12th International Conference on Industrial Engineering
(ICIE 2016)
Iran Institute of Industrial Engineering
Kharazmi University
12th International Conference on Industrial Engineering

توسعه‌ی روش‌هایی برای پایش پروفایل‌های دریچلت در فاز ۲

حوریه فروتن، امیرحسین امیری، رضا کامران‌راد

گروه مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد، تهران، ایران

نویسنده مسئول: امیرحسین امیری (amiri@shahed.ac.ir)

چکیده

پایش پروفایل‌ها یکی از پرکاربردترین رویکردهای کنترل آماری فرایند برای بررسی کیفیت یک فرایند یا محصول می‌باشد. پروفایل رابطه‌ای است بین متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر مستقل که در طول زمان پایش می‌شود. گاهی لازم است چند متغیر پاسخ همبسته به‌طور هم‌زمان پایش شوند. در چنین شرایطی مفهوم پایش پرفایل‌های چندمتغیره مطرح می‌شود. پروفایل‌های چندمتغیره‌ای که متغیرهای پاسخ آن‌ها از نوع داده‌های مؤلفه‌ای هستند با استفاده از مدل رگرسیون دریچلت پایش می‌شوند. در این مقاله دو روش برای پایش پروفایل‌های دریچلت در فاز ۲ ارائه می‌شود. اولین روش توسعه‌ی نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمائی چند متغیره و روش دوم نمودار کنترل مربع تی هتلینگ است. عملکرد روش‌های پیشنهادی از طریق شبیه‌سازی مورد مطالعه قرار گرفته و با استفاده از معیار متوسط طول دنباله مقایسه شده اند.

کلمات کلیدی: پایش پروفایل، پروفایل‌های چندمتغیره، رگرسیون دریچلت، میانگین متحرک موزون نمائی چندمتغیره، متوسط طول دنباله.

۱.مقدمه

در کنترل فرایند آماری معمولا کیفیت یک فرایند یا محصول به وسیله‌ی توزیع یک یا چند مشخصه‌ی کیفی توصیف و به وسیله‌ی نمودارهای کنترلی تک متغیره یا چندمتغیره مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بسیاری از شرایط می‌توان رابطه‌ای بین متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر مستقل تعریف کرده، این رابطه را در طول زمان پایش نمود. به این رابطه پروفایل گفته می‌شود. استفاده از رویکرد پایش پروفایل‌ها در جهت اطمینان از پایداری فرایندها رو به افزایش است. امروزه پایش پروفایل‌ها کاربردهای فراوانی در واحدهای صنعتی و خدماتی دارد. در کاربردهای بسیاری در صنعت، به‌خصوص در زمینه‌ی کالیبراسیون نشان داده شده که گاهی لازم است چند پروفایل که دارای متغیرهای پاسخ همبسته هستند، به صورت همزمان مورد پایش قرار گیرند که این روند پایش پروفایل‌های چند متغیره نامیده می‌شود. تاکنون مطالعات بسیاری در زمینه‌ی پایش پروفایل‌ها صورت گرفته است. کنگ و آلباین [۱] در مقاله‌ی خود دو رویکرد برای پایش پروفایل‌های خطی در فاز ۲ ارائه کرده‌اند. آن‌ها در رویکرد اول خود از یک نمودار کنترل دو متغیره‌ی T^2 برای پایش ضرایب رگرسیون در پروفایل‌های خطی استفاده کرده‌اند. در رویکرد دوم نیز یک نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمائی برای پایش میانگین انحرافات و به طور همزمان یک نمودار کنترل R به منظور پایش پراکندگی این انحرافات به کار رفته است. کیم و همکاران [۲] روش‌های پیشنهادی کنگ و آلباین[۱] را برای پایش پروفایل‌های خطی در فاز ۲ توسعه دادند. کد کردن مقادیر متغیرهای مستقل وجه تمایز مطالعات آن‌ها می‌باشد. کد کردن باعث صفر شدن میانگین و مستقل شدن برآوردهای حداقل مربعات عرض از مبدأ و شیب خط رگرسیون می‌شود. در چنین شرایطی عرض از مبدأ و شیب را می‌توان با استفاده از نمودارهای کنترل جداگانه پایش نمود. کیم و همکاران[۲] برتری عملکرد روش پیشنهادی خود را نسبت به روش کنگ و آلباین[۱] نشان دادند. وودال [۳] مطالعات صورت گرفته پیرامون نمودارهای

[a] - Compositional data
[b] - Dirichlet Regression
[c] - Average Run Length: ARL
[d] - Kang and Albin
[e] - Kim
[f] - Woodall

کنترل مرتبط با کیفیت محصول و فرایند را مرور کرده است. وودال ضمن بیان کاربردهای پروفایل‌های خطی، لزوم استفاده از مدل‌های پیچیده‌تر را یادآور شده است. رگرسیون چندجمله‌ای و چندگانه، مدل‌های رگرسیون غیرخطی و مدل‌های مختلط از جمله‌ی مدل‌های پیچیده‌ای هستند که وودال به آن‌ها اشاره کرده است. به عنوان مثال، کاظم‌زاده و همکاران [۴][۵] پایش پروفایل‌های چندجمله‌ای را به ترتیب در فازهای ۱ و ۲ مورد بررسی قرار دادند. همچنین پایش پروفایل‌های خطی چندگانه توسط محققانی همچون محمود [۶] و زو و همکاران[۷] و امیری و همکاران[۸] در فازهای ۱ و ۲ بررسی شده است. نورالسناء و همکاران[۹] در کتاب خود مفهوم پایش پروفایل‌ها و کاربرد آن‌ها را بیان نموده‌اند. در این کتاب مسائل مرتبط با انواع پروفایل‌ها مانند پروفایل‌های غیرخطی و پروفایل‌های مرتبط با ساختارهای هندسی مورد بحث قرار گرفته‌اند. ژنگ و همکاران[۱۰] در مقاله‌ی خود روش‌هایی برای پایش پروفایل‌های چندگانه در فاز ۱ ارائه دادند. در روش پیشنهادی آن‌ها پروفایل‌های چندگانه به صورت مشاهدات چندمتغیره در نظر گرفته شده است. خدمتی و همکاران[۱۱] پروفایل‌های خطی را در فاز ۲ در حضور خود همبستگی بین پروفایلی پایش نمودند. چو و همکاران [۱۲] نیز روشی برای پایش پروفایل‌های چندگانه‌ی غیرخطی همبسته در فاز ۲ ارائه نمودند.

در موارد متعددی مانند صنایع شیمیایی، داروسازی، زمین‌شناسی، پلاستیک، نساجی، آسفالت، استیل و بسیاری دیگر مقادیر ممکن متغیرهای مورد بررسی دارای کران و محدود بوده، امکان انتقال و تبدیل شدن به توزیع‌های استاندارد را ندارند. این داده‌ها در اصطلاح داده‌های مؤلفه‌ای نامیده می‌شوند. در میان تحلیل‌گران، نظریات متعددی در تحلیل آماری این نوع داده‌ها وجود دارد. در چنین فرایندهایی رابطه‌ی پروفایلی بر اساس توزیع دریچلت مدل شده، مورد پایش قرار می گیرد. به همین جهت توسعه‌ی روش‌های متداول پایش برای پروفایل‌های دریچلت حائز اهمیت است. ملو و همکاران[۱۳] داده‌های مؤلفه‌ای را با استفاده از رگرسیون دریچلت مورد بررسی قرار دادند. جی‌وارا و همکاران[۱۴] روش‌هایی برای پایش رابطه‌ی خطی پروفایل‌های دریچلت در فاز ۱ با استفاده از نمودارهای کنترل مربع تی هتلینگ ارائه نموده و عملکرد آنها را مورد مقایسه قرار دادند. بر اساس بررسی‌های صورت گرفته توسط مولفین، با وجود اهمیت پایش پروفایل‌ها در فازهای ۱ و ۲ تاکنون مطالعه‌ای بر روی پایش پروفایل‌های دریچلت در فاز ۲ انجام نشده است. بر اساس خلأ تحقیقاتی شناسائی شده این حوزه در این مقاله روش‌هایی برای پایش این نوع پروفایل‌ها در فاز ۲ ارائه شده است. در روش اول نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمائی چند متغیره برای پایش پروفایل‌های دریچلت توسعه داده شده است. در دومین روش نیز از آماره‌ی مربع تی به منظور پایش پروفایل‌های دریچلت در فاز ۲ استفاده شده است. عملکرد نمودارهای کنترل پیشنهادی با استفاده از معیار متوسط طول دنباله مورد ارزیابی و مقایسه قرار گرفته است. ساختار مقاله بدین صورت است که در بخش دوم مدل رگرسیون دریچلت تشریح شده است. روش‌های پیشنهادی پایش پروفایل‌های دریچلت در فاز ۲ در بخش سوم ارائه شده‌اند. بخش چهارم شامل مقایسه‌ی روش‌های پیشنهادی می‌باشد. نهایتا نتایج تحقیق در بخش پنجم آورده شده است.

۲.مدل رگرسیون دریچلت

داده‌های مؤلفه‌ای، مشاهدات چندمتغیره با مقادیر مثبت و مجموع یک هستند. توزیع دریچلت برای مدل کردن داده‌های نسبی مثبت با مجموع یک به کار می‌رود. جی‌وارا و همکاران[۱۴] رگرسیون دریچلت را برای پایش داده‌های مؤلفه‌ای توسعه دادند. رابطه‌ی (۱) تابع توزیع متغیر تصادفی دریچلت را نشان می‌دهد.

$$f\left(y_1,\ldots,y_p\right)=\frac{\Gamma\left(\sum_{j=1}^{p}a_j\right)}{\prod_{j=1}^{p}\Gamma\left(a_j\right)}\prod_{j=1}^{p}y_j^{a_j-1} \qquad (۱)$$

در این رابطه p نشان‌دهنده‌ی تعداد مؤلفه(متغیر)ها بوده و $a_j>0$ پارامتر متناسب با مؤلفه jام می‌باشد. اگر $p=۲$ باشد، تابع توزیع دریچلت به تابع توزیع بتا با پارامترهای a_1 و a_2 تبدیل می‌شود. به بیان دیگر توزیع دریچلت تعمیم یافته‌ی توزیع بتا می‌باشد. جورجی‌وا و همکاران[۱۵] رابطه‌ی میان پارامترهای توزیع و ضرایب رگرسیون را به صورت رابطه‌ی (۲) تعریف کردند.

$$loga_{ij}=\boldsymbol{\beta}_j'\mathbf{x}_i \qquad (۲)$$

در رابطه فوق $\mathbf{x}_i$ متغیر توضیحی در مشاهده‌ی iام و $\boldsymbol{\beta}_j$ ضریب رگرسیون متناظر با مؤلفه‌ی jام است. ضرایب رگرسیون دریچلت را می‌توان با استفاده از روش حداکثر درستنمایی برآورد نمود. اگر $\mathbf{B}$ ماتریس $k\times p$ شامل ضرایب رگرسیون باشد، لگاریتم تابع درستنمایی از رابطه‌ی (۳) به دست می‌آید.

$$l(\mathbf{B})=\sum_{i=1}^{n}\left\{\log\left[\Gamma\left(\varphi_i\right)\right]-\sum_{j=1}^{p}\log\left[\Gamma\left(a_{ij}\right)\right]+\sum_{j=1}^{p}a_{ij}\log\left(y_{ij}\right)\right\} \qquad (۳)$$

---

g - Mahmood
h - Zou
i - Zhang
j - Chou
k - Melo
l - Guevara
m- Gueorguieva

اگر $\hat{\mathbf{B}}$ برآورد حداکثر درستنمایی $\mathbf{B}$ باشد، $\sqrt{n}vec(\hat{\mathbf{B}}\text{-}\mathbf{B})$ دارای توزیع نرمال kp متغیره به صورت $\sqrt{n}vec(\hat{\mathbf{B}}\text{-}\mathbf{B}) \sim N_{kp}\left(\underline{\mathbf{0}}, \mathbf{K}(\mathbf{B})^{-1}\right)$ خواهد بود. ماتریس $\mathbf{K(B)}^{-1}$ ماتریس واریانس-کوواریانس بین ضرایب رگرسیون بوده و دارای ابعاد $kp \times kp$ است. ماتریس $\mathbf{K(B)}$ به‌وسیله‌ی رابطه‌ی (۴) به دست می‌آید.

$$K\ (B) = \left(\mathbf{I}_p \otimes \mathbf{X}\right)' \mathbf{L}\left(\mathbf{I}_p \otimes \mathbf{X}\right) \qquad (۴)$$

در رابطه‌ی فوق $\otimes$ نماد ضرب کرونکر و $\mathbf{L}$ یک ماتریس $np \times np$ است که رابطه‌ی (۵) شکل جزءبندی شده‌ی آن را نشان می‌دهد. (جی‌وارا و همکاران[۱۴]). p نشان‌دهنده‌ی تعداد متغیرها و n نشان‌دهنده‌ی تعداد مشاهدات در هر نمونه است.

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_1 & \cdots & \mathbf{L}_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{L}_{p1} & \cdots & \mathbf{L}_p \end{pmatrix} \qquad (۵)$$

$\mathbf{L}_c$ با c=۱،۲،...،p و d=۱،۲،...،p یک ماتریس قطری است که عنصر iام قطر آن با استفاده از روابط (۶) و (۷) به دست می‌آید.

$$l_i^{(cd)} = \begin{cases} -g'_c\left(\eta_{ic}\right)^2\left[\psi'\left(\varphi_i\right) - \psi'\left(a_{ic}\right)\right], c = d \\ -g'_c\left(\eta_{ic}\right) g'_d\left(\eta_{id}\right)\psi'\left(\varphi_i\right), \quad c \neq d \end{cases} \qquad (۶)$$

$$\varphi_i = a_{i1} + \ldots + a_{ip} \qquad (۷)$$

$$\eta_{ij} = \boldsymbol{\beta}_{1j}\mathbf{X}_{i1} + \ldots + \boldsymbol{\beta}_{kj}\mathbf{X}_{ik} \qquad (۸)$$

در رابطه‌ی فوق i=۱،۲،...،n نشان دهنده‌ی مشاهدات و j=۱،۲،...،p شمارنده‌ی متغیرهاست. g' مشتق مرتبه‌ی اول تابع g نسبت به آرگومان آن بوده و ψ (تابع دای‌گاما) مشتق مرتبه‌ی اول تابع گاما می‌باشد.

۳.روش‌های پیشنهادی پایش پروفایل‌های دریچلت در فاز ۲

در این قسمت دو روش برای پایش پروفایل‌های چندمتغیره دریچلت در فاز ۲ ارائه شده است. در روش اول روش میانگین متحرک موزون نمائی چندمتغیره ی ایوزیان و همکاران[۱۶] برای پروفایل‌های دریچلت توسعه داده شده است. در روش دوم نیز پایش پروفایل‌های دریچلت با استفاده از آماره‌ی مربع تی مورد بررسی قرار گرفته است.

ماتریس $\hat{\mathbf{B}}_k$ شامل مقادیر برآورد شده‌ی ضرایب رگرسیون دریچلت در نمونه‌ی kام می‌باشد که با استفاده از رابطه‌ی (۳) به دست می‌آید. به منظور ساختن آماره‌های مورد نظر در روش‌های مذکور ماتریس $\hat{\mathbf{B}}_k$ به صورت یک بردار $(q+1)p \times 1$ نوشته می‌شود.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_k = (\hat{\beta}_{01k}, \hat{\beta}_{11k}, \ldots, \hat{\beta}_{q1k}, \hat{\beta}_{02k}, \ldots, \hat{\beta}_{q2k}, \ldots, \hat{\beta}_{0pk}, \hat{\beta}_{1pk}, \ldots, \hat{\beta}_{qpk})^{\mathrm{T}} \qquad (۹)$$

در حالت تحت کنترل میانگین و کوواریانس $\hat{\boldsymbol{\beta}}_k$ بر اساس داده های فاز ۱ از قبل تعیین شده و به ترتیب با نمادهای $\boldsymbol{\beta}$ و $\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\boldsymbol{\beta}}_k}$ نشان داده می‌شوند. ماتریس کوواریانس را نیز می‌توان به وسیله‌ی رابطه‌ی (۴) محاسبه کرد. ماتریس کوواریانس معکوس ماتریس $\mathbf{K(B)}$ می‌باشد.(جی‌وارا و همکاران[۱۴])

$$\boldsymbol{\beta} = \mathrm{E}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_k) = (\beta_{01}, \beta_{11}, \ldots, \beta_{q1}, \beta_{02}, \beta_{12}, \ldots, \beta_{q2}, \ldots, \beta_{0p}, \beta_{1p}, \ldots, \beta_{qp})^{\mathrm{T}} \qquad (۱۰)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\boldsymbol{\beta}}_k} = \begin{pmatrix} \sigma^2_{\beta_0} & \sigma_{\beta_0\,\beta_1} & \cdots & \sigma_{\beta_0\,\beta_q} \\ \sigma_{\beta_0\,\beta_1} & \sigma^2_{\beta_1} & \cdots & \sigma_{\beta_1\,\beta_q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{\beta_0\,\beta_q} & \sigma_{\beta_1\,\beta_q} & \cdots & \sigma^2_{\beta_q} \end{pmatrix} \qquad (۱۱)$$

۱،۳. روش میانگین متحرک موزون نمائی چندمتغیره

در روش میانگین متحرک موزون نمائی چندمتغیره آماره با استفاده از رابطه‌ی (۱۲) تعریف می‌شود.

$$\mathrm{T}^2_{z_k} = \boldsymbol{z}_k^{T}\boldsymbol{\Sigma}_z^{-1}\boldsymbol{z}_k \qquad (۱۲)$$

در رابطه‌ی فوق $\boldsymbol{z}_k$ بردار تصادفی چندمتغیره‌ی پارامترهای رگرسیون دریچلت بوده که با استفاده از رابطه‌ی (۱۳) که یک رابطه‌ی بازگشتی است، محاسبه می‌شود و رابطه‌ی (۱۴) برای به دست آوردن ماتریس کوواریانس آماره‌ی مورد بحث، $\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{z}}$ به کار می‌رود.

$$z_k = \lambda\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_k - \boldsymbol{\beta}\right) + (1-\lambda)\boldsymbol{z}_{k-1} \qquad (۱۳)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{z}} = \frac{\lambda}{2-\lambda}\,\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\boldsymbol{\beta}}_k} \qquad (۱۴)$$

پارامتر λ $0 < \lambda \leq 1$، ضریب هموارسازی می‌باشد. $\boldsymbol{z}_0$ نیز یک بردار $(q+1)p \times 1$ شامل مقادیر صفر است. در این نمودار حد کنترل بالا با استفاده از

[n] - Multivariate Exponentially Weighted Moving Average: MEWMA

شبیه‌سازی به گونه‌ای تعیین می‌شود که متوسط طول دنباله‌ی تحت کنترل مورد نظر به دست آید.

۲،۳.روش مربع تی هتلینگ

در این روش آماره‌ی مربع تی برای پایش بردار میانگین پارامترهای رگرسیون دریچلت توسعه داده شده است. این آماره در رابطه‌ی (۱۵) نشان داده شده است.

$$T_k^2 = \left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_k - \boldsymbol{\beta}\right)^T \boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\boldsymbol{\beta}}_k}^{-1} \left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_k - \boldsymbol{\beta}\right) \qquad (۱۵)$$

حد کنترل بالای این نمودار نیز بوسیله‌ی شبیه‌سازی به گونه‌ای تعیین می‌شود که ARL تحت کنترل دلخواه بدست آید.

۴. مقایسه‌ی روش‌های پیشنهادی

در این قسمت عملکرد روش‌های پیشنهادی برای پایش پروفایل‌های دریچلت در فاز ۲ با استفاده از شبیه‌سازی با هم مقایسه می‌شوند. این روش‌ها عبارتند از: ۱- نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمائی چندمتغیره و ۲- نمودار کنترل مربع تی هتلینگ. حد کنترل بالای این نمودارها به گونه‌ای تعیین شده است که متوسط طول دنباله در حالت تحت کنترل برابر با ۲۰۰ باشد. حد کنترل بالای نمودار میانگین متحرک موزون نمائی چندمتغیره ۱۵۹ و این مقدار برای نمودار کنترل مربع تی ۸۳ به دست آمده است. ضریب هموارسازی در روش میانگین متحرک موزون نمائی چندمتغیره، λ ۰/۲ در نظر گرفته شده است. معیار مورد نظر برای مقایسه‌ی عملکرد نمودارها، متوسط طول دنباله است که تحت شیفت‌های مختلف در ضرایب رگرسیون به دست می‌آید. متوسط طول دنباله متوسط تعداد مشاهداتی است که روی نمودار کنترل رسم می‌شوند تا یک نقطه خارج از حدود کنترل بیفتد. در حالت خارج از کنترل مقدار کوچک‌تر متوسط طول دنباله نشان دهنده‌ی توانائی بیش‌تر نمودار در کشف شیفت می‌باشد.

تعداد تکرارهای شبیه‌سازی برای تخمین متوسط طول دنباله ۵۰۰۰ تکرار می‌باشد و برای شبیه‌سازی از نرم‌افزار R استفاده شده است. همچنین بررسی‌ها روی توزیع دریچلت با دو متغیر انجام شده است. از آن‌جا که فاز ۲ پایش در نظر گرفته شده است مقادیر $\boldsymbol{\beta}$ و $\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\boldsymbol{\beta}}_K}$ معلوم و مقادیر آن‌ها به ترتیب در روابط (۱۶) و (۱۷) آورده شده است. نمونه‌ی مورد بررسی فقط یک متغیر توضیحی(x) دارد. از این رو یک مقدار به عرض از مبدأ خط رگرسیون متناظر با هر متغیر و یک مقدار به شیب آن اختصاص یافته است. مؤلفه‌های اول و دوم بردار به ترتیب عرض از مبدأ و شیب خط رگرسیون متغیر اول و مؤلفه‌های سوم و چهارم عرض از مبدأ و شیب خط رگرسیون متغیر دوم را نشان می‌دهند.

$$\boldsymbol{\beta} = (۱،۲،۳،۴) \qquad (۱۶)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\boldsymbol{\beta}}_K} = \begin{pmatrix} ۱/۰۳۲۲ & -۱/۶۲۹ & ۰/۹۸۰۷ & -۱/۵۶۲۱ \\ -۱/۶۲۹۰ & ۳/۲۷۰۲ & -۱/۵۶۱۵ & ۳/۱۷۶۳ \\ ۰/۹۸۰۷ & -۱/۵۶۱۵ & ۱/۰۰۴۱ & -۱/۵۹۲۶ \\ -۱/۵۶۲۱ & ۳/۱۷۶۳ & -۱/۵۹۲۶ & ۳/۲۲۱۸ \end{pmatrix} \qquad (۱۷)$$

متغیرهای توضیحی دارای مقادیر ثابت $\mathbf{x}$=(۰/۱،۰/۲،...،۰/۹) هستند. پارامترهای توزیع دریچلت با استفاده از رابطه‌ی (۱۸) محاسبه شده‌اند.

$$a_{ij} = exp\left(\beta_{0j} + \beta_{1j} x_i\right), i = 1,\ldots,n, \quad j = 1,\ldots,p \qquad (۱۸)$$

در رابطه‌ی فوق a_{ij} بیان‌گر مقدار پارامتر مشاهده‌ی iام برای متغیر jام می‌باشد.

برای مقایسه‌ی عملکرد دو روش پیشنهادی به ترتیب در عرض از مبدأ و شیب خطوط رگرسیون دو مؤلفه تغییر ایجاد شده است. متوسط طول دنباله خارج از کنترل به دست آمده پس از ۵۰۰۰ بار شبیه‌سازی در جداول ۱تا ۴ ثبت شده است. به عنوان مثال در جدول ۱ فقط پارامتر عرض از مبدأ پروفایل اول تغییر کرده است و سایر پارامترها ثابت مانده است.

جدول ۱. مقادیر متوسط طول دنباله به ازای تغییر در عرض از مبدأ پروفایل اول(β_0)

	d_1						
	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۴	۰/۶	۰/۸	۱
MEWMA	۲۰۱/۴۱	۸۶/۳۷	۲۲/۷۵	۵/۸۳	۳/۵۳	۲/۷۸	۲/۰۰
T^2	۱۹۹/۱۵	۱۷۰/۱۱	۱۱۲/۴۳	۲۷/۸۳	۲/۸۹	۱/۰۱	۱/۰۰

جدول ۲. مقادیر متوسط طول دنباله به ازای تغییر در شیب پروفایل اول(β_1)

d_1

	۰	۰/۰۵	۰/۱	۰/۱۵	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵
MEWMA	۲۰۱/۴۱	۱۰۶/۲۷	۳۱/۰۷	۱۱/۶۵	۶/۹۲	۴/۰۱	۲/۹۸	۲/۱۸
T^2	۱۹۹/۱۵	۱۷۸/۴۷	۱۲۶/۵۰	۸۲/۹۳	۴۲/۲۳	۶/۸۷	۱/۱۹	۱/۰۰

جدول ۳. مقادیر متوسط طول دنباله به ازای تغییر در عرض از مبدأ پروفایل دوم(β_0)

		d_3					
	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۴	۰/۶	۰/۸	۱
MEWMA	۲۰۱/۴۱	۱۲۵/۸۹	۴۹/۸۸	۱۰/۰۰	۵/۲۲	۳/۷۲	۲/۹۸
T^2	۱۹۹/۱۵	۱۹۱/۸۱	۱۵۸/۲۲	۷۴/۳۷	۲۱/۶۲	۳/۷۵	۱/۱۵

جدول ۴. مقادیر متوسط طول دنباله به ازای تغییر در شیب پروفایل دوم(β_1)

		d_4						
	۰	۰/۰۵	۰/۱	۰/۱۵	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵
MEWMA	۲۰۱/۴۱	۱۳۱/۲۸	۵۸/۸۶	۲۴/۳۰	۱۲/۲۹	۵/۹۸	۴/۱۴	۳/۱۵
T^2	۱۹۹/۱۵	۱۷۸/۹۲	۱۴۹/۲۸	۱۱۱/۴۰	۷۸/۷۶	۱۰/۸۸	۸/۰۷	۱/۶۹

جدول ۱ مقادیر متوسط طول دنباله خارج از کنترل شبیه‌سازی شده در فاز ۲ را نشان می‌دهد. در این جدول تغییرات به صورت مضرب‌هایی از انحراف استاندارد در عرض از مبدأ پروفایل اول اعمال شده است. به همین صورت در جداول ۲ تا ۴ نیز تغییر به ترتیب در شیب پروفایل اول، عرض از مبدأ پروفایل دوم و شیب پروفایل دوم و به اندازه‌ی ضریبی از انحراف استاندارد پارامتر متناظر است. نوع دیگری از مقایسات مربوط به روش‌ها، بررسی تغییرات هم‌زمان در پارامترها می‌باشد. به همین منظور تغییرات هم‌زمان در عرض از مبدأ و شیب پروفایل اول صورت گرفته است. مقادیر متوسط طول دنباله خارج از کنترل حاصل از این تغییرات در جدول ۵ ارائه شده است.

جدول۵. مقادیر متوسط طول دنباله حاصل از تغییرات هم‌زمان در عرض از مبدأ(β_0) و شیب(β_1) پروفایل اول

			d_1					
			۰/۱	۰/۲	۰/۴	۰/۶	۰/۸	۱
d_2	۰/۰۵	MEWMA	۱۳۴/۴۷	۵۸/۳۹	۸/۲۱	۴/۲۰	۲/۹۸	۲/۱۰
		T^2	۱۹۲/۰۲	۱۶۰/۰۰	۵۳/۵۳	۷/۹۰	۱/۱۸	۱
	۰/۱	MEWMA	۸۲/۵۲	۸۹/۶۹	۱۴/۲۴	۵/۱۹	۳/۳۰	۲/۶۱
		T^2	۱۷۴/۷۳	۱۸۲/۷۴	۹۰/۸۸	۲۰/۱۰	۲/۱۶	۱
	۰/۱۵	MEWMA	۲۹/۱۹	۶۴/۵۱	۲۸/۶۵	۶/۹۴	۳/۹۲	۲/۹۵
		T^2	۱۲۸/۵۴	۱۶۵/۹۰	۱۳۰/۰۰	۴۱/۰۷	۵/۷۹	۱/۰۸
	۰/۲	MEWMA	۱۱/۷۶	۲۷/۲۷	۴۵/۹۰	۱۰/۵۲	۴/۷۴	۳/۱۰
		T^2	۸۱/۴۷	۱۲۸/۷۹	۱۵۷/۷۲	۶۹/۳۴	۱۴/۵۲	۱/۶۴
	۰/۳	MEWMA	۵/۱۱	۷/۰۵	۲۲/۰۱	۲۵/۷۴	۸/۳۰	۴/۳۵
		T^2	۲۰/۶۳	۴۴/۶۷	۱۲۰/۵۹	۱۳۰/۶۹	۵۲/۰۱	۱۰/۲۴
	۰/۴	MEWMA	۳/۴۰	۴/۱۲	۷/۱۵	۱۷/۹۳	۱۶/۸۵	۶/۹۳
		T^2	۲/۴۹	۸/۳۵	۴۳/۳۹	۱۰۶/۶۸	۱۰۶/۸۶	۳۸/۹۵
	۰/۵	MEWMA	۲/۸۲	۳/۰۰	۴/۱۹	۷/۱۷	۱۴/۸۰	۱۲/۳۳
		T^2	۱/۰۱	۱/۲۳	۹/۱۱	۴۲/۷۵	۹۹/۷۸	۸۲/۶۳

در جدول فوق تغییرات به صورت ضرایبی از انحراف معیار پارامترهای مورد نظر در ضرایب رگرسیون اعمال شده است. همان‌گونه که در جدول ۵ مشاهده می‌شود اگر در هر دو پارامتر تغییرات کوچک و یا بزرگ به صورت هم‌زمان رخ دهد عملکرد نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمائی بهتر خواهد بود. اما در حالتی که مقدار تغییر در یکی از پارامترها بزرگ و در پارامتر دیگر کوچک باشد نمودار کنترل مربع تی هتلینگ کاراتر می‌باشد.

۵.نتیجه‌گیری و پیشنهاد برای مطالعات آتی

در این مقاله دو روش برای پایش پروفایل‌های چندمتغیره‌ی دریچلت در فاز دو توسعه داده شد. روش اول نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمائی چندمتغیره و روش دوم نمودار کنترل مربع تی هتلینگ است. عملکرد نمودارهای کنترل پیشنهادی با استفاده از معیار متوسط طول دنباله تحت شیفت‌های انفرادی و هم‌زمان در پارامترهای پروفایل چندمتغیره‌ی دریچلت مورد ارزیابی و مقایسه قرار گرفت. همان‌گونه که در جداول ۱ تا ۴ مشاهده می‌شود به ازای تغییرات کوچک، نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمائی چند متغیره و به ازای تغییرات بزرگ‌تر نمودار کنترل مربع تی هتلینگ عملکرد بهتری دارد. داده‌های جدول ۵ نشان می‌دهد که هرگاه تغییرات هم‌زمان ایجاد شده در عرض از مبدأ و شیب پروفایل اول هر دو کوچک و یا هر دو بزرگ باشند نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمائی چندمتغیره کاراتر است. در شرایطی که تغییرات اعمال شده در یکی از پارامترها بزرگ و در دیگری کوچک باشد نمودار کنترل مربع تی دارای عملکرد بهتری می‌باشد. به عنوان زمینه‌هایی برای تحقیقات آتی در این حوزه می‌توان به توسعه روش‌های کاراتری مانند روش "آزمون نسبت درستنمایی" برای پایش پروفایل‌های دریچلت در فازهای ۱ و ۲ اشاره کرد.

منابع

[1] Kang, L., Albin, S. L., 2000. On-Line Monitoring When the Process Yields a Linear Profile, Journal of Quality Technology, 32, 418-426.

[2] Kim, K., Mahmoud, M. A., Woodall, W. H., 2003. On the Monitoring of Linear Profiles, Journal of Quality Technology, 35, 317-328.

[3] Woodall, W.H., 2007. Current Research on Profile Monitoring, Revista Producão,17, 420-425.

[4] Kazemzadeh, R. B., Noorossana, R., Amiri, A., 2008. Phase I Monitoring of Polynomial Profiles, Communications in Statistics-Theory and Methods, 37, 1671-1686.

[5] Kazemzadeh, R. B., Noorossana, R., Amiri, A., 2009. Monitoring Polynomial Profiles in Quality Control Applications, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 42, 703-712.

[6] Mahmoud, M. A., 2008. Phase I Analysis of Multiple Linear Regression Profiles, Communications in Statistics-Simulation and Computation, 37, 2106-2130.

[7] Zou, C., Tsung F., Wang, Z., 2007. Monitoring General Linear Profiles Using Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Schemes, Technometrics, 49,395-408.

[8] Amiri, A., Eyvazian, M., Zou, C., Noorossana, R., 2012. A Parameters Reduction Method for Monitoring Multiple Linear Regression Profiles. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 58, 621-629.

[9] Noorossana, R., Saghaei, A., Amiri, A., 2011. Statistical Analysis of Profile Monitoring, Wiley & Sons.

[10] Zhang, J., Ren, H., Yao, R., Zou, C., Wang, Z., 2015. Phase I Analysis of Multivariate Profiles Based on Regression Adjustment, Computers and Industrial Engineering, 85, 132-144.

[11] Khedmati, M., Niaki, S. T., 2015. Phase II Monitoring of Linear Profiles in the Presence of Between-Profile Autocorrelation, Published online in Quality and Reliability Engineering International.

[12] Chou, S. H., Chang, S. I., Tsai, T. R., 2014. On Monitoring of Multiple Nonlinear Profiles, International Journal of Production Research, 52, 3209-3224.

[13] Melo, T., Vasconcellos, K., Lemonte, A., 2009. Some Restriction Tests in a New Class of Regression Models for Proportions, Computational Statistics and Data Analysis, 53, 3972-3979.

[14] Gueevara-Gonzalez, R., Vargas-navas, J., Linero-Segrera, D., 2014. Profile Monitoring for Compositional Data, Revista Colombiana de Estadistica, 37, 159-181.

[15] Gueorguieva, R., Rosenheck, R., Zelterman, D., 2008. Dirichlet Component Regression and Its Applications to Psychiatric Data, Computational Statistics and Data Analysis, 52, 5344-5355.

[16] Eyvazian, M., Noorossana, R., Saghaei, A., Amiri, A., 2011. Phase II Monitoring of Multivariate Multiple Linear Regression Profiles, Quality and Reliability Engineering International, 27, 281-296.