حل مساله تخصیص درجه دو (QAP) با شرایط فازی با استفاده ازالگوریتم ژنتیک

جواد نام‌آور*،دانشجوی کارشناسی‌ارشد مهندسی‌صنایع،دانشگاه پیام‌نور تهران، javad.namavar@yahoo.com

دکتر مهدی بشیری، عضو هیأت علمی دانشگاه شاهد ، Bashiri@shahed.ac.ir

دکتر صفی صمغ آبادی، عضو هیأت علمی دانشگاه پیام‌نور ، safi@tehran.pnu.ac.ir

چکیده:در این مقاله مساله تخصیص درجه دو با شرایط فازی برای ضرایب تابع هدف درنظر گرفته شده‌است که اعداد فازی به کار رفته در آنها می‌توانند اعداد فازی مثلثی، ذوزنقه‌ای یا غیرخطی باشند. برای حل این مساله ابتدا با استفاده از الگوبرداری از روش آلفا برش و درنظرگرفتن حد پایین و حد بالا برای تمامی اعداد فازی موجود در ماتریس تابع هدف، به مواجهه با شرایط فازی پرداخته و مساله QAP را در هر یک از حدود پایین و بالای تمامی برشها به وسیله الگوریتم ژنتیک حل نموده تا با کنار هم گذاشتن آنها، کوچکترین مقدار تابع هدف فازی مساله بدست‌آید که برتری این روش نسبت به روشهای حل‌پیشین ارائه شده برای سایر مسائل مشابه این مساله، تاکید آن برای بدست آوردن کوچکترین مقدار تابع هدف در هر برش می‌باشد.

کلمات کلیدی: هزینه‌های فازی - مساله‌تخصیص درجه دو-الگوریتم‌ژنتیک - روش آلفا برش

۱. مقدمه

مساله QAP (Quadratic Assignment Problem) یک مساله تخصیص درجه دو است که به دنبال بررسی چیدمان دو تسهیل به طور همزمان و با کمترین هزینه می‌باشد. این مساله از مسائل کلاسیک ترکیبی در موضوع بهینه سازی بوده و ازنظردسته‌بندی جزءمسائل برنامه‌ریزی غیرخطی قرارمی‌گیرد.این نوع مساله برای رشته های دانشگاهی کاربردهای مختلفی دارد که از جمله می‌توان به مکان‌یاببخش‌هایمختلفیککارخانه یا شهر (مهندسی صنایع) و طراحی مدارهای الکترونیکی(VLSI)(مهندسی برق) و غیره اشاره کرد.

۲. مفهوم و ضرورت بیان مساله QAP در شرایط فازی

با توجه به اینکه ماهیت این گونه مسائل، بهینه سازی شرایط واقعی با استفاده از داده های اولیه‌یی است که از محیط واقعی بدست می‌آیند و از آنجایی که اغلب اوقات داده های اولیه برای این گونه مسائل از شرایط عدم اطمینان و مبهم بودن برخوردارند، در این صورت برای مواجهه با این گونه شرایط و برای منعکس کردن این گونه داده ها در حالت ریاضی بهتر است که از اعداد فازی استفاده شود.

۳. حل مساله QAP در شرایط فازی

مساله (QAP) در شرایط فازی ضرب متناظر دو ماتریس فازی $\tilde{d}_{kh}$، $\tilde{w}_{ij}$می‌باشد که به ترتیب نشانگر فاصله مکان‌ها و فراوانی ارتباط تسهیلات به صورت دوبه‌دو می‌باشند که درایندمل پارامترهایx_{jh} و x_{ik}بیانگر قرارگیری تسهیل i و j در مکانهایk و hبوده و محدودیت‌های آن بیانگر این مطلب می‌باشد که هر تخصیص فقط در یک مکان قرار می گیرد و هر مکان نیز فقط برایک تسهیل می‌باشد.

$$min\ Z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{h=1}^{n} \tilde{w}_{ij} \cdot \tilde{d}_{kh} x_{ik} x_{jh} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ik} = 1 \quad , \quad \forall k = 1 \dots n$$

$$\sum_{k=1}^{n} x_{ik} = 1 \quad , \quad \forall i = 1 \dots n$$

$$x_{ik} = \{0,1\} \quad , \quad \forall i,k = 1 \dots n$$

روش حل پیشنهادی برای مواجهه با شرایط فازی روش λ-برش می‌باشد که روشی کاربردی و منطبق بر واقعیت بوده که هرچه درجه برش به سمت یک نزدیکتر می‌شود از درجه فازی بودن درایههای ماتریس کم شده و دامنه بازه مورد نظر برای هر درایه نیز کاهش می‌یابد و درایه ها به سمت قطعی شدن حرکت می‌کنند و برعکس.در این مقاله با استفاده از روش λ-***Error! Bookmark not defined.*** برش و محاسبه بازه به وجود آمده در هر برش برای اعداد فازی به مواجهه با شرایط فازی به وجود آمده در مساله پرداخته شده‌است. حد پایین و حد بالای به وجود آمده برای هریک از اعداد ماتریس، در هر برش محاسبه شده و مساله QAP با هر یک از این حدود یک بار حل شده تا کوچکترین جواب برای هر قسمت بدست آید

درحالی که در روش ارائه شده در مقاله کومار [1] با استفاده از روش رتبه‌بندی یاگر [2]و فرمول (۲) تمامی اعداد فازی مانند $\tilde{A} = (m,n,\alpha,\beta)_{L-R}$به اعداد قطعی معادل‌سازی می‌شوند و با یک بار حل مساله QAP در شرایط قطعی، چیدمان (چیدمان های) تخصیص تسهیلات و متناسب با آن مقدار تابع هدف قطعی مساله بدست آورده می‌شود.

(2)

$$R(\tilde{A}) = \frac{1}{2}\left(\int_0^1 \left(m-\alpha L^{-1}(\lambda)\right)d\lambda + \int_0^1 \left(n+\beta L^{-1}(\lambda)\right)d\lambda\right)$$

حال با استفاده از روش λ- برش اعداد فازی به کار رفته در درایه‌هایآنهابه N برش تقسیممی‌شوند و اگر هر برش با پارامتر λ نشان داده شود در این صورت درایه‌های فازی دو ماتریس مذکور به بازه‌های در برشهای مختلف تبدیل خواهند شد و بدین ترتیب مساله QAP فازی به N مساله QAP بازه ای تبدیل می‌شود که در این مدل جدید ماتریس های $\bar{w}_{ij}^{\lambda}$و$\bar{d}_{kh}^{\lambda}$بیانگر ماتریس‌های متناظر فازیمساله (۱) در برش λ می باشند و در نتیجه تابع هدف بدست آمده $f^{\lambda}(x)$نیز معادل برش λ از تابع هدف فازی کلی مساله می‌باشد.

$$Min\ f^{\lambda}(x) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} \bar{w}_{ij}^{\lambda}\cdot \bar{d}_{kh}^{\lambda}\, x_{ik}x_{jh} \qquad (3)$$

(با همان محدودیت‌های مساله)

بعد از تبدیل درایه های فازی به بازه های مشخص برای هر برش، حال می توان با در نظر گرفتن حد پایین (Lower) و حد بالا (Upper) برای بازه ها، مساله QAP را به دو مساله با حالت قطعی (Crisp) در هر برش λتبدیل کرد و با استفاده از الگوریتم ژنتیک [3]به حل آنها پرداخت.

الف) حد پایین مساله QAP

$$Min\ f_L^{\lambda}(x) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} w_{ij_L}^{\lambda}\cdot d_{kh_L}^{\lambda}\, x_{ik}x_{jh} \quad (4)$$

الف) حد بالای QAP

$$Min\ f_U^{\lambda}(x) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} w_{ij_U}^{\lambda}\cdot d_{kh_U}^{\lambda}\, x_{ik}x_{jh} \quad (5)$$

۴. مثال عددی

مساله QAPفازی با مرتبه ۲۰ هم به روش پیشنهاد شده در این مقاله و هم با روش ارائه شده در مقاله کومار [1]در تعداد برش $N=11$و به وسیله الگوریتم ژنتیک حل شده‌است که الگوریتم به کار رفته در این مقاله شامل پارامترهای $P_m = 0.05$ (نرخ جهش)، $P_c = 0.8$ (احتمال ترکیب) و $P_s = 50$ (تعداد کرموزوم در هر نسل) می باشد. مقادیر بدست آمده در هر روش در برخی از برشها مقایسه شده و با استفاده از فرمول شماره ۶ مقدار GAP بین آنها محاسبهشده که حاصل این کار جدول شماره ۱ بوده است.

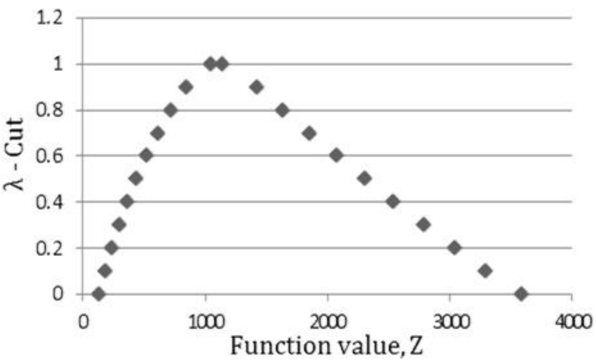
$$GAP = \frac{Z_{(kumar)}{}_{min}^{\lambda} - Z_{GA}{}_{min}^{\lambda}}{Z_{GA}{}_{min}^{\lambda}} \times 100 \qquad (6)$$

جدول 1 - مقایسه روش حل پیشنهادی با روش مقاله کومار

20×20	$Z_{GA}{}^{\lambda}_{min}$	$Z^{\lambda}_{min}\ (Kumar)$	GAP%
$\lambda_L = 0$	135	165	22.22
$\lambda_L = 0.5$	437.8531	461.6586	5.44
$\lambda_U = 0.9$	1420.302	1427.8	0.53
$\lambda_U = 0.7$	1853.945	1861.8	0.42

در ضمن اگر تمامی مقادیر توابع هدف در برشهای مختلف محاسبه شوند به جواب نهایی مثال عددی دست خواهیم یافت که همان تابع عضویت هزینه تخصیص مساله QAP فازی می‌باشد. این موضوع در شکل ۱ برای مساله QAP با مرتبه ۲۰ نمایش داده می‌شود.

شکل 1 - تابع عضویت کوچکترین هزینه مساله QAP



۵. نتایج

همانطور که در (جدول شماره۱) دیده شددر روش ارائه شده در این مقاله با وجودی که مساله QAPدر هریک از برشها حل می‌شودو در حالی که روش کومار [1]فقط یک بار مساله QAP را حل می‌نماید با این وجود روش پیشنهاد شده در تمامی برشها مقدار تابع هدف کوچکتری را نسبت به روش کومار [1] بدست می‌آورد.

۶ . مراجع

[1] Kumar, A .and Gupta, A. (2011) "Methods for Solving Fuzzy Assignment Problems and Fuzzy Travelling Salesman Problems with Different Membership Functions, Fuzzy Inf. Eng", 1: 3-21.
[2] Yager, R. (1981) "A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval, Information Sciences", 24, 143-161.
[3] R.Ahuja. (2000) "A greedy genetic algorithm for the quadratic assignment problem,Computers & Operations Research",27, 917-934.