تعیین ابعاد محاطی و فراکتالی شاخص سهام به کمک DFA[1]

زینب پورکاظم*، سید حجت اله مومنی ماسوله*، مرتضی رحمانی†

* تهران، ابتدای آزادراه خلیج‌فارس، روبروی حرم مطهر
امام خمینی(ره) ، دانشگاه شاهد، دانشجوی کارشناسی ارشد
ریاض کاربردی z.pourkazem@shahed.ac.ir

* تهران، ابتدای آزادراه خلیج‌فارس، روبروی حرم مطهر
امام خمینی(ره) ، دانشگاه شاهد، دانشکده علوم پایه، عضو
هیأت علمی گروه ریاضی momeni@shahed.ac.ir

†تهران، عضو هیأت علمی پژوهشکده توسعه تکنولوژی(**ACECR**)
جهاد دانشگاهی rahmanimr@yahoo.com

چکیده

سری زمانی شاخص سهام دارای ظاهری تصادفی اما خودمتشابه است. به منظور تصمیم‌گیری در مباحث مالی، پیش‌بینی روند شاخص سهام نقش اساسی و تعیین‌کننده‌ای دارد و ریسک ناشی از تصمیم‌گیری را کاهش می‌دهد. در پیش‌بینی سری زمانی بعد فراکتالی و بعد محاطی[2] از پارامترهای اصلی محسوب می‌شوند. در این مقاله با ارایه روش پیشنهادی جدید برمبنای الگوریتم DFA و تقریب خطی در فضای چند بعدی علاوه بر تعیین بعد محاطی، بعد فراکتالی نیز محاسبه می‌گردد. نتایج عددی در مورد شاخص سهام بورس تهران و سری زمانی تصادفی تولید شده بیانگر قابلیت اطمینان روش پیشنهادی است.

واژه‌های کلیدی: سری زمانی شاخص سهام، پیش‌بینی سری زمانی، بعد فراکتالی، بعد محاطی

۱. مقدمه

[1] -Detrended Fluctuation Analysis
[2]-Embedding Dimension

بورس و اوراق بهادار یک بازار متشکل و رسمی سرمایه است که در آن خرید و فروش سهام شرکت‌ها، اوراق قرضه دولتی یا مؤسسات معتبر خصوصی تحت قوانین و مقررات خاصی انجام می‌شود. مشخصه‌ی مهم بورس و اوراق بهادار حمایت قانون از صاحبان پس‌اندازها و سرمایه‌های راکد و الزامات قانونی برای متقاضیان سرمایه است[۱]. پیش‌بینی در عرصه‌ی پویای اقتصاد و بازار سرمایه یکی از مهم‌ترین مسایل مورد بحث در علوم مالی بوده است. این مسایل بیشتر با روابط غیرخطی قابل بیان می‌باشند. لذا پیش‌بینی وضعیت آینده بازار بورس با استفاده از ابزارهای خطی میسرنخواهد بود. در بررسی سری زمانی مالی به دلایل متعدد از جمله دلایل زیر:

۱. افزایش پیچیدگی در تعاملات اقتصادی و غیرهمگن بودن بازارهای مالی عصر حاضر
۲. بالا بودن درجه تغییرات غیرخطی بویژه در نوسانات با دامنه بالا
۳. وجود خواص آشوبی همچون بعد فراکتالی غیرصحیح در سری زمانی مالی

روش‌های آماری سنتی که غالباً از رفتاری خطی تبعیت می‌کنند، کارآمدی خود را برای تحلیل روند چنین داده‌های سری زمانی در طول زمان از دست می‌دهند. رویکرد فراکتال که بیشتر ناشی از اصل جهان‌شمولی این نظریه است، معتقد به وجود نوعی خودتشابهی در مقیاس‌های متفاوت در پدیده‌های فیزیکی و طبیعی است. از طرفی رفتارهای خودمتشابه در سری‌های زمانی مالی بیانگر وجود نوعی رفتار فراکتالی با جاذب‌های پیچیده[۳] است. این تشابه رفتار امکان بهره‌گیری از مدل‌های فراکتالی برای پیش‌بینی کوتاه مدت روند داده‌های مالی را امکان‌پذیر می‌کند[۳]. از طرفی بعد محاطی یک سری زمانی، بعد یک فضای هندسی می‌باشد که می‌توان سری زمانی را در آن محاط کرد. برای محاسبه بعد محاطی روش‌های مختلفی ارایه شده است که می‌توان به روش گراسبرگر- پروکاکسیا[۴](GP)، تجزیه مقادیرمنفرد[۵](SVD) ، ترکیب روش‌های GP و SVD و روش نزدیک‌ترین همسایگی غلط اشاره نمود[۳,۴].

در مقاله حاضر روش جدیدی مبتنی بر روش تحلیل نوسانات روندزدایی شده، جهت محاسبه‌ی بعد فراکتالی و بعد محاطی مناسب ارایه شده است. الگوریتم ارایه شده تعمیمی از الگوریتم **DFA** (برای آشنایی با روش DFA به مراجع [۶,۷,۸] مراجعه شود.) می‌باشد. با این تفاوت که در این روش، سری زمانی برداری تولید شده از سری زمانی اصلی مورد بررسی قرار می گیرد:

ابتدا برای جعبه‌هایی با طول‌های متفاوت از روش حداقل مربعات تقریب زیر در حالت برداری بدست می‌آید

$$X_{i+1} = \overline{\alpha} X_i + \overline{\beta} \,. \qquad (۱)$$

آنگاه به کمک خط رگرسیون مربوط به لگاریتم قدرمطلق خطاها و لگاریتم طول جعبه‌ها، نمای α محاسبه می شود. بعد فراکتالی (D) که میزان افت و خیزهای سری زمانی را نشان می‌دهد با نمای α در رابطه است. این رابطه عبارت است از

$$D = ۲ - \alpha \,.$$

۲. نتایج عددی

در این مقاله سری زمانی شاخص کل بورس تهران طی سال‌های ۱۳۸۷-۱۳۹۰ در نظر گرفته شده و روش تحلیل نوسانات روندزدایی شده برداری برآن اجرا شده و نتایج عددی بدست آمده در جدول ۱ گزارش شده است. در جدول۱ ستون اول نمایش طول بردارها و سطر اول نمایش تعداد بردارها برای محاسبه‌ی نمای α است.

[3] -strong attractor
[4] - Grasberger-Procaccia
[5] - Singular Value Decomposition

جدول۱: شاخص نمایα برای سری زمانی شاخص کل بورس تهران

طول جعبه K	3-n+10	3-n+15	3-n+20	3-n+25
n=3	0.7408	0.7701	0.7919	0.8015
n=4	0.7527	0.7786	0.7960	0.8059
n=5	0.7611	0.7829	0.7983	0.8084
n=6	0.7667	0.7865	0.8006	0.8103
n=7	0.7690	0.7941	0.8064	0.8138
n=8	0.7762	0.7945	0.8068	0.8142
n=9	0.7790	0.7976	0.8087	0.8158
n=10	0.7821	0.7962	0.8102	0.8150
n=11	0.7862	0.7998	0.8120	0.8152
n=12	0.7896	0.8034	0.8136	0.8175

با توجه به تغییر کم در سطر ۶ به بعد می‌توان نتیجه گرفت که بعد فراکتالی برابر۱,۲۰۹و بعد محاطی برابر ۶ می باشد. همچنین روش ارایه شده در مورد سری زمانی تصادفی اجرا شد که با توجه به جدول ۲ بعد فراکتالی ۱,۸۹۰را نشان می‌دهد. با بدست آوردن بعد فراکتالی و بعد محاطی مناسب به کمک معادله ۱ می توان پیش بینی مورد نظر از شاخص کل را نیز انجام داد.

جدول۲: شاخص نمایα برای سری زمانی تصادفی

طول جعبه K	3-n+10	3-n+15	3-n+20	3-n+25
n=3	0.0270	0.0647	0.0063	0.0235
n=4	0.1237	0.1202	0.0499	0.0594
n=5	0.1520	0.1685	0.0936	0.0807
n=6	0.1658	0.1667	0.1091	0.1029
n=7	0.1819	0.1553	0.1200	0.1025
n=8	0.1870	0.1337	0.1321	0.1183
n=9	0.1750	0.1542	0.1566	0.1357
n=10	0.1737	0.1643	0.1581	0.1216
n=11	0.1615	0.1637	0.1685	0.1287
n=12	0.0233	0.0239	0.0407	0.0169

۳۰نتیجه‌گیری

ابعاد فراکتالی و محاطی با روش‌های متفاوتی قابل محاسبه می‌باشند. برای سری زمانی شاخص کل بورس تهران طی سال‌های ۱۳۸۷-۱۳۹۰ بعد فراکتالی با استفاده از نمای هارست[6] نیز محاسبه گردید که با بعد فراکتالی بدست آمده از این روش مطابقت داشت. بعد محاطی نیز با روش‌های اشاره شده برای سری زمانی مذکور عدد شش محاسبه گردیده است[۵]، در این روش نیز

[6] -Hurst Exponent

بعد محاطی محاسبه شده عدد ۶ بود.

مراجع:

[۱] دوانی غلامحسین، بورس، سهام، نحوه قیمت‌گذاری سهام، نشرنخستین، ۱۳۹۰.

[۲] خاکی‌صدیق علی، ارزیابی روش‌های پیش‌بینی قیمت سهام و ارایه مدل بهینه، پژوهشکده پولی و بانکی بانک مرکزی جمهوری اسلامی, ۱۳۸۳.

[۳] رحمانی مرتضی، کاربرد نظریه آشوب و فراکتال در پیش‌بینی سری‌های زمانی، جهاد دانشگاهی، واحد صنعتی شریف، ۱۳۹۰.

[۴] صائبی بیدگلی فهیمه، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، پیش‌بینی سری‌های زمانی با نظریه آشوب و فراکتال‌ها، گروه ریاضی، دانشگاه شاهد، ۱۳۸۹.

[۵] پورکاظم زینب، مومنی‌ماسوله سیدحجت‌اله، رحمانی مرتضی، تعیین بعد محاطی شاخص سهام به کمک اختلالات نرمال، پنجمین همایش ملی تخصصی ریاضی دانشگاه پیام نور شیراز، آبان ۹۱.

[٦] C.K.Peng, S. Havlin, H. E. Stanley, A. L. Goldberger, Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series, Chaos (٥)١,١٩٩٥, p.

[٧] C. K. Peng, Long-range Anticorrelations and Non-Gaussian Behavior of the Heartbeat, Physical Review Letter ٧٠, ١٩٩٣, ١٣٤٣-١٣٤٦.

[٨] K. Domino, The use of the Hurst exponent to predict changes in trends on the Warsaw Stock Exchange, Physica A ٣٩٠, ٢٠١١, ٩٨-١٠٩.

شکل ۱- پوستر سومین کنفرانس ریاضیات مالی و کاربردها