IIEC 2012
The 8th International Industrial Engineering Conference
هشتمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع
دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران
26 و 27 بهمن 1390

ارایه یک مدل مکانیابی پوشش سلسله مراتبی مبتنی بر پوشش تدریجی و شعاع متغیر

مهدی بشیری[1]،داوود قاسمی[2]،حسین غضنفری[3]

[1]استادیار،گروه مهندسی صنایع دانشگاه شاهد؛bashiri.m@gmail.com
[2]دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه پیام نور مرکز تهران؛d.ghasemi99@yahoo.com
[3]استادیار،گروه مهندسی صنایع دانشگاه پیام نور حسن آباد؛h.ghazanfari.ie@gmail.com

چکیده

در این مقاله یک مدل مکانیابی پوشش سلسله مراتبی گسسته مبتنی بر پوشش تدریجی و با شعاع متغیر ارایه میشود، نوآوری این مقاله تلفیق سه رویکرد از مکانیابی پوشش است. در سیستمهای سلسله مراتبی خدمات ارایه شونده توسط تسهیلات، همانند خود تسهیلات دارای سطوح متفاوتی هستند و هر مشتری با توجه به تنوع خدمات ارایه شونده، نزدیکترین سطح تسهیل به نیاز خود را برمیگزینند. در مساله پوشش تدریجی فرض پوشش کامل با یک تابع پوشش جایگزین میشود که این تابع بر حسب فاصله هر مشتری از تسهیل بخشی از تقاضای پوشش یافته را مشخص میکند، در مساله پوشش با شعاع متغیر،شعاع پوشش ثابت نبوده و میتواند بر حسب یک تابع غیر کاهشی از هزینه تجهیز تسهیلات تغییر کند. هدف از ارایه این مدل توسعه رویکرد سلسله مراتبی در مکانیابی پوشش با استفاده از تلفیق رویه های فوق الذکر است. برای بیان صحت مدل یک مثال ارایه شده و سپس حل شده است.

کلمات کلیدی

مکانیابی پوشش سلسله مراتبی، مکانیابی حداکثر پوشش، پوشش تدریجی، مساله پوشش با شعاع متغیر.

Presentation of a Hierarchical Covering Location Model Based on Gradual Covering and Variable Radius

M. Bashiri, D. ghasemi, H.ghazanfari

ABSTRACT

In this paper, a hierarchical covering location discrete model is provided based on variable radius and gradual covering. Combination of three covering location approaches is an innovation in this paper. In hierarchical systems, services which are provided by facilities, as facilities themselves have different levels, and each customer, given the diversity of providing facilities, chooses the closest level of facility to their needs. In gradual covering method, the set covering assumption is replaced by a covering function. This function identifies part of demand covered in terms of each costumer's distance from facilitation. In covering with variable radius method, the variable radius is not constant and can change based on non-decreasing function of equipping cost of facility. The purpose of presenting this model is development of hierarchical approach in covering location using combination of the above procedures. For explaining the accuracy of the model an example has been presented and solved.

KEYWORDS

Hierarchical covering location, Maximal covering location, Gradual covering ,The variable radius covering problem.

[i] داوود قاسمی، اصفهان،خ پروین،ک شهید ذبیحی،پلاک 16، کد پستی 8199944591، 0311-2295793

1-مقدمه

مکانیابی به بررسی محل قرار گرفتن تسهیلات به منظور برآورده شدن اهداف سازمان با کمترین هزینه و بالاترین کیفیت ممکن می پردازد. شدت خسارات ناشی از عدم مکانیابی صحیح بر همگان روشن بوده و در بسیاری موارد جبران خسارات ناشی از آن غیر قابل جبران است مثلا در سرویسهای فوریت های پزشکی خسارات بصورت جانی و غیر قابل جبران است [۱]. پس مکانیابی از تصمیم گیریهای استراتژیک سازمانهای خصوصی و دولتی است.

مسایل مکانیابی از منظر سنتی به رده های متفاوتی نظیر تک/چند وسیله، با تسهیلات ایستا/پویا، با ارتباطات برون/درون زا، تک/چند هدفه وغیره تقسیم بندی میشوند[۱]. تقسیم بندی از لحاظ زمینه طرح مساله، مهمترین رده بندی است که مواردی نظیر مکانیابی نقاط تبادل، مکانیابی وسایل ناخوشایند، مکانیابی تسهیلات سلسله مراتبی (Hierarchical facility location) و غیره را شامل میشود. سیستمهای دارای تسهیلات سلسله مراتبی دارای سطوح مختلفی از خدمات و بنابراین تنوع ارایه سرویس به مشتریان هستند. سیستم سلسله مراتبی تسهیلات مرکب است از k سطح که سطح پایین تر تسهیلات را سطح ۱ و بالاترین سطح تسهیلات را سطح k می نامیم در این دیدگاه مشتریان را سطح صفر می نامیم. اکثر سیستمهای سلسله مراتبی مطالعه شده که دارای دو یا سه سطح برای تسهیلات هستند، در مقاله[۱۰] Narula آمده اند مثالهای بیشتری از مسایل سلسله مراتبی و دو سطحی را میتوان در [۱۳] Gao &Robinson و[۲۲] Ro &Tcha دید.

مساله تعیین تعداد و مکان تسهیلات، تحت عنوان مسایل پوشش(CLP:Covering Location Problem) فرمول بندی میشوند. هدف از طرح و حل مسایل پوشش، تعیین مکان و تعداد تسهیلات به صورتی است که با کمترین هزینه ممکن همه مشتریان از تسهیلات بالقوه سرویس بگیرند و یا با داشتن تعداد از پیش تعیین شده ای از تسهیلات حداکثر تعداد مشتریان را سرویس دهی کنیم به مورد اول مسایل پوشش کلی(SCLP : Set Covering Location Problem) و به مورد دوم پوشش جزیی(MCLP: Maximum Covering Location Problem)گویند[۲۱]. یک مشتری زمانی از یک تسهیل پوشش یافته است که در فاصله خاصی از آن تسهیل باشد. مسایل مکانیابی پوشش ماکزیمم یا MCLP برای کاربرد در انواع مختلفی از مطالعات با موارد متنوعی از مسایل مکانیابی مطرح شده و بکار میروند[۲۱]. مسایل مکانیابی پوشش سلسله مراتبی (HCLP : Hierarchical Covering Location Problem) بکار رفته در موارد مراقبتهای پزشکی با توجه به این که انواع متنوعی از خدمات توسط سیستم قابل ارایه به مشتری است رویکرد مسایل MCLP را بکار میبرند. [۸]

مسایل پوشش در موارد متفاوتی نظیر تحویل محصول، طراحی مدار سویچینگ، بازیابی اطلاعات، تعادل خط مونتاژ بکاربرده می شوند[۱]. مساله مکانیابی پوشش بیشینه یا مکانیابی پوشش جزیی توسط سوین و ریوله پیشنهاد شد که محدودیتهای بودجه را نیز در نظر میگرفت[۹]. شیلینگ و همکاران یک تحقیقات گسترده ای بر روی مسایل پوشش انجام دادند[۱۰]. گالوا و همکاران کاربردهایی از مسایل پوشش را هم در بخش خصوصی و هم در بخش دولتی بیان کرده اند[۱۱].

در بخش ۲ این مقاله، مساله مورد نظر این پژوهش تعریف میشود بدین منظور مساله پوشش جزیی وپوشش تدریجی و پوشش با شعاع متغیر و مبحث تسهیلات سلسله مراتبی و متغیرهای مدل معرفی میشوند، مدلهای ارایه شده برای مسایل مکانیابی، شامل سیستمهای سلسله مراتبی و غیر سلسله مراتبی ارایه می شود، تا مشخص شود نوآوری مدل ما در چیست، در بخش ۳ ابتدا مفروضات مدل بیان و سپس مدل ارایه میشود همچنین یک مثال برای امتحان صحت مدل حل شده است.در بخش ۴ نیز نتیجه گیری بیان شده است.

2-تعریف مساله

مساله تعیین تعداد و مکان کالج ها یا ایستگاههای رادار و غیره به صورت مسایل مکانیابی پوشش فرمولبندی می شوند در این دسته مسایل، تسهیلاتی که میخواهیم آنها را در مکانهای کاندید، جادهی کنیم، تسهیلات بالقوه یا جدید هستند و مشتری هایی که قرار است از تسهیلات بالقوه پس از دایر شدن سرویس بگیرند را تسهیلات موجود می نامیم. تعدادی مکان ثابت نیز که از نظر فیزیکی و عملی برای تخصیص به تسهیلات جدید، شدنی باشند به عنوان سایت می شناسیم.

اهداف پوشش اصولا سه فرض اساسی زیر را در بر میگیرند:[۱۰]

1. پوشش کامل یا پوشش صفر:اگر یک تقاضا در فاصله پوشش یک تسهیل قرار گیرد به طور کامل پوشش میگیرد و الا اصلا پوشش نمیگیرد.
2. پوشش اختصاصی:تکلیف پوشش یک تسهیل به نزدیکی آن به نزدیکترین تسهیل دایر وابسته است، بنابراین به تسهیلات دایر دیگر اهمیت داده نمیشود.
3. شعاع پوشش ثابت:شعاع پوشش هر تسهیل یک مقدار ثابت است و از قبل مشخص شده است.

در دنیای واقعی هر سه اصل فوق نقض شده و بنابراین کارآمد نیستند برای رفع این مشکلات به ترتیب رویه های پوشش تدریجی، پوشش مشترک و پوشش با شعاع متغیر توسط محققین معرفی شده اند.

برای بیان مدل مورد نظر ابتدا به مفاهیم زیر در مقوله سیستمهای سلسله مراتبی اشاره میکنیم.

انواع تسهیلات در سیستمهای سلسله مراتبی: دو نوع تقسیم بندی اصولی در مراجع علمی برای تسهیلات سلسله مراتبی وجود دارد که در هر دو برای تقسیم بندی دومعیار اصلی: نوع خدمات ارایه شونده و مناطق سرویس دهی شونده مبنای تقسیم بندی قرار میگیرد یکی از این تقسیم بندیها مربوط به[۲۰] Narula و دیگری مربوط به [۲۳] Sahin,Sural میباشند. در هر دو، از نظر تنوع سرویس دهی، تسهیلات به دو رده تسهیلات لانه ای(Nested) و غیر لانه ای(Non-Nested)تقسیم میشوند. تسهیلات را لانه ای گویند هرگاه تسهیل سطح بالاتر تمام خدمات سطح پایینتر را ارایه بدهد و حداقل یک خدمت بیشتر را نیز ارایه دهد اما در غیر لانه ای اینگونه نیست. در طرح Narula طبقه بندی دیگر بر اساس مناطق سرویس دهی توسط تسهیلات است که تحت سه عنوان سرویس شامل محلی (Locally Inclusive Service) و سرویس شامل کلی(Globally Inclusive Service)وسرویس منحصرا متوالی (Successively Exclusive Service) رده بندی میشود[۲]. در نوع اول هر تسهیل تنها بالاترین سطح خدمات را در اختیار مشتریان غیر واقع در آن ناحیه قرار میدهد اما در دومی تمام سطوح خدمات در دسترس سراسر مشتریان است.در این طرح ما سیستم را دارای تسهیلات لانه ای و از نوع سرویس شامل کلی تصور کرده ایم، پس اجازه استقرار بیش از یک تسهیل در هر سایت را نخواهیم داد.

شاخصهای معرف یک سیستم سلسله مراتبی:در طرح Sahin,Sural[۲۳] طبقه بندی تسهیلات سلسله مراتبی بر اساس سه معیار: الگوی جریان(Flow Pattern)، نوع خدمت (Service Varieties) و ساختار فضایی(Spatial Configuration) صورت میپذیرد. نویسنده به تبعیت از آن بررسی سیستم های مکانیابی سلسله مراتبی تسهیلات را بر اساس سه شاخص اصلی زیر انجام داده است:

۱) الگوی جریان: جریان مشتریان و یا خدمات را از میان سطوح سلسله مراتب بررسی میکند، الگوی جریان در سیستم های سلسله مراتبی بر اساس توصیف های انجام شده از قوانین جریان در[۲۰] است و دو گونه است: ۱.۱) جریان منفرد: این جریان از سطح صفر شروع می شود و از همه سطوح می گذرد و به بالاترین سطح می رسد (یا بر عکس) ۱.۲) جریان چند گانه: این جریان می تواند از سطح بالایی (پایینی)mام به سطح پایین تر (بالاتر) n ام صورت پذیرد.

در[۷]میتوان مواردی از سلسله مراتب افقی را مشاهده کرد. همچنین در[۱۹] میتوان مدلی بی نظیر را دید، با روابط افقی بین تسهیلات، این مدل برای طراحی شبکه ارایه شده است. مدل ما مبتنی بر جریان چندگانه است.

۲) انواع تنوع خدمات: یک سیستم براساس قابلیت خدمات رسانی به دو دسته لانه ای و غیر لانه ای دسته بندی میشود. که قبلا به آن پرداختیم. اگر یک سیستم دارای تسهیلات لانه ای باشد دراین صورت برقراری الگوی چند جریانه دارای توجیه است.

۳) پیکره بندی فضایی: یک سیستم از نظر پیکره بندی به دو رده منسجم (Coherent) و غیر منسجم (Non-Coherent) دسته بندی میشود انسجام در یک سیستم برقرار است هرگاه تمام سایت -های تقاضا که به یک تسهیل ویژه پایینتر اختصاص یافته اند به یک و همان تسهیل سطح بالاتر اختصاص یابند. در غیر این صورت سیستم را غیر منسجم گویند. چون ما تسهیلات را بدون ظرفیت در نظر میگیریم بنابراین در مدل به انسجام توجه نمیکنیم.

تابع هدف:برای سیستمهای سلسله مراتبی سه نوع تابع هدف دیده میشود که عبارتنداز: میانه،مرکز، پوشش [۲۳]. خود مسایل پوشش به دو رده تقسیم میشوند که دارای توابع هدف $minisum$, $maxisum$ هستند. کاربرد موارد دارای تابع هدف $maxisum$ بیشتر از بقیه است.

مدلسازی:اساسا مدلهای ارایه شده برای سیستمهای سلسله مراتبی در تمام مطالعات بر سه رویکرد کلی استوارند.۱.جریان مبنا: با توجه و تمرکز بر جریان کالا یا خدمات بین تسهیلات سطوح مختلف صورت میگیرد.۲ .تخصیص پایه:این مدلها به تخصیص یک تقاضا به سایتی که دارای یک تسهیل با حداقل سطح اقناء کننده تقاضای درخواست شده است تمرکز میکنند. ۳.پوشش پایه :به دنبال کمینه کردن تعداد تسهیلات یا بیشینه کردن تعداد مشتریان تحت پوشش با یک تعداد از قبل مشخص شده از تسهیلات هستند. در مدلهای پوشش، خدمت الزاما توسط نزدیک ترین تسهیل دایر صورت نمیگیرد بلکه توسط تسهیلی صورت میگیرد که در فاصله ای خاص به نام فاصله پوشش از آن تقاضا قرار دارد، همچنین یک تقاضا در این روش به یک تسهیل خاص تخصیص نیافته و مدل تنها تضمین میدهد که درون فاصله پوشش از هر تقاضا حداقل یک تسهیل که دارای قابلیت ارضای تقاضای درخواست شده را دارد، وجود دارد و این وجه تمایز این مدلها از مدلهای تخصیص پایه است. مدل ما یک مدل سلسله مراتبی سه سطحی، و از نوع پوشش پایه است.

Church & Eaton [۸] دو تا مدل سلسله مراتبی پوشش را با دوسطح در یک سیستم ارجاعی از پایین به بالا،در سیستمهای مراقبت پزشکی توسعه دادند در Church &Gerrard[۱۴] این دو مدل، به همراه مدلهای موجود در Moore [۲۳] در یک مدل چند هدفه تعمیم داده شده اند. یک مدل سلسله مراتبی و سه سطحی توسط Galvao [۱۲] و همکاران ارایه شده است. در Marianov& Serra[۱۷] یک مدل پوشش کامل برای یک سیستم غیر منسجم و غیر لانه ای تک جریانه ارایه شده است. در Serra [۲۴] یک مدل سلسله مراتبی دو سطحی از پوشش ماکزیمم برای یک سیستم غیر لانه ای و منسجم وجود دارد. همچنین Mandell[۱۶] ارایه گر یک مدل از پوشش سلسله مراتبی دارای دو سطح درسیستمهای مراقبت پزشکی است.

متغیرهای مدل: در ادامه موارد زیر را به عنوان قرارداد میپذیریم: $i=1,2,\dots,n$: شمارنده سایتهای کاندید برای استقرار تسهیلات. $j=1,2,..,m$: شمارنده نقاط(گره های) تقاضا. $l=1,2,..,L$:شمارنده سطح تسهیلات. $k=1,2,\dots,K$: شمارنده سطح خدمات. c_{ijk}: مقدار پوشش یافته(بالفعل) از سرویس نوع kام توسط تسهیل واقع در سایت iام به تقاضای گره jام. w_{jk}: میزان تقاضای گره jام برای دریافت خدمت نوع kام. f_{ik}: تابع پوشش که معرف نرخ پوشش بالفعل از تسهیل واقع در سایت iام برای سرویس نوع kام بر حسب فاصله تقاضا و تسهیل است. f_{jk}:تابع پوشش که معرف نرخ پوشش دریافتی تقاضای jام برای سرویس نوع kام بر حسب فاصله تقاضا و تسهیل است. d_{ij}: فاصله متریک سایت iام وگره j ام. s_k: فاصله پوشش کامل برای دریافت خدمت نوع kام، این عدد برابر با حداکثر فاصله ای است که تقاضای درون آن خدمت نوعkام را به تمامی دریافت میکند. l_k: فاصله پوشش جزیی برای دریافت خدمت نوعkام و برابر با حداکثر فاصله ای است که تقاضای درون آن میتواند برای خدمت نوع k ام پوشش جزیی دریافت کند.

در ضمن مقدار نرخ پوشش از رابطه زیر بدست می آید $c_{ijk} = w_{jk}.f_{ik}(d_{ij}, s_k, l_k)$ و p_l: تعداد مجاز تسهیلات سطح lام و q_l: بودجه در دسترس برای تاسیس(استقرار) تسهیلات سطح lام و q: کل بوجه در دسترس. F_{il}: هزینه ثابت استقرار تسهیلات سطح lام در سایت کاندید iام. $Q_{il}(r)$: تابع هزینه متغیر برای پوششی به شعاعr توسط تسهیل سطح lام واقع در سایتiام، این تابع یک تابع غیر کاهشی است.$y_{il} = 1$: هرگاه در سایت iام یک تسهیل سطح lام دایر شود والا صفر است.

مسایل پوشش جزیی: این مدل برای تسهیلات سلسله مراتبی بصورت زیر ارایه شده است[۹]:

$$(1)\ maxz = \sum_j \sum_k w_{jk}.z_{jk}$$

$$(2)\ \sum_i y_{il} = p_l\ \forall l\ ,(3)\ 0 \le z_{jk} \le 1\ \forall j,k$$

$$(4)\ z_{jk} \le \sum_i \sum_k a_{ji}^{ki}.y_{il}\ \forall j,k,(5)\ y_{il} \in \{0,1\}\ \forall i,l$$

که در آن $a_{ji}^{ki} = 1$ هرگاه تسهیل سطح lام واقع در سایت iام سرویس نوعkام را برای تقاضای واقع درگرهjام فراهم کند.$z_{jk} = 1$ هرگاه تقاضایj از سرویس نوع kام پوشش بگیرد.

مسایل پوشش تدریجی: در رویکرد پوشش تدریجی هر مشتری به تناسب فاصله ای که از تسهیل دایر دارد خدمت سرویس دریافت میکند. مدل این رویکرد نخستین بارتوسط Berman و همکارانش در سال ۲۰۰۳ ارایه شد [۵] در این رویه تابع پوشش غیر افزایشی$f_j(d_{ij})$ میزان پوششی را مشخص میکند که تقاضایjام واقع در فاصلهd_{ij} از سایت iام، دریافت میکند.

$$(6)\max z = \sum_{j=1}^{m} f_j(d_{ij}).x_i subject to: (7)\ y_{ij} \le x_i \forall i,j$$

$$(8)\ \sum_{i=1}^{n} y_{ij} \le 1\ \forall j, (9)\ \sum_{i=1}^{n} x_i = p, (10)\ x_i, y_{ij} \in \{0,1\}$$

در اینجا$y_{ij} = 1$ هرگاه تسهیل iام به تقاضای jام پوشش بدهد. همچنین $x_i = 1$ هرگاه تسهیلی در سایت iام دایر شود.

مسایل پوشش با شعاع متغیر: این رویه با اعتقاد بر این که شعاع پوشش، تابعی از هزینه تجهیز تسهیل است، با داشتن تعداد از قبل معینی از تسهیلات به مشخص کردن نوع آنها(به جای مکان آنها)میپردازد زیرا عملا ارایه پوشش برای فواصل بزرگتر، با صرف هزینه بیشتر در تجهیزات یک تسهیل امکان پذیر است پس شعاع پوشش یک تسهیل مقدار ثابتی ندارد. در این مدلها که نخستین بار توسط Berman و همکاران در سال ۲۰۰۹ ارایه شده اند شاهد محدودیتهای مالی هستیم[۶]. این مدل میتواند مطابق با مدلهای بالا به صورت زیر بیان شود(برای پوشش کامل):

$$(11)\ \min z = \sum_{i=1}^{n} [F_i.x_i + Q_i(\max_{allj}(d_{ij}.y_{ij}))]$$

$$(12)\ \sum_{i=1}^{n} y_{ij} = 1\ \forall j, (13)\ y_{ij} \le x_i \forall i,j.$$

$$(14)\ x_i, y_{ij} \in \{0,1\}$$

مقدار $\max(d_{ij}.y_{ij}), \forall j$ نشان دهنده حداقل شعاع لازم تسهیل دایر در سایت iام برای پوشش دهی به تمام تقاضاهایی است که قرار است از آن پوشش بگیرند. F_i: هزینه ثابت استقرار تسهیل در سایت کاندید iام و $Q_i(r)$: هزینه متغیر برای پوششی به شعاع r توسط تسهیل سایت کاندید iام است.

مدل مورد نظر ما یک مدل مکانیابی سلسله مراتبی پوشش ماکزیمم لانه ای، دارای سرویس شامل کلی،غیر منسجم و دارای رویکرد پوشش تدریجی با در نظر گرفتن شعاع پوشش متغیر است. این ویژگیها بطور همزمان در هیچ یک از مدلهای اشاره شده در بالا وجود ندارند.

3-بیان مدل

۳-۱ مدل

در اینجا نیز تمام قراردادهای گفته شده در بخش**۲-۱**معتبر هستند. برای نوشتن مدل از یک متغیر تصمیم تخصیص مبنا استفاده میکنیم، این متغیر باینری را x_{ijk} مینامیم و زمانی یک است که تسهیل سطح iام تقاضای سطح kام را برای گره تقاضای jام فراهم آورد و الا صفر است. این متغیر، پوشش را بصورت بالقوه بررسی میکند ولی اینکه در عمل پوشش انجام بگیرد، بستگی به فاصله متریک تقاضا از سایت کاندید و همچنین مقادیر s_k, l_k دارد، این سه پارامتر در تابع پوشش قرار گرفته و نرخ پوشش بالفعل را برآورد

میکنند، ضابطه های متفاوتی در مراجع مختلف برای تابع پوشش وجود دارد[15]. با ضرب این نرخ در میزان تقاضای خدمت نوع kام در گره تقاضا iام،میزان پوشش یافته (بالفعل) یعنی c_{ijk} پیدا میشود و رویکرد پوشش تدریجی در مدل اعمال میشود. در (۱۵) ما این مقادیر را برای تمام تقاضاها و تمام خدمات دریافتی از تمام تسهیلات به عنوان تابع هدف بیشینه میکنیم. در (۱۶) ما با تعریف یک محدودیت بودجه ای، رویکرد شعاع متغیر را در مدل اعمال می کنیم، حداقل شعاع لازم برای تسهیل سطح l ام واقع در سایت i ام برابر با $\max_{all j,\, k \le l} (d_{ij}, x_{ijk})$ ،یعنی حداکثر فاصله بین تقاضاهای تخصیص یافته(بالفعل) به آن تسهیل برای دریافت تمام خدمات سطح l و پایینتر است، در (۱۷)، علاوه بر الزام سیستم به داشتن تسهیلات لانه ای، تضمین میشود که شرط پوشش تقاضای jام برای خدمت نوع k ام از تسهیل واقع در سایت i ام آن است که در این سایت یک تسهیل سطح k به بالا دایر شده باشد. محدودیت (۱۸) اطمینان میدهد که هر مشتری برای هر نوع خدمت تنها از یک تسهیل دایر در سایتها پوشش میگیرد. با اعمال این محدودیت خاصیت انسجام در مدل بی معنی است زیرا ارجاع بین تسهیلات از بین میرود، این محدودیت از آنجا در مدل وارد میشود که میخواهیم تسهیلات دارای ویژگی سرویس شامل کلی باشند، لازم به ذکر است که ویژگی لانه ای بودن تسهیلات اشاره به آن دارد که تسهیلات بصورت بالقوه قابلیت ارایه خدمات را در تمام سطوح پایینتر یا برابر با سطح خود دارند، اما اینکه میخواهیم یک سیستم بصورت Globally Inclusive Service باشد در واقع یک تکنیک مدیریتی است تا خاصیت لانه ای بودن تسهیلات را بالفعل کنیم. چون تسهیلات لانه ای هستند ما در واقع دارای تعداد $p_1 + p_2 + p_3$ تا تسهیل سطح ۱ و تعداد $p_2 + p_3$ تا تسهیل سطح ۲ هستیم، بنابراین محدودیتهای(۱۹ و۲۰ و۲۱) هم تعداد تسهیلات مجاز را در سطوح مختلف کنترل میکنند و هم مکمل الزام لانه ای بودن تسهیلات در سیستم هستند. محدودیت (۲۲) تنها اجازه استقرار یک تسهیل در هر سایت را میدهد و محدودیت (۲۳) متغیرهای تصمیم را باینری نگه میدارد. با توضیحات بالا مدل ارایه شده بصورت زیر است:

$$(15)\ max \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{3} c_{ijk}.x_{ijk}$$

$$(16)\ \sum_{i=1}^{n}\sum_{l=1}^{3}\left[F_{il}.y_{il} + Q_{il}\left(\max\left(d_{ij}.x_{ijk}\right)\right)\right] \le q \qquad j = 1,2,..,m, k \le l$$

$$(17)\ x_{ijk} \le \sum_{l=k}^{3} y_{il} \forall i,j,k$$

$$(18)\ \sum_{i=1}^{n} x_{ijk} \le 1 \quad \forall j,k$$

$$(19)\ \sum_{i=1}^{n} y_{i1} \le p_1 + p_2 + p_3$$

$$(20)\ \sum_{i=1}^{n} y_{i2} \le p_2 + p_3$$

$$(21)\ \sum_{i=1}^{n} y_{i3} \le p_3$$

$$(22)\ \sum_{l=1}^{3} y_{il} \le 1 \ \forall i$$

$$(23)\ y_{il}, x_{ijk} \in \{0,1\}$$

چنانچه مقادیر بودجه در دسترس به تفکیک سطوح تسهیلات داده شوند، آنگاه میتوان محدودیتهای (۱۶و۱۹و۲۰و ۲۱) را از مدل فوق حذف کرد و محدودیتهای زیر را اضافه کرد :

$$(24)\ \sum_{i=1}^{n}\left[F_{i1}.y_{i1} + Q_{i1}\left(\max\left(d_{ij}.x_{ijk}\right)\right)\right] \le q_1 \qquad j = 1,2,..,m, k \le 1$$

$$(25)\ \sum_{i=1}^{n}\left[F_{i2}.y_{i2} + Q_{i2}\left(\max\left(d_{ij}.x_{ijk}\right)\right)\right] \le q_2 \qquad j = 1,2,..,m, k \le 2$$

$$(26)\ \sum_{i=1}^{n}\left[F_{i3}.y_{i3} + Q_{i3}\left(\max\left(d_{ij}.x_{ijk}\right)\right)\right] \le q_3 \qquad j = 1,2,..,m, k \le 3$$

2-3-مثال عددی

این مثال برای تشریح بیشتر مدل و بیان کارآمدی آن بیان شده است، بنابراین هدف پیدا کردن یک راه حل بهینه با استفاده از نرم افزار یا غیره نیست، راه حل بدست آمده از حل، بصورت دستی پیدا شده است. یک سیستم با ده ناحیه مشتری را در نظر بگیرید، ناحیه ها را به عنوان سایتهای کاندید در نظر میگیریم و داده های زیر را برای این سیستم متصور میشویم در ضمن تابع پوشش تدریجی را تابع خطی در نظر میگیریم.[15]

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 & 4.5 & 4 & 4 & 5 & 4.5 & 5.5 & 5.5 \\ 2 & 0 & 2 & 2 & 1.5 & 3 & 3 & 3 & 4.5 & 4 \\ 2 & 2 & 0 & 3.2 & 1.2 & 2 & 4 & 3 & 4 & 4.5 \\ 4.5 & 2 & 3.2 & 0 & 1.5 & 3.2 & 1.5 & 2.5 & 3.5 & 2.5 \\ 4 & 1.5 & 1.2 & 1.5 & 0 & 2 & 2.5 & 1.5 & 3 & 2.6 \\ 4 & 3 & 2 & 3.2 & 2 & 0 & 3.5 & 1.5 & 2.1 & 3 \\ 5 & 3 & 4 & 1.5 & 2.5 & 3.5 & 0 & 2.1 & 1.5 & 1.5 \\ 4.5 & 3 & 3 & 2.5 & 1.5 & 1.5 & 2.1 & 0 & 1.5 & 1.5 \\ 5.5 & 4.5 & 4 & 3.5 & 3 & 2.1 & 1.5 & 1.5 & 0 & 2 \\ 5.5 & 4 & 4.5 & 2.5 & 2.6 & 3 & 1.5 & 1.5 & 2 & 0 \end{bmatrix}_{10\times10}$$

$$W' = \begin{bmatrix} 200 & 185 & 150 & 270 & 325 & 300 & 320 & 100 & 195 & 170 \\ 120 & 105 & 100 & 200 & 170 & 100 & 220 & 72 & 105 & 120 \\ 50 & 25 & 75 & 90 & 95 & 15 & 100 & 17 & 48 & 59 \end{bmatrix}_{3\times10}$$

$$(27)\ f_{ik}\left(d_{ij}, s_k, l_k\right) = 1 - \frac{d_{ij} - s_k}{l_k - s_k}$$

$$s_1 = 1, l_1 = 1.21, s_2 = 1.5, s_3 = 2, l_3 = 2.7$$

$$F_{i1} = 100, F_{i2} = 125, F_{i3} = 175 \quad \forall i, q = 525$$

$$p_1 = 3, p_2 = 2, p_3 = 1, Q_{jl} = 5l + 3r \quad \forall l, r$$

با اعمال داده ها در مدل و حل مدل، نتایج زیر حاصل میشود:

$y_{11} = y_{81} = y_{72} = y_{53} = 1$ و همچنین:

$$x_{111} = x_{521} = x_{522} = x_{523} = x_{531} = x_{532} = x_{533} =$$

$$x_{543} = x_{551} = x_{552} = x_{553} = x_{563} = x_{562} = x_{771} =$$

$$x_{772} = x_{573} = x_{881} = 1$$

مقدار تابع هدف این راه حل برابر 2533.76 می باشد، استقرار این راه حل به 500 واحد هزینه راه اندازی نیاز دارد، به منظور بیان کارایی مدل و همچنین خاصیت پوشش با شعاع متغیر فرض کنید بخواهیم با صرف هزینه بیشتر تسهیل سطح سوم واقع در سایت پنجم را تجهیز کنیم تا بتواند شعاع بیشتری را تحت پوشش قرار دهد. برای این منظور اگر بخواهیم شعاع برابر 3.1 باشد(پس $l_3 = 3.1$) ،با صرف هزینه $Q_{53}(3.1) = 5 \times 3 + 3 \times 3.1 = 24.3$ که با بودجه کل در دسترس سازگاری دارد، تسهیل را تقویت میکنیم، در اینصورت تقاضای نهم نیز بصورت بالقوه قادر خواهد شد خدمت سطح سوم را دریافت کند، مقدار پوشش دریافتی حاصل، $c_{593} = 48 \times \left(1 - \frac{3-2}{3.1-2}\right) = 4.8$ خواهد بود که تابع هدف را بهبود داده و مقدار آن را به 2538.56 میرساند، در عمل نیازی به تنظیم شعاع ها توسط کاربر نیست و مدل با توجه به بودجه موجود، برای هر تسهیل بصورت خودکار بیشترین شعاع ممکن را محاسبه و تقاضاهای درون آن را پوشش میدهد.

4- نتیجه گیری

در این مقاله یک مدل برای مکانیابی پوشش سلسله مراتبی، مبتنی بر پوشش تدریجی و دارای شعاع پوشش متغیر ارایه شد که در واقع توسعه ای از سه رویکرد مکانیابی است، طبیعت سیستمهای سلسله مراتبی تصمیم گیر را ناگزیر میکند تا از رویه های پوشش تدریجی و شعاع متغیر استفاده کند. ترکیب این سه رویه منجر به استقرار تسهیلات ارزانتر و دارای شعاع کوچکتر در مناطق کم جمعیت تر و تسهیلات دارای شعاع پوشش بزرگتر و البته با هزینه تجهیز بیشتر در مناطق پر جمعیت تر خواهد شد، این نتیجه اثر رویکرد پوشش با شعاع متغیر است که برای هر تسهیل متناسب با شعاع مورد نیاز برای پوشش تقاضاهای بالفعل شده، هزینه میکند. در رویکرد پوشش تدریجی هر مشتری به تناسب فاصله ای که از تسهیل دایر دارد خدمت را دریافت میکند، این دیدگاه نسبت به دیدگاه پوشش 1 یا 0 که از اصول کلاسیک مسایل پوشش است منطقی تر بوده و به منطق فازی نزدیکتر است. با حل یک مثال کوچک به روش دستی حل شد، قابل اعتماد بودن راه حل بدست آمده از مدل بیان شد و با یک آنالیز حساسیت کوچک، روی فاصله پوشش تسهیلات، قابلیت این مدل در کمک به تصمیم گیر برای مدیریت سیستم، با استفاده از پارامترهای بودجه ای معرفی شد. نویسنده به عنوان اهداف پژوهشی برای آینده، ارایه یک روش هیوریستیک یا متا هیوریستیک برای حل این مدل در ابعاد بزرگتر را متصور است. مدل ارایه شده در این مقاله برای هر تعدادی از سطوح تسهیلات قابل تعمیم است. قبل از این، تلفیق همزمان رویکرد های پوشش سلسله مراتبی، پوشش تدریجی و پوشش با شعاع متغیر،در هیچ پژوهشی برای نویسنده مشهود نشده بود.

5- مراجع

[۱] بشیری،مهدی،۱۳۸۷،"**طراحی سیستمهای صنعتی**"،دانشگاه شاهد تهران

[۲] زنجیرانی فراهانی،رضا ،۱۳۸۷،" **طراحی سیستمهای صنعتی**"،دانشگاه امیرکبیر تهران

[3] Barros AI, Dekker R, Scholten V. A two-level network for recycling sand: a case study. European Journal of Operational Research 1998;110(3):199–214

4] Berman , O., drezener ,Z. , Krass , D. ,"Generalize coverage:new developments in covering location models" ,Computer & Operations research, Vol. 37,pp.1675-1687,2010.

[5] Berman, O., Krass, D., Drezner, Z., "The gradual covering decay location problem on a network", European Journal of Operational Research, Vol. 151, pp. 474-80, 2003.

[6] Berman, O., Drezner, Z., Krass, D., "The variable radius covering problem" European Journal of Operational Research, Vol. 196, pp. 516-25, 2009.

[7] Chardaire P, Lutton JL, Sutter A. Upper and lower bounds for the two-level simple plant location problem. Annals of Operations Research 1999;86:117–40.

[8] Church R, Eaton DJ. Hierarchical location analysis using covering objectives. In: Gosh A, Rushton G, editors. Spatial analysis and location–allocation models. New York: Van Nostrand Reinhold; 1987.

[9] Current J.R, Revelle C.S Cohon J.L, The hierarchical network design problem , European Journal of Operation Research 1986; 27:57-66

[10] Eitan, Y., Narula, S. C., &Tien, J. M. (1991). A generalized approach to modeling the hierarchical location–allocation problem. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 21(1), 39–46.

[11] Galvão, R. D., Espejo, L. G. A., &Boffey, B. (2000).A comparison of Lagrangian and surrogate elaxations for the maximal covering location problem.European Journal of Operational Research, 124, 377–389.

[12] Galvao, R. D., Espejo, L. G. A., &Boffey, B. (2002). A hierarchical model for the location of perinatal facilities in the municipality of Rio de Janeiro. European Journal of Operational Research, 138(3), 495–517.

[13] Gao, J. J., & Robinson, E. P. (1992). A dual-based optimization procedure for the two- echelon uncapacitated facility location problem. Naval Research Logistics, 39(2), 191–212.

[14] Gerrard RA, Church RL. A generalized approach to modeling the hierarchical maximal covering location problem with referral. Papers in Regional Science 1994;73:425–53.

[15] Jung Man Lee, Young Hoon Lee. Tabu based heuristics for the generalized hierarchical covering location problem. Computers & Industrial Engineering 58 (2010) 638–645.

[16] Mandell, M. B. (1998). Covering models for two-tiered emergency medical services systems. Location Science, 6(1), 355–368.

[17] Marianov V, Serra D. Hierarchical location–allocation models for congested systems. European Journal of Operational Research 2001;135:195–208

[18] Moore, G. C., &ReVelle, C. (1982). The hierarchical service location problem. Management Science, 28(7), 775–780.

[19] Narasimhan S, Pirkul H. Hierarchical concentrator location problem. Computer Communications 1992;15(3):185–91.

[20] Narula, S. C. (1984). Hierarchical location–allocation problems: A Classification scheme. European Journal of Operational Research, 15(1), 93–99.

[21] ReVelle, C., Scholssberg, M., & Williams, J. (2008). Solving the maximal covering location problem with heuristic concentration. Computers &Operations Research, 35(2), 427–435.

[22] Ro, H., &Tcha, D. (1984). A branch-and-bound algorithm for the two-level uncapacitated facility location problem with some side constraints. European Journal of Operational Research, 18(3), 349–358.

[23] Sahin, G., &Sural, H. (2007). A review of hierarchical facility location models.Computers & Operations Research, 34(8), 2310–2331.

[24] Serra,D. (1996). The coherent covering location problem. The Journal of the Regional Science Association International, 75, 79–101