

بررسی روش های محاسبه امپدانس و چگالی جریان هادی های الکتریکی در فرکانس های مختلف

سید امین فضل جو^۱، محمدرضا بسمی^۲

^۱دانشگاه آزاد اسلامی واحد خوراسگان Fazljoo_Amin@yahoo.com

^۲دانشگاه شاهد، دانشکده فنی مهندسی Besmi@shahed.ac.ir

چکیده - جایگاه ماشین های الکتریکی و ادوات الکترونیک قدرت در صنعت برق بر کسی پوشیده نیست. در مطالعه حالت گذرا در سیستم های قدرت، به یک مدل دقیق از تجهیزات سیستم قدرت در فرکانس های بالا نیاز است. یکی از بخش های مهم این تجهیزات سیستم قدرت، کویل های سیم پیچی شده می باشند. بنابراین محاسبه امپدانس در تمامی فرکانس ها نقش مهمی را در شبیه سازی در ماشین های الکتریکی و تجهیزات سیستم های قدرت بازی می کند. در این مقاله یک روش ساده و جدید برای محاسبه امپدانس هادی های کویل ها برای بررسی حالت گذرا مورد بررسی قرار گرفته است به علاوه اثرات پوستی و اثرات فرکانس بر روی نحوه توزیع چگالی جریان با نشان دادن اشکال سه بعدی چگونگی توزیع چگالی بررسی گردیده است. همچنین روشی پیشنهادی برای محاسبه ماکزیمم چگالی جریان که می تواند به هادی آسیب بزند ارائه شده است. کلید واژه - اثر پوستی، امپدانس هادی، توزیع چگالی جریان، فرکانس بالا

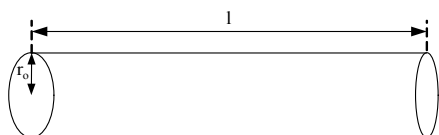
در حین سادگی محاسبات دارای دقت بسیار بالایی می باشند. در بخش ۲ روابط محاسبه اندوکتانس و مقاومت هادی سیم پیچ مورد بررسی قرار گرفته شده است و در قسمت ۳ اثرات پوستی در فرکانس های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است.

۱- مقدمه

هادی های الکتریکی سیم پیچی شده در موتورهای الکتریکی و ترانس ها بازیگردان اصلی این دستگاه های الکتریکی می باشند. در سیم بندی های آنها هادی های طویل الکتریکی به کار رفته است. با توجه به وجود فرکانس های کاری مختلف از حالت صفر تا فرکانس های بسیار بالا در حدود چند گیگا، لازم است که اثر فرکانس بر روی اندوکتانس خودی یک هادی و مقاومت آن بررسی شود. این امر برای ادوات الکترونیک قدرت که در آنها هادی های الکتریکی کوچک به کار می رود صادق می باشد. امروزه در قدرت نیز کار با فرکانس های بالا ضرورت خود را نشان داده است. برای محاسبه اندوکتانس و مقاومت هادی مستقیم روش های مختلفی ارائه گردیده است. مش بندی، روابط رامو- واینری و رابطه نیومن روش و روابط شناخته شده ای برای محاسبه اندوکتانس و مقاومت هادی های الکتریکی می باشند [۵-۱]. هر یک از این روابط دارای پیچیدگی های خاص خود در انجام محاسبات می باشند. در مراجع [۶] و [۷] روش های بسیار ساده ای برای محاسبه اندوکتانس و مقاومت هادی های الکتریکی ارائه گردیده که مشکلات روش های قبلی در آنها دیده نمی شوند و

۲- روش های محاسبه اندوکتانس هادی در فرکانس های مختلف

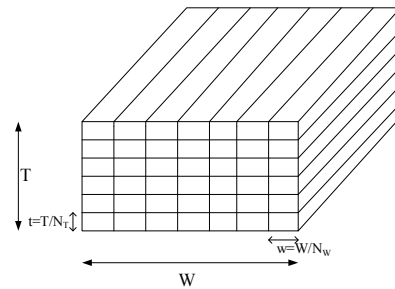
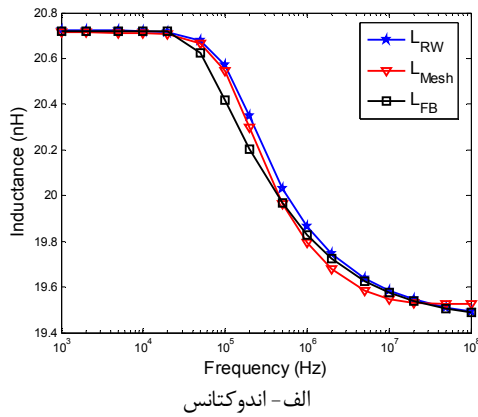
برای یک سیم مقطع دایره ای با شعاع و طول معین مانند شکل ۱ می توان اندوکتانس و مقاومت سیم را بر اساس روش رامو- واینری (روش ICRW) محاسبه کرد. رابطه مورد استفاده در این روش برای تمامی فرکانس های دلخواه مورد استفاده می باشد که محاسبات روابط بسلی و مشتقات آنها در هر فرکانس از معایب این روش است [۴].



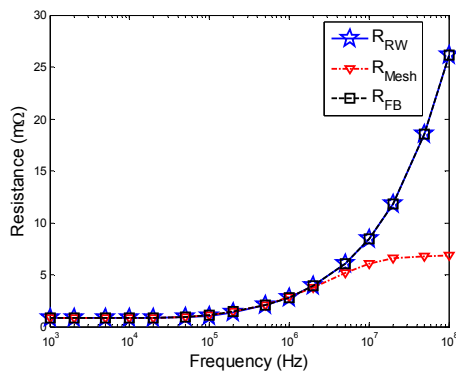
شکل ۱- نمایی از یک هادی استوانه ای

L	R	L	R	L	R	
۲۰/۷	۰/۸۴۴	۲۰/۷	۰/۸۴۷	۲۰/۷	۰/۸۴۵	۱
۲۰/۷	۰/۸۴۴	۲۰/۷	۰/۸۴۷	۲۰/۷	۰/۸۴۵	۲
۲۰/۷	۰/۸۴۴	۲۰/۷	۰/۸۴۸	۲۰/۷	۰/۸۴۶	۵
۲۰/۷	۰/۸۴۴	۲۰/۷	۰/۸۵۹	۲۰/۷	۰/۸۴۸	۱۰
۲۰/۷	۰/۸۴۴	۲۰/۷	۰/۸۵۸	۲۰/۷	۰/۸۵۵	۲۰
۲۰/۶	۰/۹۱۲	۲۰/۶	۰/۹۱۲	۲۰/۶	۰/۹۰۴	۵۰
۲۰/۴	۱/۱۰۵	۲۰/۵	۱/۰۶۸	۲۰/۵	۱/۰۴۹	۱۰۰
۲۰/۳	۱/۴۱۸	۲۰/۳	۱/۴۲۰	۲۰/۳	۱/۳۸۲	۲۰۰
۱۹/۹	۲/۰۷۴	۱۹/۹	۲/۱۱۲	۲۰/۰	۲/۰۶۶	۵۰۰
۱۹/۸	۲/۸۲۵	۱۹/۷	۲/۸۳۵	۱۹/۸	۲/۸۲۱	۱۰۰۰
۱۹/۷	۳/۸۹۵	۱۹/۶	۳/۷۶۴	۱۹/۷	۳/۸۹۴	۲۰۰۰
۱۹/۶	۶/۰۲۳	۱۹/۵	۵/۱۶۵	۱۹/۶	۶/۰۲۵	۵۰۰۰
۱۹/۵	۸/۴۴۵	۱۹/۵	۶/۰۵۰	۱۹/۵	۸/۴۳۰	۱۰۰۰۰
۱۹/۵	۱۱/۸۲	۱۹/۵	۶/۵۵۳	۱۹/۵	۱۱/۸۳	۲۰۰۰۰
۱۹/۵	۱۸/۵۶	۱۹/۵	۶/۷۷	۱۹/۵	۱۸/۵۸	۵۰۰۰۰
۱۹/۴	۲۶/۱۷	۱۹/۵	۶/۸۱	۱۹/۴	۲۶/۱۹	۱۰۰۰۰۰

می توان با معادل سازی هادی استوانه‌ای و استفاده از یک هادی با سطح مقطع مربعی با ثابت نگه داشتن طول هادی به جای هادی استوانه‌ای از روش مش‌بندی (روش ICM) استفاده نمود. هادی معادل سازی شده در شکل ۲ نمایش داده شده است. با افزایش فرکانس باید تعداد مش‌بندی به طور تصاعدی افزایش یابد که این عمل زمان انجام محاسبات کامپیوتری را به شدت افزایش می‌دهد [۱]. علاوه بر این در مراجع [۲] و [۳] از مش‌بندی غیر یکنواخت در فرکانس‌های مختلف استفاده گردیده است که تا حدودی باعث کاهش زمان انجام محاسبات کامپیوتری می‌گردد. از مشکلات روش مش‌بندی غیر یکنواخت در مراجع [۲] و [۳] می‌توان عدم ارائه یک ساختار مناسب برای استفاده از این روش و عدم تایید آن با نرم‌افزار المان محدود نام برد.



شکل ۲: نمایشی از یک هادی الکتریکی با سطح مقطع مربعی



یکی دیگر از روش‌های محاسبه اندوکتانس و مقاومت هادی‌ها در تمامی فرکانس‌ها روش پیشنهادی ICBF می‌باشد. ویژگی بارز این روش سادگی و دقت بالای آن است [۶] و [۷]. برای یک هادی مسی نمونه با ابعاد مشخص (قطر سطح مقطع ۰/۸۱۲۸ میلی‌متر (۱ اینچ)) و یک هادی با سطح مقطع مربعی با همان مساحت سطح مقطع هادی استوانه‌ای، (سیم مربعی به ضلع ۰/۷۱۹ میلی‌متر و طول ۲۵/۴ میلی‌متر و تقسیم‌بندی ۱۴×۱۴) اندوکتانس و مقاومت هادی با روش‌های ذکر شده محاسبه گردیده و نتایج در جدول ۱ نشان داده شده است. نمودار تغییرات اندوکتانس و مقاومت در منحنی‌های شکل ۳ آورده شده است.

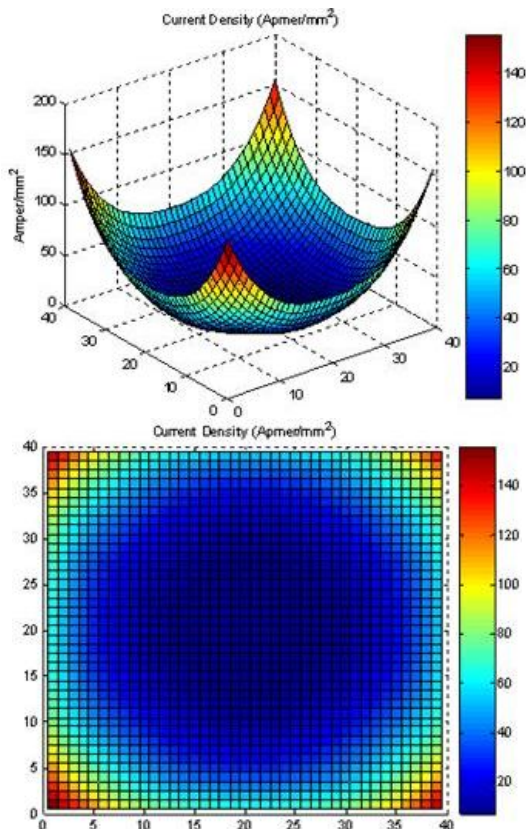
شکل ۳: نمودار تغییرات اندوکتانس و مقاومت توسط سه روش بر حسب فرکانس

با توجه به جدول ۱ و نمودارهای شکل ۳ مشاهده می‌شود که نتایج روش ICBF بسیار نزدیک نتایج روش ICRW می‌باشد.

جدول ۱ - نتایج شبیه‌سازی سه روش ICBF, ICM, ICRW

ICFB	ICM	ICRW	فرکانس (کیلو هرتز)

با بدست آوردن مقدار جریان در هر مش در سطح مقطع و تقسیم مقادیر بدست آمده بر سطح مقطع هر مش چگالی جریان در هر مش بدست می آید به عبارتی دیگر اگر بردار جریان را در عدد ثابت $\frac{N_W \times N_T}{W \times T}$ ضرب نماییم، چگالی جریان در تمامی سطح مقطع هادی بدست می آید. به طور نمونه برای دو فرکانس ۵۰۰ کیلو هرتز با مش بندی ۴۰×۴۰ و فرکانس ۱ مگاهرتز با مش بندی ۵۰×۵۰ توزیع چگالی جریان با استفاده از روش ICM در سطح مقطع هادی در اشکال ۴ و ۵ به ترتیب نشان داده شده است. همچنین چگالی شار مغناطیسی با استفاده از نرم افزار FEMM برای فرکانس های ۵۰۰ کیلو و ۱ مگاهرتز در اشکال ۶ و ۷ به ترتیب نشان داده شده است.



شکل ۴: نمایش چگالی جریان در سطح مقطع هادی در فرکانس ۵۰۰ کیلو هرتز و مش بندی ۴۰×۴۰

۳- توزیع چگالی جریان در سطح هادی

با مش بندی سطح مقطع هادی مربعی می توان ماتریس امپدانس به صورت ۱ نوشت.

$$Z = \begin{bmatrix} R + j\omega L & j\omega M_{12,11} & \dots & j\omega M_{N_T N_W, 11} \\ j\omega M_{11,12} & R + j\omega L & \dots & j\omega M_{N_T N_W, 12} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ j\omega M_{11, N_T N_W} & j\omega M_{12, N_T N_W} & \dots & R + j\omega L \end{bmatrix} \quad (1)$$

$M_{ij, mn}$ نمایانگر اندوکتانس متقابل بین فیلمان متناظر با زیر هادی سطر i ام، ستون m ام با فیلمان متناظر با زیر هادی سطر j ام، ستون n ام است. عناصر قطر اصلی ماتریس همان اندوکتانس های خودیو مقاومت هر زیر هادی و سایر عناصر ماتریس اندوکتانس های متقابل بین زیر هادی ها هستند. زیر هادی های، هادی شکل ۲ همگی با هم موازی بوده و اگر اختلاف پتانسیل اعمالی به دو سر هادی را برابر v در نظر بگیریم، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر تمامی زیر هادی ها نیز برابر v است و در حالت ماتریسی برای تمام زیر هادی ها طبق قانون اهم می توان نوشت:

$$V = I \quad (2)$$

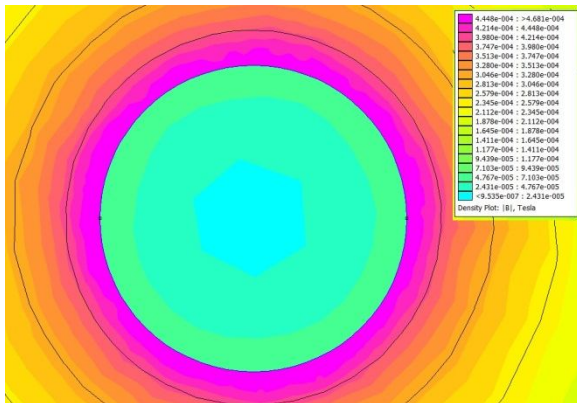
$$V = که$$

$$I = [v_{11} v_{12} v_{13} \dots v_{21} v_{22} \dots v_{N_T N_W}]^T$$

و $[i_{11} i_{12} i_{13} \dots i_{21} i_{22} \dots i_{N_T N_W}]^T$ به ترتیب ماتریس های ولتاژ و جریان زیر هادی ها هستند. با بدست آوردن ماتریس Z رابطه ۱ و محاسبه ماتریس ادمیتانس از روی آن و ضرب بردار ولتاژ در ماتریس ادمیتانس می توان جریان را در تمامی مش های روی سطح هادی بدست آورد (رابطه ۴). بدین منظور بردار ولتاژ رابطه ۲ یک بردار با درایه های ۱ که اندازه آن برابر با تعداد مش بندی $(N_W \times N_T)$ می باشد، است. به عبارتی دیگر:

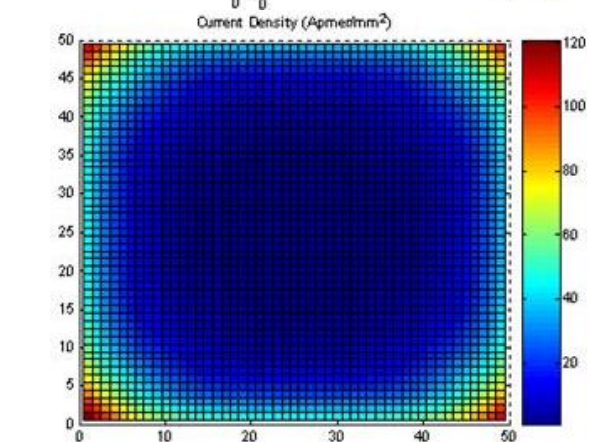
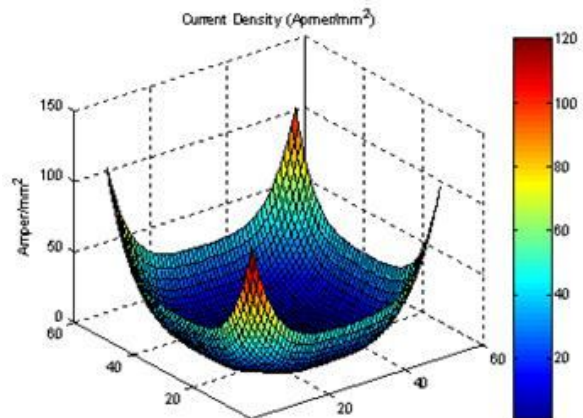
$$V = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}_{N_W \times N_T} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} i_{11} \\ i_{12} \\ \vdots \\ i_{N_T N_W} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1 N_T N_W} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2 N_T N_W} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{N_T N_W 1} & y_{N_T N_W 2} & \dots & y_{N_T N_W N_T N_W} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

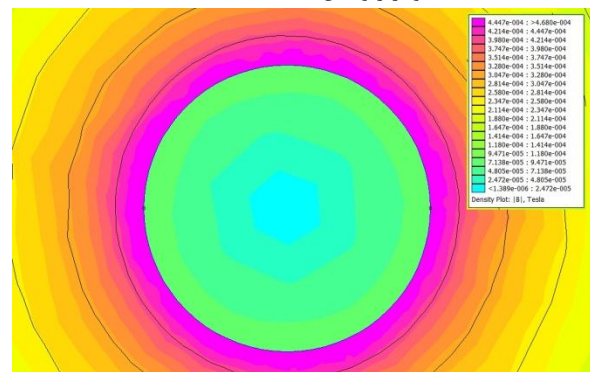


شکل ۷: نمایش چگالی شار در فرکانس ۱ مگا هرتز

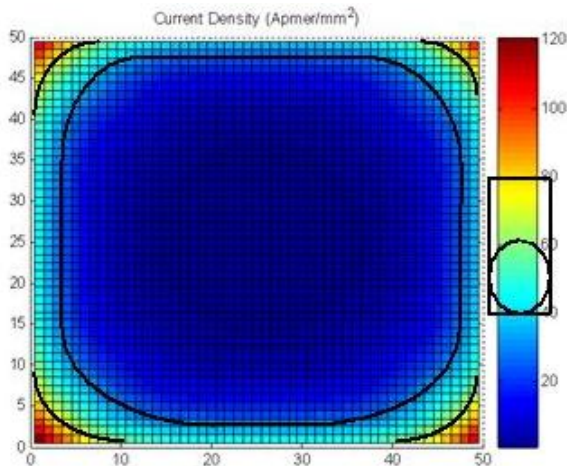
با توجه به اشکال ۶ و ۷ مشاهده می شود که با افزایش فرکانس چگالی شار بر روی لایه های بیرونی هادی افزایش یافته که خود باعث افزایش چگالی جریان در این لایه ها می گردد. جریان های لحظه ای زیاد در هادی ها باعث ایجاد چگالی جریان در قسمت هایی از هادی و آسیب دیدن هادی می شود لذا بدست آوردن چگالی جریان در سطح مقطع هادی امری اجتناب ناپذیر است تا بتوان نقاط آسیب پذیر هادی را مشخص نمود و راهی برای جلوگیری از آسیب رساندن به هادی اندیشید. بدست آوردن چگالی جریان در تمام سطح مقطع هادی با روش ICM امکان پذیر می باشد که با توجه به معایب این روش و اتلاف زمان بسیار استفاده از این روش زیاد جالب نیست [۴] و [۵]. از طرفی در مقاصد عملی بدست آوردن حداکثر چگالی جریان عبوری از هادی برای بررسی اثر تخریبی جریان عبوری بر روی هادی کفایت می نماید. برای دستیابی به این امر با روشی سریعتر، روش پیشنهادی ارائه می گردد تا برای بدست آوردن حداکثر چگالی جریان در هادی خود را از مشکلات روش ICM و انجام محاسبات پیچیده رها سازیم. بدین منظور می توان گفت چون ۶۳٪ جریان از لایه ای با ضخامت δ (عمق نفوذ) می گذرد، بنابراین با بدست آوردن جریان کل عبوری از هادی، ضرب آن در عدد 0.63 و تقسیم آن به مساحت سطحی با ضخامت δ و شعاع داخلی $\delta - r_0$ ، چگالی جریان را در لایه بیرونی سیم به ضخامت δ بدست آمده و حداکثر چگالی جریان عبوری از سیم تقریباً بدست می آید. بنابراین می توان پارامترهای سیم مورد نیاز را حساب کرده و یا راه حلی مناسب برای جلوگیری از ایجاد چنین چگالی جریان در سطح مقطع هادی اندیشید تا از آسیب دیدن هادی جلوگیری به عمل آید. با توجه به توضیحات داده شده می توان از رابطه ۵ برای بدست آوردن حداکثر چگالی جریان



شکل ۸: نمایش چگالی جریان در سطح مقطع هادی در فرکانس ۱۰۰۰ کیلوهرتز و مش بندی 50×50



شکل ۹: نمایش چگالی شار در فرکانس ۵۰۰ کیلو هرتز



ب- فرکانس ۱۰۰۰ کیلوهرتز

شکل ۸: نمایش چگالی جریان در فرکانس ۵۰۰ و ۱۰۰۰ کیلوهرتز با مش بندی ۴۰×۴۰ و ۵۰×۵۰

از اشکال شکل ۶ و نتایج جدول ۲ مشاهده می شود که با چشم پوشی از گوشه های تیز هادی بیشترین چگالی جریان که می تواند به هادی آسیب برساند در محدوده چگالی جریان بدست آمده از روش پیشنهادی می باشد. بدین ترتیب برای بررسی آسیب پذیر بودن هادی در فرکانس مورد نظر دیگر نیازی به صرف زمان زیاد و استفاده از ابر کامپیوترها نمی باشد.

۴- نتیجه گیری

بدست آوردن امپدانس و چگالی جریان در هادی های مستقیم استوانه ای و کانکتورهای کوچک برای برقراری اتصالات الکتریکی در فرکانس های بالا در مقاصد عملی از اهمیت خاصی برخوردار است. با توجه به نتایج حاصل و مشکلات روابط موجود در محاسبه امپدانس هادی به خصوص در روش مش بندی که نیازمند صرف زمان زیادی و کامپیوترهایی با قدرت پردازش بالا می باشد، روشی ساده پیشنهاد گردید که با استفاده از آن می توان میزان چگالی جریان را به راحتی محاسبه نمود و آسیب پذیر بودن هادی را در فرکانس مورد نظر بررسی نمود. نحوه توزیع جریان و چگالی جریان با روش مش بندی و کدنویسی در نرم افزار مطلب توسط اشکال سه بعدی نشان داده شد و صحت رابطه پیشنهادی با کدنویسی های انجام شده تایید گردید. استفاده از این روش در محاسبات سریع ماشین و ترانس های الکتریکی، خطوط انتقال و کارخانجات سازنده تراشه های الکترونیکی فرکانس بالا پیشنهاد می گردد.

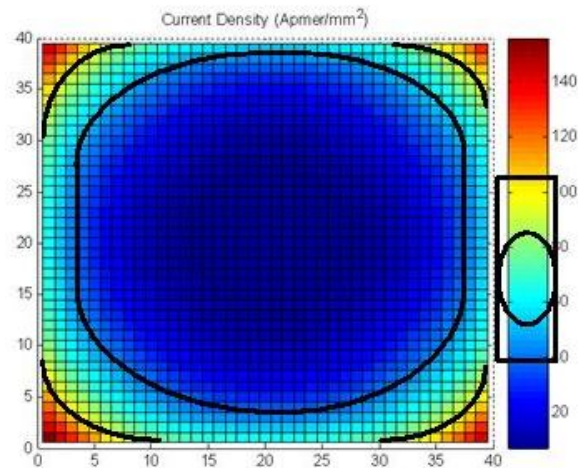
استفاده نمود. البته در استفاده از رابطه ۵ از اثر لبه های هادی صرف نظر شده است.

(۵) d

به طور نمونه چگالی جریان از روش پیشنهادی برای فرکانس های ۵۰۰ کیلو و ۱، ۱۰، ۲۰ مگا هرتز حساب شده و نتایج در جدول ۲ آورده شده است (قطر سیم ۰/۸۱۲۸ میلی متر). قابل ذکر است که ولتاژ دو سر سیم را برابر ۱ ولت در نظر گرفته ایم. برای دو فرکانس ۵۰۰ کیلو و ۱ مگاهرتز در اشکال شکل ۸ مقایسه ای بین دو روش پیشنهادی و ICM انجام شده است.

جدول ۲- چگالی جریان از روش ICFB در چند فرکانس نمونه

فرکانس (کیلوهرتز)	امپدانس سیم (اهم)	جریان (آمپر)	عمق نفوذ (میلی متر)	چگالی جریان (آمپر بر میلی متر مربع)
۵۰۰	۰/۰۶۳	۱۵/۸۸	۰/۰۹۳	۷۵/۲۲
۱۰۰۰	۰/۱۲۴	۸/۰۱	۰/۰۶۶	۵۱/۶۸
۱۰۰۰۰	۱/۲۳۰	۰/۸۱	۰/۰۲۰	۱۵/۶۳
۲۰۰۰۰	۲/۴۵۶	۰/۴۰۷	۰/۰۱۴۸	۱۰/۹۹



الف- فرکانس ۵۰۰ کیلوهرتز

مراجع

- [1] A. W. Barr, "Calculation of Frequency-Dependent Impedance for Conductors of Rectangular Cross Section," *AMP Journal of Technology*, vol. 1, 2004, pp.91-100.
- [2] M. R. Besmi, S. Akbarikia, "Circuit Model of a Conductor with Skin Effect by the Non-Uniform Mesh Method," 18th Iranian Conference on Electrical Engineering, Esfahan, Iran, May. 2010, pp. 1823-1828.
- [3] M. Ezati. Mosleh, M. R. Besmi, "Calculation of the Current and Efficiency of High Frequency MCG Generator in Time of Explosion Progress by Using New Method of NUC," *Canadian Journal EEE*, vol. 2, n. 7, July. 2011, pp. 332-339.
- [4] S. Ramo, J. R. Whinnery, T. V. Duzer, *Fields and Waves in Communication Electronics*, 3rd ed, New York, John Wiley & Sons, 1993, pp. 178-182.
- [5] M. K. Kazimierczuk, *High-Frequency Magnetic Components*. United Kingdom, John Wiley & Sons, 2009.
- [6] S. A. Fazljoo, M.R. besmi, "A New Method for Calculation of Impedance in Various Frequencies," 1st Power Electronics & Drive Systems & Technologies Conference (PEDSTC), Tehran. Iran, February. 2010, pp. 36-40.
- [7] S. A. Fazljoo, M. R. Besmi, "A New Method for Calculation of Impedance in Straight and Ring Wires in Various Frequencies," *International Journal on Communications Antenna and Propagation (IRECAP)*, vol. 1, n. 3, June 2011.