دسترسی به نیروی کار ، زیر ساختها و ...تأثیر قابل توجهی بر کارایی آنها در خدمت رسانی به نقاط تقاضا دارد. این فرض مسأله مکانیابی تجهیزات و سنجش کارایی را به هم پیوند می دهد

در پژوهشهای حوزه سنجش کارایی، کاربردهایی از تحلیل پوششی داده ها در ارزیابی کارایی الگوهای مکانی وجود داشته است. مرجع [2] یک مدل تحلیل پوششی داده ها برای سنجش کارایی تصمیمات نموی مکانیابی پیشنهاد کرد. مرجع [2] نیز یک مدل کارایی مکانی برای پشتیبانی از تصمیمات مکانیابی ارائه کردند. مدلهای ناپارامتری در [2] برای ارزیابی کارایی مکانی توسعه داده شده است. همه پژوهشگران فوق الذکر برمبنای مفاهیم معرفی شده توسط [2] عمل کرده و در واقع یافته های آنها را عملیاتی کرده اند. کاربرد دیگری از DEA در زمینه مکانیابی در [2] در مکانیابی تجهیزات بلند مدت پزشکی بوده است. آنها مسأله خود را به عنوان یک ارزیابی مقایسه ای مکانی توصیف کردند و از DEA برای سنجش کارایی نسبی مناطق جغرافیایی جهت استقرار تسهیلات بلند مدت پزشکی استفاده کردند. در مرجع [2] یک سیستم پشتیبان تصمیم برای طراحی مکان مراکز خدماتی ارائه شده است. در این سیستم از DEA برای ارزیابی کارایی شعبه های یک آژانس خدماتی استفاده می شود. امتیازات بدست آمده از DEA در یک مدل برنامه ریزی مختلط عدد صحیح وارد می شود تا معلوم شود کدام شعبه باید باز شود و چه ظرفیتی باید بدان تخصیص یابد. کاربردهایی که در فوق اشاره شد بیشتر در ادبیات اقتصاد و کارایی سنجی بوده است و صرفاً از DEA برای ارزیابی کارایی مکانهای مختلف استفاده شده است. یعنی از مدلهای ریاضی مکانیابی که در ادبیات پژوهشهای مکانیابی توسعه داده شده است استفاده نشده است. لذا تا کنون این دو معیار کارایی (کارایی مکانی و کارایی تجهیزات) بطور جداگانه در ادبیات مکانیابی و اقتصاد بطور گسترده مطالعه شده است. این در حالی است که مدلهای مکانیابی و مدلهای تحلیل پوششی داده ها می توانند مکمل هم باشند و به همراه هم اطلاعات بیشتری برای تصمیمات مکانیابی فراهم کنند. در ادامه کاربردهای DEA در مکانیابی را با رویکردی که دو شاخص مذکور را در کنار هم در مسأله مکانیابی در نظر می گیرد مرور می کنیم.

مسأله مکانیابی تجهیزات ناخوشایند با ادغام تحلیل پوششی داده ها در مرجع [2] حل شده است. مسأله مکانیابی تخصیص با رویکرد تحلیل پوششی داده ها در [12] بررسی شد. اخیراً در مقاله ارائه شده در مرجع [2] این دو هدف بطور همزمان برای مسأله مکانیابی کارخانه بکار رفته است. یعنی این مسأله مکانیابی با دو هدف کارایی مکانی(با تابع هدف حداقل هزینه) و کارایی تجهیزات (شاخص DEA) مدلسازی و حل شده است. این رویکرد را رویکرد برنامه ریزی چند هدفه می نامیم. آنها دو حالت متداول از مسأله مکانیابی کارخانه را بررسی کردند. مکانیابی کارخانه بدون محدودیت ظرفیت که در ادبیات مکانیابی به UPLP[2] مشهور است و دیگری مکانیابی کارخانه با محدودیت ظرفیت که در ادبیات مکانیابی به CPLP[3] مشهور است. در این پژوهش ابتدا مفهوم ادغام کارایی در مسأله مکانیابی تبیین شده است. سپس مدل ادغام همزمان تحلیل پوششی داده ها در مکانیابی کارخانه با محدودیت ظرفیت که در مرجع [2] پیشنهاد شده اند تحلیل شده و مطلوبیت آنها به چالش کشیده شده است. در مقابل مدلهای جدیدی با رویکرد ادغام سلسله مراتبی پیشنهاد شده است که نتایج مشابهی را ارائه می کنند در حالیکه معایب مدلهای پیشین را ندارند. عملکرد مدلهای ادغامی با ارائه مثالهایی تشریح شده است. در پایان نتیجه گیری شده و پیشنهاداتی برای تحقیقات آتی داده شده است.

2- پیش زمینه ها

2-1- معرفی مدل مکانیابی کارخانه

مدل مکانیابی کارخانه بدون محدودیت ظرفیت

مدل برنامه ریزی ریاضی مسألهUPLP به صورت زیر است:

$$\min \quad \sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L} c_{kl} D_l t_{kl} + \sum_{k=1}^{K} F_k t_k$$

$$s.t: \quad \sum_{k=1}^{K} t_{kl} = 1 \qquad \forall l,$$

$$t_{kl} \le t_k \qquad \forall k,l,$$

$$t_{kl}, t_k = 0,1.$$

c_{kl}، هزینه حمل هر واحد کالا در واحد مسافت، D_l، مقدار تقاضای گره l و F_k، هزینه ثابت تأسیس یک کارخانه در سایت k است. t_k متغیر صفر و یک مربوط به تأسیس یا عدم تأسیس کارخانه در سایت k است. t_{kl} متغیر صفر ویکی است که نشان دهنده تخصیص یا عدم تخصیص کارخانه احداثی در سایت k به تقاضای گره l است. جمله اول در تابع هدف، مقدار هزینه حمل و نقل و جمله دوم، مقدار هزینه ثابت ناشی از یک الگوی مکانیابی – تخصیص را می دهد. محدودیت اول می گوید تقاضای هر گره دقیقاً باید توسط یک کارخانه تأمین شود. این بخاطر نا محدود بودن ظرفیت کارخانه است. محدودیت دوم می گوید تا کارخانه ای احداث نشده است نباید به تقاضایی تخصیص داده شود.

2-2- معرفی مدل تحلیل پوششی داده ها

تحلیل پوششی داده ها توسط Charnes, Cooper , Rhodes [2]بر اساس ایده Farell [2] ابداع شد که با تخمین کارایی فنی و تعیین مرز کارا سر و کار دارد . بر همین اساس مدل پایه ای تحلیل پوششی داده ها را مدل CCR نیز می گویند. تحلیل پوششی داده ها یک روش نا پارامتری برای سنجش کارایی نسبی گزینه های مختلف (واحدهای تصمیم گیری یا DMU[4]) است که وظایف مشابهی را در یک سیستم انجام می دهند و با مصرف چند ورودی، چند خروجی تولید می کنند. [2]

کارایی k امین DMU ، E_k ، با حل برنامه ریزی خطی زیر بدست می آید:

$$\max E_k = \sum_{r=1}^{s} u_{rk} y_{rk}$$

$$s.t. \quad \sum_{i=1}^{m} v_{ik} x_{ik} = 1,$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_{rk} y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_{ik} x_{ij} \le 0, \quad j = 1,\ldots,n$$

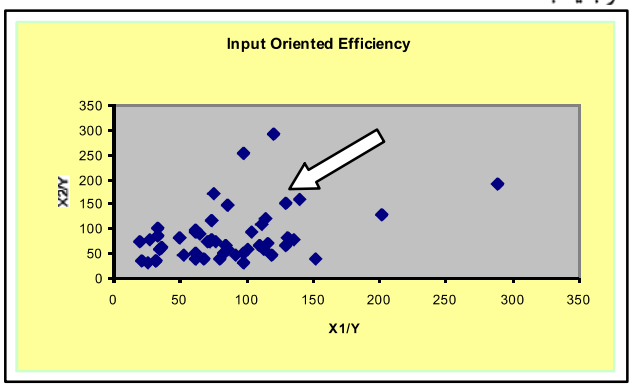
$$u_{rk}, v_{ik} \ge 0, \quad \forall i, r$$

در فرمول بندی فوق، s, m, n به ترتیب بیانگر تعداد DMU ها، تعداد ورودی ها و تعداد خروجی ها هستند. دقت کنید که در فرمول بندی DEA متغیرهای تصمیم، وزنهای ورودی و خروجی مربوط به DMUشماره k یعنی u_{rk}, v_{ik} و پارامترها، مقادیر ورودی و خروجی برایDMU شماره j یعنی x_{ij} , y_{rj} است. برنامه هایی مشابه برای سایر DMU ها بطور متوالی حل می شود تا کارایی بهینه و مجموعه وزنها برای هر DMU بدست آید.

3- تجزیه و تحلیل

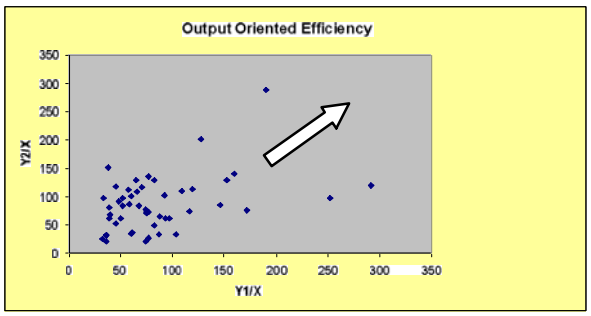
3-1- مفهوم ادغام کارایی در مکانیابی

منظور از افزایش کارایی، افزایش بهره وری است. در مسأله مکانیابی کارخانه می خواهیم تخصیصهایی را انتخاب کنیم که بهره وری بالاتری نسبت به بقیه دارند. یعنی با صرف ورودی کمتر، خروجی بیشتری تولید می کنند. با دو رویکرد می توان به افزایش بهره وری نگاه کرد. اگر از رویکرد ورودی محور نگاه کنیم واحدهای با بهره وری بالا واحدهایی هستند که در سطح یکسانی از خروجیها، نسبت به بقیه واحدها، ورودی کمتری مصرف می کنند. شکل (1) نشان دهنده این حالت است. نقاط روی شکل واحدهای تصمیم گیری (DMU) هستند که همان تخصیص های ممکن از سایتها به نقاط تقاضا می باشند. هر تخصیص دارای یک خروجی و دو ورودی و در نتیجه دارای دو بهره وری جزئی است. یکی بهره وری ورودی اول یعنی X_1/Y و دیگری بهره وری ورودی دوم یعنی X_2/Y . پیکان روی نمودار جهت بهینه سازی را نشان می دهد. یعنی مدل مکانیابی با دو هدف کارایی و هزینه باید سعی کند با ارضای محدودیتها، تخصیصهایی را انتخاب کند که تا حد امکان به مبدأ مختصات نزدیکتر باشند. یعنی تخصیصهایی که میزان ورودی مصرف شده آنها بازای تولید هر واحد خروجی کمتر از بقیه باشد.



شکل (1): افزایش بهره وری با رویکرد ورودی محور

اگر از رویکرد خروجی محور به مسأله نگاه کنیم واحدهای با بهره وری بالا واحدهایی هستند که در سطح یکسانی از ورودیها، نسبت به بقیه واحدها، خروجی بیشتری تولید می کنند. شکل (2) نشان دهنده این حالت است. هر تخصیص دارای یک ورودی و دو خروجی و در نتیجه دارای دو بهره وری جزئی است. یکی بهره وری خروجی اول یعنی Y_1/X و دیگری بهره وری خروجی دوم یعنی Y_2/X . پیکان روی نمودار به این معنی است که مدل مکانیابی دو هدفه باید سعی کند با ارضای محدودیتها، تخصیصهایی را انتخاب کند که تا حد امکان از مبدأ مختصات دورتر باشند. یعنی تخصیصهایی که میزان خروجی تولید شده آنها بازای مصرف هر واحد ورودی بیشتر از بقیه باشد.



شکل (2): افزایش بهره وری با رویکرد خروجی محور

3-2- مطلوبیت ادغام همزمان مدلهای DEA در مسأله مکانیابی کارخانه

3-2-1- مدل ادغام همزمان UFSD

در این بخش می خواهیم مدل ادغامی [2] را تبیین کنیم. یعنی می خواهیم بررسی کنیم که این مد در ارائه بهترین الگوی مکانیابی- تخصیص آنطور که در بخش (3-1) گفتیم چقدر مفید است، آیا ما ناچار به این شکل ادغام هستیم و آیا شکل دیگری برای اغام کارایی در مکانیابی وجود دارد یا نه. برای اینکه بحث دقیقتر باشد. مدل ادغامی مکانیابی کارخانه بدون محدودیت ظرفیت و فرم مضربی مدل CCR ورودی محور که در مرجع [1] به نام **UFSD** نامگذاری شده را در نظر بگیرید:

$$\max \quad \sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}(1-d_{kl})$$

$$\min \quad \sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}c_{kl}D_l t_{kl} + \sum_{k=1}^{K}F_k t_k$$

$$s.t:$$

$$\sum_{k=1}^{K} t_{kl} = 1 \qquad \forall l,$$

$$t_{kl} \le t_k \qquad \forall k,$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_{ikl}\, c_{ikl} = t_{kl} \qquad \forall k,l,$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_{rkl} y_{rkl} + d_{kl} = t_{kl} \qquad \forall k,l,$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_{rkl} y_{rpq} - \sum_{i=1}^{m} v_{ikl} x_{ipq} \le 0 \qquad \forall k,l,p,q; k \ne p, l \ne q$$

$$u_{rkl} \ge \varepsilon' \qquad \forall k,l,r,$$

$$v_{ikl} \ge \varepsilon' \qquad \forall k,l,i,$$

$$t_{kl}, t_k = 0,1 \qquad \forall k,l\,;\forall k$$

$$d_{kl}, u_{rkl}, v_{ikl} \ge 0 \qquad \forall k,l,r\,;\forall k,l,i$$

این مدل به این طریق عمل می کند: در هر تکرار از الگوریتم جستجوی فضای جواب [که برای حل این مدلها استفاده می شود] یک الگوی مکانیابی- تخصیص بگونه ای که محدودیتها را برآورده کند انتخاب می شود. یعنی یک جواب شدنی انتخاب می شود. سپس مقدار هزینه این الگو محاسبه می شود. آنگاه بازای هر تخصیص انتخاب نشده یک عدد 1 در تابع هدف اول لحاظ می شود. همچنین بازای تخصیصهای انتخاب شده ، تابع هدف اول بصورت

$$\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}(1-d_{kl}) = \sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}(t_{kl}-d_{kl}) = \sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\sum_{s=1}^{s} u_{rkl} y_{rkl}$$

در می آید که همان مجموع موزون خروجی ها است. پس در واقع برای تخصیصهای انتخاب شده یک مدل تحلیل پوششی داده ها حل می شود. یعنی مقدار کارایی نسبی تخصیصهای انتخابی نسبت به یکدیگر محاسبه می شود. یعنی بهترین تخصیصهای انتخابی مرز کارا را تشکیل می دهند و کارایی سایر تخصیصهای انتخابی نسبت به این مرز کارا محاسبه می شود. این کار آنقدر ادامه پیدا می کند تا الگویی با کمترین هزینه و بیشترین کارایی انتخاب شود.

می توانیم نحوه عمل مدل فوق را ادغام همزمان دو مدل مکانیابی پوششی داده ها و مکانیابی را ادغام کنیم؟ مگر هدف ما انتخاب تخصیصهای با کارایی بالا نیست؟ برای این کار لزومی به ادغام همزمان دو مدل نیست. یعنی لزومی ندارد همزمان با انتخاب یکسری از تخصیصها به عنوان جواب شدنی، کارایی آنها را محاسبه کنیم. بجای آن می توان کارایی همه تخصیصهای ممکن را در مدلهای جداگانه ای حساب کرد و به صورت یک پارامتر که خصوصیت تخصیصها را نشان می دهد در مدل وارد کرد. یعنی یک تابع هدف جدید به مدل مکانیابی اضافه کنیم که سعی کند مجموع کارایی تخصیصهای انتخابی را ماکزیمم کند. این کار به مدل ادغامی جدیدی می انجامد که ما آنرا ادغام سلسله مراتبی دو مدل مکانیابی و تحلیل پوششی داده ها می نامیم. این مدل در ادامه برای حالت مکانیابی با محدودیت ظرفیت آمده است.

3-2-2- مدل جدیدی برای ادغام سلسله مراتبی DEA در مسأله مکانیابی کارخانه

فرض کنید θ_{kl} میزان کارایی محاسبه شده توسط DEA برای واحد تصمیم گیری(تخصیص) kl باشد. مدل ادغام سلسله مراتبی کارایی در مکانیابی که ما پیشنهاد می کنیم برای حالت بدون محدودیت ظرفیت بصورت زیر است.

UPLP/DEA Hierarchical Combination Problem (UDHCP)

$$\max \quad \sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\theta_{kl}\, t_{kl}$$

$$\min \quad \sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}c_{kl} t_{kl} + \sum_{k=1}^{K}F_k t_k$$

$$s.t: \quad \sum_{k=1}^{K} t_{kl} = 1 \qquad \forall l,$$

$$t_{kl} \le t_k \qquad \forall k,l$$

$$t_{kl}, t_k = 0,1.$$

مدل فوق یک مدل برنامه ریزی خطی صفر و یک است. در این

مدل تعداد تخصیصهای انتخابی، ثابت و برابر تعداد نقاط تقاضا یعنی L است. تابع هدف اول سبب می شود مدل الگویی را به عنوان جواب بهینه انتخاب کند که مجموع کارایی تخصیصهای آن الگو ماکزیمم شود..

3-2-3- مقایسه مدلهای ادغام سلسله مراتبی و همزمان

✓ **مقایسه منطق عملیاتی**

نحوه عمل مدلهای سلسله مراتبی ما (یعنی UDHCP و CDHCP) با مدلهای ادغامی همزمان ارائه شده در [1] (یعنی UFSD و CASD) یک تفاوت اساسی دارد. در مدلهای سلسله مراتبی، مقادیر کارایی تخصیصها، یکبار و آنهم بطور جداگانه بر اساس حضور همه تخصیصهای ممکن محاسبه می شود. امتیازات θ_{kl} که بطور مجزا حساب می شوند را همواره می توان به عنوان ملاک خوبی تخصیصها استفاده کرد. زیرا هر تخصیص با بهترینهای موجود (یعنی با مرز کارای کل تخصیص ها) مقایسه می شود. یعنی θ_{kl} در سخت ترین شرایط و با حضور همه تخصیصهای رقیب بدست می آید و نشان دهنده مقدار کارایی تخصیص kl در سخت ترین شرایط است و اگر کارایی تخصیص kl را در زیر مجموعه ای از تخصیصهای موجود محاسبه کنیم قطعاً از این مقدار کمتر نخواهد شد. لذا اگر θ_{kl} عددی نزدیک 1 باشد به جرأت می توانیم بگوییم که از نظر کارایی تخصیص خوبی است. از آنجا که هدف ما انتخاب تخصیصهای با کارایی بالا (و البته هزینه پایین) است، لذا عملکرد مدل ما منطقی است.

اما در مدلهای ادغامی همزمان در هر تکرار از الگوریتم جستجو، مقدار کارایی تخصیصهای الگوی انتخاب شده بر اساس همان تخصیصهای حاضر در الگو محاسبه می شود. یعنی هر تخصیص با بهترین های الگوی انتخابی (یعنی با مرز کارای الگوی انتخابی) مقایسه می شود. لذا از لحاظ تئوری این اشکال وارد می شود که ممکن است علیرغم اینکه تخصیصهای انتخابی نسبت به یکدیگر کارایی بالایی داشته باشند ولی نسبت به کل تخصیصهای ممکن کارایی بالایی نداشته باشند. یعنی در کل تخصیصهای خوبی نباشند و فقط در یک زیر مجموعه از تخصیصها خوب باشند.

در مدل UDHCP هر تخصیص با بهترین تخصیص در بین کل تخصیصها (یعنی با مرز کارای کل داده ها) مقایسه می شود ولی در UFSD هر تخصیص با بهترین تخصیص در الگوی انتخابی (یعنی با مرز کارای الگوی انتخابی) مقایسه می شود. از آنجا که مقایسه یک واحد با مرز کارای کل داده ها سخت گیرانه تر از مقایسه آن با هر مرز کارای دیگری است که از زیر مجموعه ای از داده ها بدست آمده باشد لذا مقادیر کارایی که برای یک الگوی مشخص، از مدل UDHCP بدست می آید اندکی کمتر از مقادیر کارایی است که از حل مدل UFSDبدست می آید . به بیان دیگر مدل UDHCP از حیث ارزیابی کارایی سخت گیر تر از مدل UFSD است. البته تفاوت در مقادیر کارایی چندان زیاد نیست .

✓ **مقایسه عملکرد محاسباتی**

مطالب فوق اثبات می کند که مدلهای پیشنهادی این مقاله قادر هستند مشابه مدلهای ارائه شده در [1] عمل کنند اما نکته دیگر این است که مدلهای پیشنهادی این مقاله ساده تر اند و از نظر محاسباتی به صرفه ترمی باشند. برای مقایسه کارایی محاسباتی دو مدل همزمان و سلسله مراتبی لازم است کمی بیشتر به تشریح پیچیدگی مدلها بپردازیم. در مدل همزمان UFSD تعداد محدودیت ها (شامل محدودیتهای کارکردی و محدودیت علامت و صرفنظر از محدودیت صفر و یک) از رابطه $L+(3+2s+2m)KL+KL(K-1)(L-1)$ بدست می آید. برای مثال ذکر شده در این بخش با ابعاد $s=1, m=2, K=5, L=10$ تعداد محدودیتها برابر 2260 است. برای مثال ذکر شده در مقاله [1] که ابعاد $s=3, m=4, K=7, L=15$ دارد تعداد محدودیتها برابر 10620 است. از رابطه فوق معلوم است که ابعاد مسأله، تابعی درجه دوم از تعداد سایتها و نقاط تقاضا است. لذا پیچیدگی محاسباتی مدل ادغامی UFSD با افزایش تعداد سایتهای کاندیدا و نقاط تقاضا به سرعت و بطرز چشمگیری افزایش می یابد. مدل CASD نیز پیچیدگی مشابهی دارد. برای مسائل با ابعاد بزرگ این پیچیدگی می تواند سبب طولانی شدن زمان حل شود. این در حالی است که مدلهای ادغامی ما، نسبت به مدلهای مکانیابی، فقط یک تابع هدف اضافه تر دارد. تعداد محدودیتهای کارکردی مدل UDHCP از رابطه $L+KL$ بدست می آید که برای مثال ذکر شده در این بخش برابر 60 و برای مثال ذکر شده در مقاله [1] برابر 120 است. این مقادیر به ترتیب برابر 2 و 1 درصد تعداد محدودیتهای مدل UFSD برای مسائل مذکور است. البته قبل از حل مدل ادغامی باید کارایی همه تخصیصها را حساب کنیم. برای این کار چند راه وجود دارد. یکی اینکه به تعداد تخصیصهای ممکن، مدل DEA حل شود تا کارایی همه تخصیصها محاسبه شود. این کار کمی وقت گیر است. دومین راه این است که یک مدل DEA تجمیع شده را برای محاسبه کارایی همه تخصیصها استفاده کنیم. نتیجه حل مدل تجمیع شده با نتایج حل مدلهای جداگانه برای هر DMU یکسان است. این راه صرفه جویی خوبی در وقت است. سومین راه این است که از نرم افزارهای خاصی که برای DEA طراحی شده است استفاده کنیم که محاسبه کارایی را به سرعت میسر می کنند. وقتی کارایی محاسبه شد به عنوان یک داده ورودی به مدل ادغامی سلسله مراتبی وارد می شود. مدل ادغامی ساده است و حتی برای مسائل بزرگ مقیاس نیز از کارایی محاسباتی خوبی بر خوردار است.

4- مثالها

4-1- معرفی مسأله

در این بخش یک مسأله فرضی را معرفی می کنیم. این مسأله شامل 5 سایت کاندیدا برای احداث کارخانه و 10 نقطه تقاضا می باشد. علت انتخاب این تعداد سایت و نقطه تقاضا این است که مسأله خیلی بزرگ نشود تا ارائه و تحلیل نتایج با دشواری روبرو نباشد. در جدول (1)

مختصات دقیق سایتهای کاندیدا و نقاط تقاضا در سطر ها و ستونهای x و y آمده است. فاصله سایتهای کاندیدا و نقاط تقاضا از یکدیگر در محل تقاطع سطر و ستون نظیر آنها نوشته شده است. فرض کرده ایم که حمل و نقل کالا بین سایتها و نقاط تقاضا در خطوط مستقیم صورت می گیرد. لذا فواصل نوشته شده در جدول از نوع اقلیدوسی هستند. c_{kl} هزینه حمل واحد کالا از سایت k به تقاضای l است که از حاصلضرب هزینه حمل واحد کالا در واحد مسافت در مقدار فاصله سایت k از تقاضای l بدست می آید . با این فرض که هزینه حمل واحد کالا در واحد مسافت برابر یک است c_{kl} برابر فاصله سایت k از تقاضای l خواهد شد. لذا مقادیر فواصل را به عنوان پارامتر c_{kl} در مدلهای مکانیابی در نظر می گیریم. سطر آخر جدول، مقدار تقاضای هر گره تقاضا (D_l) را نوشته و ستون آخر جدول، هزینه ثابت تأسیس کارخانه در سایت نظیر (F_k) را نشان می دهد. ما از رویکرد ورودی محور استفاده می کنیم و فرض می کنیم که هر کارخانه دو ورودی مصرف می کند و یک خروجی تولید می کند. مقادیر ورودی و خروجی در جدول (2) آمده است.

4-2- حل مدل DEA و محاسبه امتیازات کارایی

به منظور اینکه مدل UDHCPرا حل کنیم و نتایج آن را با نتایج حل مدل همزمان نظیر یعنی UFSD مقایسه کنیم نیاز به مقادیر کارایی داریم. با استفاده از مقادیر ورودی/ خروجی در جدول(2) می توانیم مدل CCR ورودی محور را حل کرده و مقادیر کارایی را محاسبه کنیم. این مقادیر در جدول (3) نشان داده شده است. مقدار کارایی هر تخصیص در محل تقاطع سطر و ستون مربوطه نوشته شده است. همانطور که می بینید سه تخصیص (8-3) ، (10-3) و (9-5) کارایی برابر 1 دارند و لذا از نظر فنی کارا هستند. این سه تخصیص مرز کارا را شکل می دهند. شکل (3) مرز کارای داده ها را نشان می دهد.

4-3- حل مدل دو هدفه به روش LP Metric

فرض کنید در مدل ادغام سلسله مراتبی UDHCP، تابع هدف کارایی را با f_1 و تابع هدف هزینه را با f_2 نشان بدهیم. ابتدا تابع هدف کارایی و هزینه را بطور جداگانه با محدودیتهای مسأله در نظر می گیریم و مقدار تابع هدف ایده آل هر یک را حساب می کنیم. $f_1^* = 7.7$ و $f_2^* = 3414$ بدست می آید. حال باید تابع سازشی را شکل بدهیم. ما تابع سازشی را بازای $p = 1$ می نویسیم. ما وزنهای مختلفی را برای دو هدف در نظر می گیریم تا جوابهای مؤثر متنوعی را ارائه کنیم. وزنها را بصورت نرمال شده در نظر می گیریم یعنی $w_1 + w_2 = 1$. ضمناً چون تابع هدف هزینه باید مینیمم شود لذا در تابع سازشی باید با علامت منفی نوشته شود. در نهایت مسأله تک هدفه می نیمم سازی تابع سازشی را تحت محدودیتهای مسأله حل می کنیم. نتایج حل مدل UFSD در جدول (4) و نتایج حل مدلUDHCP در جدول (5) آمده است. از مقایسه نتایج دو جدول مذکور معلوم می شود که هر دو مدل UDHCP و UFSD در دو وضعیت ایده آل نتایج یکسانی ارائه می کنند. یعنی الگوی ماکزیمم کارایی و الگوی می نیمم هزینه در هر دو مدل یکسان است. ولی جوابهای نا مغلوب دو هدفه ممکن است در دو مدل با یکدیگر تفاوت داشته باشد یک تفاوت در مقادیر کارایی است که دو مدل می دهند. به عنوان مثال اگر چه الگوی می نیمم هزینه (ستون اول جدول) در هر دو مدل یکسان است ولی جمع کارایی تخصیصهای انتخابی در مدل UDHCP برابر 5.06 است و در مدل UFSD برابر 5.29 است. علت این امر در بخش قبل تبیین شد.

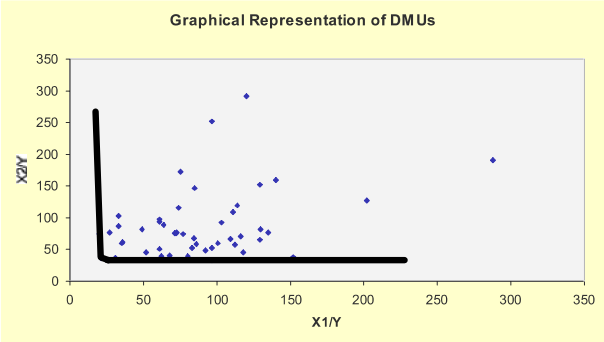
رفتار متعارض دو هدف کارایی و هزینه از روند موجود در جداول فوق مشهود است. الگویی که کمترین هزینه را دارد، بیشترین ناکارایی (کمترین کارایی) را دارد و برعکس الگویی که کمترین ناکارایی (بیشترین کارایی) را دارد ، بیشترین هزینه را دارد. به بیان دیگر برای داشتن کارایی بیشتر مجبوریم هزینه بیشتری بپردازیم. تعداد تخصیصهای انتخابی همواره ثابت و برابر تعداد نقاط تقاضا یعنی 10 است. اما با افزایش توجه به کارایی تعداد سایتهای انتخابی افزایش می یابد. علت این پدیده این است که در مسأله تحت بررسی، همه سایتها دارای یک یا چند تخصیص خوب با کارایی بالا هستند. لذا در راستای ماکزیمم کردن کارایی، سعی می شود سایتهای بیشتری انتخاب شود تا امکان انتخاب تخصیصهای خوب فراهم شود.

5- جمع بندی و نتیجه گیری

در این پژوهش کاربرد تحلیل پوششی داده ها در مسأله مکانیابی کارخانه مورد بحث و بررسی قرار گرفت. ثابت شد که ادغام همزمان مدل تحلیل پوششی داده ها و مدل مکانیابی کارخانه به نحوی که در مقاله [1] آمده است مطلوب نیست. چرا که ما مدل ساده تری تحت عنوان ادغام سلسله مراتبی کارایی در مکانیابی ارائه کردیم که قادر است نتایج مشابه را با محاسبات کمتری بدهد. پس در واقع ادغام همزمان تحت شرایط گفته شده ضروری نیست.

سؤالی که پیش می آید این است : آیا شرایطی وجود دارد که که ادغام همزمان مدل تحلیل پوششی داده ها و مدل مکانیابی کارخانه ضرورت پیدا کند؟ تا وقتی که بتوانیم کارایی واحدهای تصمیم گیری را بطور مجزا حساب کنیم ادغام سلسله مراتبی نیز امکان پذیر است. محاسبه کارایی صرفا به معلوم بودن مقادیر ورودی و خروجی برای واحدهای تصمیم گیری بستگی دارد. لذا تا وقتی که مقادیر ورودی و خروجی واحدهای تصمیم گیری در مدل، از پیش معلوم یا برونزا است، محاسبه جداگانه کارایی و ادغام سلسله مراتبی کارایی در مکانیابی امکان پذیر است. اما چنانچه مقادیر ورودی یا خروجی واحدهای تصمیم گیری مجهول یا درونزا باشد این کار امکان پذیر نیست. در اینصورت ما مجبوریم از ادغام همزمان استفاده کنیم. در مکانیابی بدون محدودیت ظرفیت (UPLP) میزان ارسالی محصول نهایی از کارخانه k به تقاضای l - در صورت تخصیص- برابر میزان تقاضای

آن نقطه یعنی D_l است که یک پارامتر است و باید برآورد شود. پس مقدار خروجی نیز پارامتر معلوم خواهد شد و متغیر مجهول نیست. پس در مدل UPLP اساسا مقادیر ورودی و خروجی پارامترهایی هستند که باید از قبل برآورد شوند یعنی برونزا هستند. لذا همیشه ادغام سلسله مراتبی کارایی در مدل UPLP امکان پذیر است و ادغام همزمان آن ضروری نیست. اما در مکانیابی با محدودیت ظرفیت کارخانه (CPLP) میزان ارسالی محصول نهایی از کارخانه k به تقاضای l متغیر مجهول است که اگر از آن به عنوان خروجی کارخانه استفاده کنیم محاسبه کارایی موکول به حل مدل مکانیابی می شود که ادغام همزمان را ایجاب می کند. مدلسازی این وضعیت می تواند یکی از زمینه های تحقیقات آتی باشد.



شکل (3). مرز کارای داده ها

6- ضمائم

جدول (1). اطلاعات مربوط به نقاط تقاضا و سایتهای کاندیدا

		Demand Node												
	Distance	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	x	y	Fixed Cost
	1	4.1	5.0	4.2	7.0	15.0	12.6	20.6	8.2	10.4	14.3	6	16	200
	2	12.0	7.1	15.6	5.6	5.0	8.1	14.4	15.0	19.8	17.7	17	20	320
Site	3	12.7	8.9	11.2	5.1	9.2	4.1	11.4	6.7	12.1	8.2	14	11	400
	4	16.1	15.3	9.8	13.4	19.1	13.6	18.4	4.1	4.5	5.1	7	4	230
	5	20.0	16.6	16.6	12.6	13.6	8.1	8.9	9.8	14.1	5.1	17	4	350
	x	5	10	3	13	21	18	25	8	3	12			
	y	20	19	13	16	17	12	8	8	6	3			
	Demand	50	43	21	107	26	55	20	49	86	49			

جدول (2). مقادیر ورودی و خروجی سایتهای کاندیدا

		Demand									
	Input 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	82	56	127	141	72	144	127	141	82	90
	2	153	60	107	43	77	139	122	144	95	95
Site	3	131	65	107	158	80	144	51	38	53	26
	4	131	55	99	46	77	48	87	144	72	34
	5	105	55	94	165	51	119	51	41	27	95

	Input 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	51	146	72	53	77	95	80	48	51	95
	2	77	146	72	73	80	82	120	78	46	149
Site	3	117	99	112	100	77	87	158	48	46	95
	4	67	63	117	105	63	82	120	36	115	95
	5	55	63	107	100	85	95	134	70	46	55

	Output	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	132	58	94	119	102	50	63	146	99	124
	2	119	50	124	119	107	137	110	149	119	129
Site	3	127	107	94	122	104	132	154	149	102	129
	4	117	175	77	61	127	137	137	95	119	124
	5	114	175	67	142	104	142	154	48	129	139

جدول (3). مقادیر کارایی فنی برای تخصیصها

		Demand									
	Efficiency	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	0.8	0.2	0.39	0.65	0.42	0.16	0.24	0.88	0.6	0.41
	2	0.45	0.17	0.53	0.58	0.42	0.5	0.29	0.56	0.78	0.3
Site	3	0.34	0.37	0.26	0.36	0.43	0.45	0.59	1	0.7	1
	4	0.52	0.89	0.21	0.27	0.63	0.6	0.38	0.75	0.36	0.73
	5	0.63	0.89	0.2	0.42	0.43	0.46	0.6	0.24	1	0.77

جدول (4): نتایج حل مدل UFSD

وزن تابع هدف کارایی	0	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9	1
وزن تابع هدف هزینه	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0.1	0
تعداد سایتهای انتخابی	3	3	3	3	3	3	5
تعداد تخصیصهای انتخابی	10	10	10	10	10	10	10
جمع کارایی تخصیصهای انتخابی	5.29	5.29	5.29	5.29	5.54	5.54	7.7
متوسط کارایی در الگوی انتخابی	0.53	0.53	0.53	0.53	0.55	0.55	0.77
حداقل کارایی در الگوی انتخابی	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.53
جمع هزینه های ثابت	830	830	830	830	830	830	1500
جمع هزینه های حمل	2584	2584	2584	2584	2584	2736	5304
جمع کل هزینه ها	3414	3414	3414	3414	3566	3566	6804

جدول (5): نتایج حل مدل UDHCP

وزن تابع هدف کارایی	0	0.2	0.53	0.54	0.6	0.8	0.9	1
وزن تابع هدف هزینه	1	0.8	0.46	0.46	0.4	0.2	0.1	0
تعداد سایتهای انتخابی	3	3	3	3	3	3	4	5
تعداد تخصیصهای انتخابی	10	10	10	10	10	10	10	10
جمع کارایی تخصیصهای انتخابی	5.06	5.06	5.06	5.31	6.27	7.21	7.56	7.7
متوسط کارایی در الگوی انتخابی	0.50	0.50	0.50	0.53	0.63	0.72	0.75	0.77
حداقل کارایی در الگوی انتخابی	0.2	0.2	0.2	0.2	0.36	0.39	0.39	0. 53
جمع هزینه های ثابت	830	830	830	830	830	950	1180	1500
جمع هزینه های حمل	2584	2584	2584	2711	3306	4341	5065	5304
جمع کل هزینه ها	3414	3414	3414	3541	4136	5291	6245	6804

مراجع

[1] Ronald K. Klimberg;Samuel J. Ratick.; " *Modeling data envelopment analysis (DEA) efficient location allocation decision*", Computers & Operations Research, Volume 35, Issue 2, p.p. 457-474, 2008.

[2] Desai A, Storbeck JE. A.; " *data envelopment analysis for spatial efficiency*",Computers, Environment, and Urban Systems;14:1,45–56, 1990.

[3] Desai A, Haynes K, Storbeck JE. A; "*spatial efficiency for the support of location decision*",In:Charnes A, Cooper WW, Lewin A, Seiford L, editors. Data envelopment analysis: theory, methodology and applications. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 235–51, 1995.

[4] Athanassopoulos AD, Storbeck JE. "*Non-parametric models for spatial efficiency*", The Journal of Productivity Analysis;6:225–45, 1995.

[5] Fisher H, Rushton G. "*Spatial efficiency of service locations and the regional development process*", Regional Science Association ,42:83–97, 1979.

[6] Shroff HE, Gulledge TR, Haynes KE. " *Siting efficiency of long-term health care facilities*", Socio-Economic Planning Sciences,32(1):25–43, 1998.

[7] Ram Narasimhan, Srinivas Talluri, Joseph Sarkis, Anthony Ross. " *Efficient service location design in government services: A decision support system framework*", Journal of Operations Management, 23 , 163–178, 2005.

[8] Thomas P, Chan Y, Lehmkuhl L, NixonW. "*Obnoxious-facility location and data envelopment analysis: a combined distance-based formulation*". European Journal of Operation Research 2002;141(3):495–514.

[9] Charnes A, Cooper WW, Rhodes E. " *Measuring efficiency of decision making units*". European Journal of Operational Research;2:429–44, 1978.

[10] Farrell MJ. "The measurement of productive efficiency (with Discussion) ". Journal of the Royal Statistical Society A;120:253–81, 1957.

[11] Ehrgott M, Gandibleux X. editors. "Multiple criteria optimization—state of the art annotated bibliographic surveys", Kluwer's international series in operations research and management science, vol. 52. Boston, MA: Kluwer Academic Publishers, 2002.

[12] H. Moheb-Alizadeh, S.M. Rasuli, R. Tavakkoli-Moghaddam (2011) The use of multi-criteria data envelopment analysis (MCDEA) for location-allocation problems in a fuzzy environment, Expert Systems with Applications. 38 (5) pp 5687-5695

زیر نویس ها

[1] Data envelopment analysis (DEA)

[2] Uncapacitated plant location problem (UPLP)

[3] Capacitated plant location problem (CPLP)

[4] Decision making unit (DMU)