چکیده مبسوط مقالات
چهارمین کنفرانس ریاضی کاربردی ایران
۲۱-۱۹ اسفند ماه ۱۳۸۸

یک روش جدید برای بهینه‌سازی خرپاها

علیرضا حبیبی [۱]
دانشگاه کردستان، دانشکده مهندسی، گروه عمران

ارائه به صورت پوستر

چکیده

در این مقاله، یک روش جدید تقریب‌سازی با نام تقریب سازگار برای بهینه‌سازی طراحی خرپاها بکار می‌رود. بر اساس روش ارائه شده، مسئله بهینه‌سازی اصلی با یک سری زیر مسئله صریح متوالی جایگزین می‌شود و یک الگوریتم بهینه‌سازی برای حل مسئله بهینه‌سازی ارائه می‌گردد. برای نشان دادن توانایی و کارآیی روش پیشنهادی یک مسئله کاربردی بهینه‌سازی خرپا ارائه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: تقریب سازگار، بهینه‌سازی، خرپا

۱- مقدمه

خرپاها یکی از سازه‌های مهمی هستند که در پل‌سازی، ساختمان و ... برای تحمل نیروهای خارجی اعمال شده بر روی آنها، مورد استفاده قرار می‌گیرند. در بهینه‌سازی خرپاها، متغیرهای طراحی که معمولا سطح مقطع اعضا هستند، طوری تعیین می‌شوند که علاوه بر برآورده نمودن قیود طراحی مانند محدودیت تنش و تغییرشکل، کمیت تابع هدف که معمولا وزن و یا هزینه سازه می‌باشد، حداقل گردد. در این راستا روشهای مختلفی مانند روش تندترین کاهش مقید [۱]، روش تقریب‌سازی محدب [۲] و روش مجانب متحرک [۳] بکار رفته‌اند. در این تحقیق کارآیی یک روش جدید برای طراحی بهینه خرپاها ارزیابی می‌شود. به این منظور یک الگوریتم بهینه‌سازی توسعه داده می‌شود و کارآیی روش پیشنهادی با ارائه یک مسئله کاربردی نشان داده می‌شود.

۱- آدرس: سنندج، بلوار پاسداران، دانشگاه کردستان، دانشکده مهندسی، گروه عمران. تلفن: ۰۸۷۱۶۶۶۴۶۰۰ داخلی ۲۴۴۵. پست الکترونیکی: alireza_habib@yahoo.com

۲- الگوریتم بهینه‌سازی

در تحقیق حاضر از روش تقریب سازگار (Consistent Approximation) معروف به CONAP که در مقاله اول این تحقیق توسعه داده شد، برای تقریب تابع هدف و توابع قیود طراحی خرپا استفاده می‌شود. در این روش از تقریب زیر که از بسط مرتبه اول تیلور بر حسب متغیر $x_i' = (x_i)^{\alpha_i}$ بدست می‌آید، برای هر تابع استفاده می‌شود.

$$f(x) = f(x^0) + \sum_i \frac{1}{\alpha_i} (x_i^0)^{1-\alpha_i} f_i^0 \left[(x_i)^{\alpha_i} - (x_i^0)^{\alpha_i} \right] \qquad (۱)$$

در رابطه فوق، f_i مشتق اول تابع $f(x)$ نسبت به متغیر x_i و علامت $\sum_i$ نشانگر جمع روی تمام متغیرهای طراحی می‌باشد. α_i پارامتری است که بصورت تابعی از حساسیتهای طراحی مطابق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\alpha_i = \frac{s_i}{s_l} \alpha_l = \frac{s_i}{s_u} \alpha_u \qquad (۲)$$

که در آن، s_i مقدار حساسیت تابع مورد نظر نسبت به متغیر طراحی x_i می‌باشد. مقدار α_l و α_u بترتیب کران پایین و بالای پارامتر α_i هستند که بترتیب متناظر با کمترین و بیشترین مقدار حساسیت تابع مورد نظر (s_l و s_u) فرض می‌شوند. با نرمالیزه کردن متغیرهای طراحی x_i نسبت به متغیرهای طراحی فعلی x^0 و تعاریف $x_i'' = x_i / x_i^0$ و $f_i'' = f_i^0 x_i^0 / \alpha_i$ و استفاده از معادله ۱ خواهیم داشت:

$$f(x'') = f(x^0) + \sum_i f_i'' \left[(x_i'')^{\alpha_i} - 1 \right] = \sum_i f_i'' (x_i'')^{\alpha_i} + f_0 - \sum_i f_i'' \qquad (۳)$$

که در معادله اخیر، f_0 مقدار تابع در نقطه طراحی اولیه می‌باشد. رابطه ۳، اساس استراتژی CONAP را تشکیل می‌دهد. جهت پیشنهاد یک الگوریتم موثر بهینه‌یاب بر اساس استراتژی CONAP، با بکارگیری فرمولبندی رابطه ۳ و با صرفنظر از علامت زگوند، مسئله بهینه‌سازی به شکل استاندارد زیر تبدیل می‌شود:

$$\min \sum_i c_{io} (x_i)^{\alpha_{i0}} - \bar{c}_o \qquad subject\ to: \sum_i c_{ij} (x_i)^{\alpha_{ij}} \le \bar{c}_j \ \ \& \ \ x_i^l \le x_i \le x_i^u \qquad (j = 1,...,m) \qquad (۴)$$

که در آن، α_{ij} ها پارامترهای توان و c_{ij} ها ضرایبی هستند که از حاصلضرب مشتق مرتبه اول تابع هدف و یا تابع قید طراحی در مقدار اولیه متغیر طراحی تقسیم بر پارامتر توان، بدست می‌آیند. $\bar{c}_j$ها مقادیر ثابتی هستند که از رابطه زیر محاسبه می‌شوند:

$$\bar{c}_j = \sum_i c_{ij} - c_j(x^0) \qquad (j = 0,...,m) \qquad (۵)$$

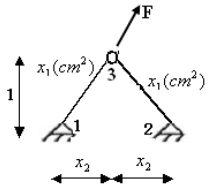
در این تحقیق برای حل مسئله بهینه‌سازی (۴) از روش برنامه‌ریزی درجه دو متوالی (SQP) استفاده می‌شود [۱]. به این ترتیب الگوریتم بهینه‌سازی با استفاده از روش پیشنهادی تحقیق را می‌توان در مراحل زیر خلاصه نمود:

۱) فرض اولیه برای متغیرهای طراحی ۲) محاسبه مقادیر تابع هدف و قیود طراحی در نقطه طراحی فعلی ۳) تحلیل حساسیت و ارزیابی بردار گرادیان تابع هدف و بردارهای گرادیان توابع قیود طراحی در نقطه طراحی فعلی ۴) انتخاب مقادیر مناسب برای کران پایین یا بالای پارامتر توان برای تابع هدف و قیود طراحی ۵) ساخت زیر مسئله بهینه‌سازی (۴) در نقطه طراحی فعلی مطابق روش تقریب‌سازی سازگار ۶) حل زیر مسئله بهینه‌سازی با روش SQP و یافتن جواب بهینه ۷) اگر معیار همگرایی برآورده شده است، عملیات را متوقف کنید؛ در غیر اینصورت نقطه طراحی جدید را به عنوان نقطه طراحی فعلی فرض نموده و به مرحله ۲ برگردید.

۳- بررسی کارآیی روش پیشنهادی

جهت بررسی و ارزیابی کارآیی روش پیشنهادی در بهینه‌سازی طراحی خرپاها، یک نمونه کاربردی خرپای دو عضوی مطابق شکل ۱ در نظر گرفته می‌شود. این مثال از نقطه نظر موجود بودن حل آن با سه روش SLP، CONLIN و MMA در مرجع [۳] حائز اهمیت است. متغیرهای طراحی شامل یک متغیر اندازه المان (x_1) و یک متغیر شکل خرپا (x_2) می‌باشد. یک نیروی خارجی ۲۰۰ کیلونیوتنی با مولفه افقی ۲۴/۸ کیلونیوتن و مولفه قائم ۱۹۸/۴ کیلونیوتن در گره ۳ اعمال می‌شود. کران پایین متغیر ۱ و ۲ بترتیب برابر ۰/۲ سانتیمتر مربع و ۰/۱ متر و کران بالای آنها بترتیب برابر ۴ سانتیمتر مربع و ۱/۶ متر فرض می‌شود. هدف از طراحی، حداقل نمودن وزن خرپا (W) تحت محدودیت تنش ۱۰۰ مگاپاسکال برای اعضا می‌باشد که فرم ریاضی آن بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$Minimize\ W \qquad Subject\ to \qquad \sigma_1 \le 100\ \ \&\ \ \sigma_2 \le 100\ \ \&\ 0.2 \le x_1 \le 4, \qquad 0.1 \le x_2 \le 1.6$$



شکل ۱: خرپای دو عضوی

شایان ذکر است که در فرمولبندی انجام شده، وزن خرپا و مقدار تنش در اعضا همگی تابعی از متغیرهای طراحی هستند. یک نقطه شروع امکان پذیر با مقادیر $x_1 = 1.5cm^2$ و $x_2 = 0.5m$ انتخاب شد که وزن متناظر با آن برابر ۱/۶۷۷ و تنش بحرانی (عضو ۱) متناظر با آن برابر ۰/۹۲۵ می‌باشد. طراحی خرپا با انتخاب پارامتر $\alpha_l = 3$ برای تابع هدف و $\alpha_l = -1$ برای قیود طراحی با روش CONAP انجام شد و نتایج حاصل با نتایج سه روش SLP، CONLIN و MMA مطابق جدول ۱ مقایسه شدند. همانطور که ملاحظه می‌شود هیچکدام از روشهای SLP و CONLIN همگرا نشده‌اند؛ در حالیکه روش CONAP و MMA بترتیب در چهار و شش تکرار به جواب بهینه همگرا می‌شوند. بنابراین روش CONAP توانسته است همگرایی مطلوبی را تضمین کند.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق به ارائه یک روش جدید برای بهینه‌سازی خرپاها پرداخته شد. این روش که روش تقریب سازگار (CONAP) نامیده شد، از حساسیتهای طراحی برای صریح‌سازی تابع هدف و قیود طراحی استفاده می‌کند. پارامترهای بکار رفته برای توان متغیرهای طراحی در تابع تقریب، روش پیشنهادی را می‌تواند با مسائل طراحی خرپا سازگار نموده و همگرایی مطلوبی را تضمین نماید. این موضوع با ارائه یک مثال عددی نشان داده شد. البته در این تحقیق ادعا نمی‌شود که نتایج بدست آمده برای مسئله حل شده در بخش قبلی، در حالت کلی عمومیت داشته باشند. همچنین در بسیاری از مسائل الگوریتمهایی که ناکارآیی و واگرایی آنها نشان داده شد، به خوبی همگرا می‌شوند. اگرچه در تحقیق حاضر، نتایج حاصله بخوبی نشان می‌دهند که روش CONAP دارای انعطاف و سازگاری بالایی می‌باشد.

ارائه به صورت پوستر

جدول ۱: نتایج بهینه‌سازی خرپای دو عضوی

شماره تکرار	متغیر ۱، متغیر ۲، تنش عضو ۱، وزن خرپا	SLP	CONLIN	MMA	CONAP
0	x_1 x_2 σ_1 W	1.50 0.50 0.92 1.68	1.50 0.50 0.92 1.68	1.50 0.50 0.92 1.68	1.50 0.50 0.92 1.68
1	x_1 x_2 σ_1 W	1.38 0.25 1.11 1.42	1.39 0.25 1.11 1.43	1.39 0.10 1.62 1.40	1.3864 0.1000 1.6180 1.3933
2	x_1 x_2 σ_1 W	1.14 0.50 1.22 1.27	1.33 0.50 1.04 1.49	0.63 0.62 2.23 0.74	1.4114 0.3006 1.0392 1.4737
3	x_1 x_2 σ_1 W	1.34 0.25 1.14 1.38	1.39 0.25 1.11 1.43	1.45 0.10 1.54 1.46	1.4048 0.3760 1.0052 1.5008
4	x_1 x_2 σ_1 W	1.15 0.50 1.21 1.28	1.33 0.50 1.04 1.49	1.04 0.34 1.38 1.10	1.4100 0.3806 1.0000 1.5086
5	x_1 x_2 σ_1 W	1.34 0.25 1.14 1.38	1.39 0.25 1.11 1.43	1.42 0.40 0.99 1.53	
6	x_1 x_2 σ_1 W	1.15 0.5 1.21 1.28	1.33 0.50 1.04 1.49	1.41 0.38 1.00 1.51	
7	x_1 x_2 σ_1 W	1.34 0.25 1.14 1.38	1.39 0.25 1.11 1.43		
		ادامه دارد	ادامه دارد		

ارائه به صورت پوستر

مراجع

[1] Arora, J.S., "Introduction to optimum design", McGraw-Hill Book Company, 1989.
[2] Fleury, C., Braibant, V., "Structural Optimization: A new dual method using mixed variables", Int. J. Num. Meth. Eng., 23 (1986) 409-428.
[3] Svanberg., K., "The method of moving asymptotes- A new method for structural optimization", Int. J. Num. Meth. Eng., 24 (1987) 359-373.